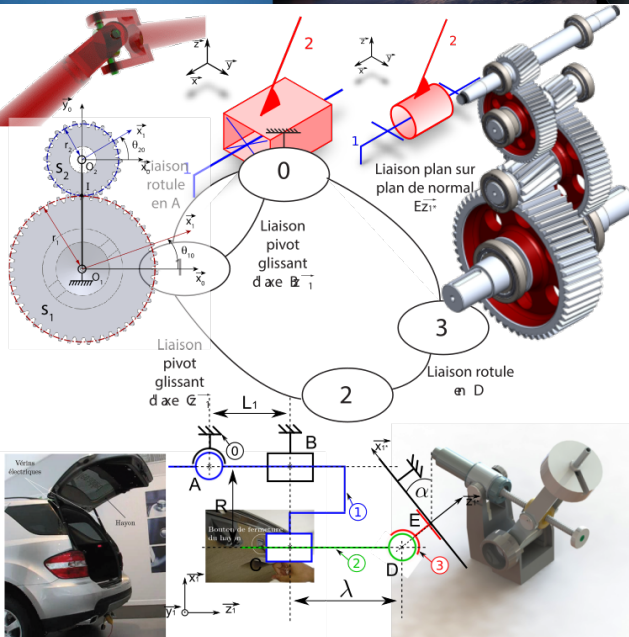


LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE P.S.I.

ANNÉE 2023 - 2024



C3 : MODÉLISATION DES CHAÎNES DE SOLIDE : LOIS ENTRÉES/SORTIES ET CONTRAINTES GÉOMÉTRIQUES

TD 8 - Détermination de lois d'entrée sortie en statique (C3-3)

Compétences

- **Analyser**
 - Analyser les performances et les écarts
- **Modéliser**
 - Proposer une modélisation des liaisons avec leurs caractéristiques géométriques.
 - Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique.
 - Modéliser une action mécanique.
- **Résoudre**
 - Proposer une démarche permettant d'obtenir une loi entrée-sortie géométrique.
 - Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement.
 - Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques.
 - Mener une simulation numérique.
 - Résoudre numériquement une équation ou un système d'équations.
- **Communiquer**
 - Lire et décoder un document technique.
 - Effectuer une synthèse des informations disponibles dans un dossier technique.
 - Produire des documents techniques adaptés à l'objectif de la communication.
 - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

Exercice 1 : Modélisation d'une pompe à pistons axiaux

Source : Emilien DURIF

1 Présentation

Voici une proposition de modélisation cinématique la pompe à pistons axiaux tenant compte de la technologie. Nous avons retenu une modélisation avec 4 classes d'équivalence y compris le bâti :

- 0 : bâti;
- 1 : Barillet;
- 2 : piston;
- 3 : poussoir.

On note n le nombre de classes d'équivalence hors bâti (ici $n = 3$). Dans cette étude, on se place directement dans la base $B_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ qui est en rotation par rapport à la base $B_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ autour de l'axe $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ avec le paramètre de rotation θ . Le plateau inclinable est supposé fixe au cours du temps. On lui associe le repère $R_{0*} = (\vec{x}_{0*}, \vec{y}_{0*}, \vec{z}_{0*})$ qui est en rotation par rapport au repère $R_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ autour de l'axe \vec{y}_0 avec le paramètre angulaire α . On introduit le repère $R_{1*} = (\vec{x}_{1*}, \vec{y}_{1*}, \vec{z}_{1*})$ directement obtenu à partir de R_{0*} par une rotation autour de \vec{z}_{0*} et d'angle θ . On donne également,

- $\vec{AB} = L_1 \vec{z}_0$
- $\vec{BC} = -R \vec{x}_1$
- $\vec{CD} = \lambda \vec{z}_1$
- $\vec{DE} = h \vec{z}_{1*}$

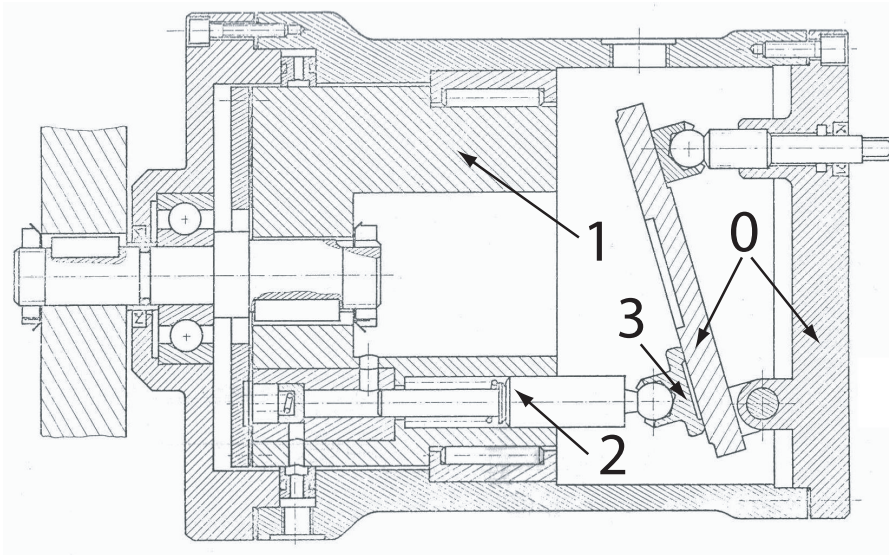


FIGURE 1 – Schéma technologique d'une pompe à pistons axiaux

Les liaisons entre les différentes classes d'équivalence permettent de modéliser le système avec le schéma cinématique suivant la figure 2 :

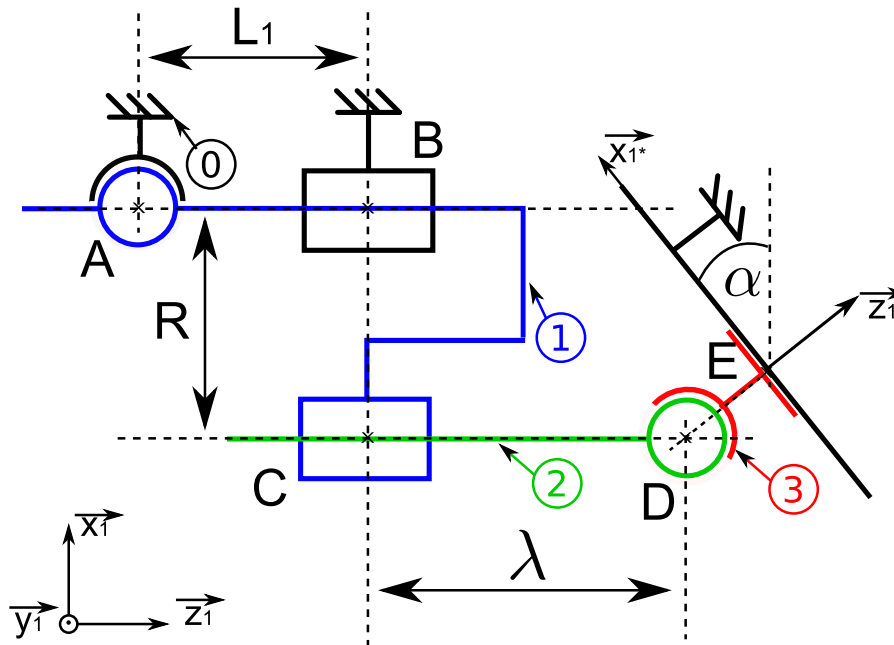


FIGURE 2 – Schéma cinématique d'une pompe à pistons axiaux

- Les liaisons sont parfaites : sans frottements ni jeux.
- Le poids et les effets d'inerties sont négligés.
- On introduit une action de pression s'exerçant sur le piston 2 assimilable à un glisseur d'axe central (C, \vec{z}_1) et qui a pour résultante en effort : $\vec{F}_p = F_p \vec{z}_1$

Q 1 : Dessiner le graphe de liaison de structure du modèle de la pompe.

2 Étude statique



Objectif 1 :

- La résolution statique a pour but de déterminer les actions dans les liaisons mécaniques. Cette résolution pourra alors ensuite permettre un dimensionnement des différentes liaisons.
- Cette approche permet également de déterminer l'isostaticité ou l'hyperstaticité en vue de déterminer les conditions éventuelles de montage du mécanisme.

Q 2 : Faire le bilan des actions mécaniques pour l'ensemble 1

Q 3 : Faire le bilan des actions mécaniques pour l'ensemble 2

Q 4 : Faire le bilan des actions mécaniques pour l'ensemble 3

Q 5 : Donner le système d'équation associé à l'équilibre statique du système

Q 6 : A l'aide de la théorie des mécanismes et le degré d'hyperstatisme, discuter de la possibilité de résolution de ce problème. Proposer une solution et une interprétation le cas échéant.

Q 7 : Mettre en oeuvre la résolution numérique de ce problème.

On pourra prendre en valeur numérique :

- $R = 5\text{cm}$
- $L_1 = 12\text{cm}$
- $\lambda = 5,8\text{cm}$
- $F_p = 35\text{kN}$

Exercice 2 : Canne robotisée

Source : CCP PSI 2018

1 Présentation générale et analyse du cycle de marche

Une canne robotisée est un dispositif dédiée à l'assistance de personnes âgées ou rencontrant des troubles de la marche. Une canne robotisée sans base mobile permet de réduire considérablement l'encombrement. ce sera l'objet de cette étude (tableau 1).




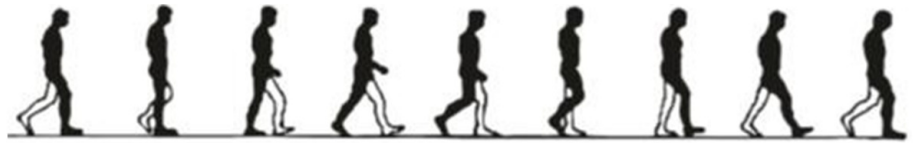
Canne conventionnelle	Canne à base mobile stable composée de 3 roues	Prototype de canne robotisée étudié dans ce sujet
		

TABLE 1 – Évolution des dispositifs d'assistance à la locomotion de type canne



L'initiation du cycle de la marche sera définie comme indiquée sur la **figure 3** par un appui simple sur la jambe droite. Les **figures 4** et **5** présentent respectivement la définition des différents mouvements des jambes et les évolutions des articulations lors d'un cycle de marche normale.

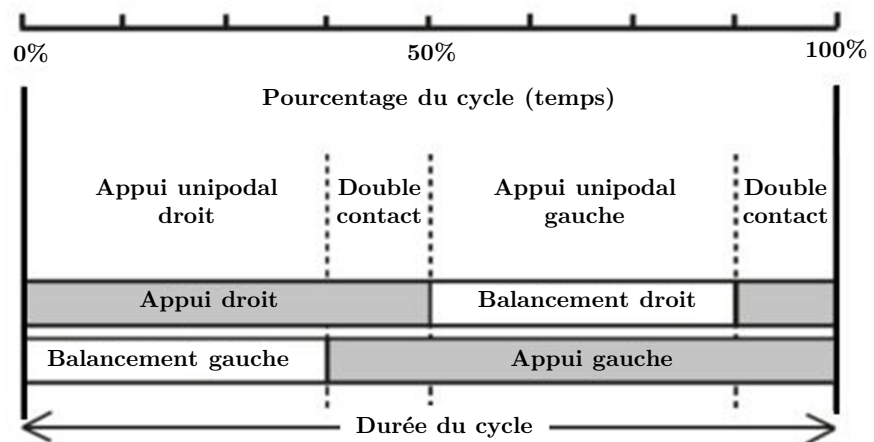


FIGURE 3 – Représentation du cycle de la marche adopté dans le cadre de notre étude

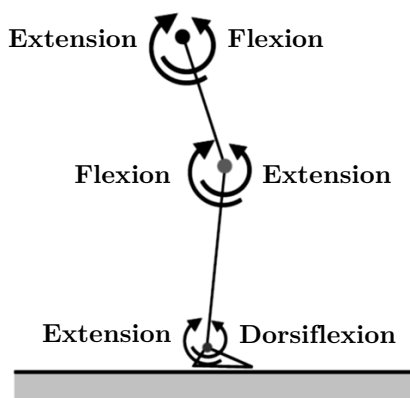


FIGURE 4 – Représentation des mouvements

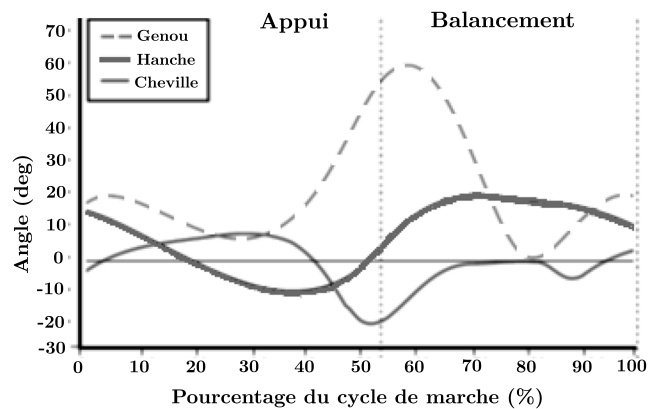


FIGURE 5 – Évolution des articulations de la jambe durant un cycle de marche normale

2 Modélisation et analyse de la commande lors de la phase d'appui

Cette étude permettra d'une part, de vérifier qu'il n'y aura pas glissement de la roue par rapport au sol lors de la phase d'appui et d'autre part, de comparer différents modèles de la structure asservie et de vérifier l'exigence 3.1.3 « Transmission des efforts du patient »

Dans cette étude, on se place en phase d'appui et on considère l'action mécanique en H du patient sur la canne immobile. Lors de cette phase, la vitesse de rotation de la roue $\omega(t)$ est nulle mais le moteur de la roue exerce un couple de maintien non nul de manière à supporter l'action du patient dans les limites d'adhérence de la roue. La **figure 6** présente les notations retenues pour cette étude où $\Delta \vec{F}_p$ est le support de la force \vec{F}_p .

Hypothèses de l'étude :

- modélisation plane dans le plan d'étude $(O, \vec{i}_0, \vec{j}_0)$;
- l'action de pesanteur sur la canne est négligée devant l'intensité des autres actions;
- l'action en H est modélisée par un glisseur de résultante $F_p = 175 \text{ N}$ et de support (IH) ;
- la droite (IH) de vecteur directeur \vec{v} est le support de l'action \vec{F}_p appliquée en H . On note de plus $\beta(t) = (\vec{j}_0, \vec{v})$;
- le contact entre la roue 1 et le sol 0 est considéré ponctuel en I (la résistance au roulement est négligée). Le facteur de frottement f du couple de matériau roue 1 / sol en béton 0 est noté $f = \tan(\varphi) = 0,4$ où φ est l'angle de frottement.

Q 8 : Tracer le graphe de structure traduisant le modèle proposé.

Q 9 : À partir d'un isolement à préciser et d'un théorème à énoncer, justifier le support de l'action de contact en

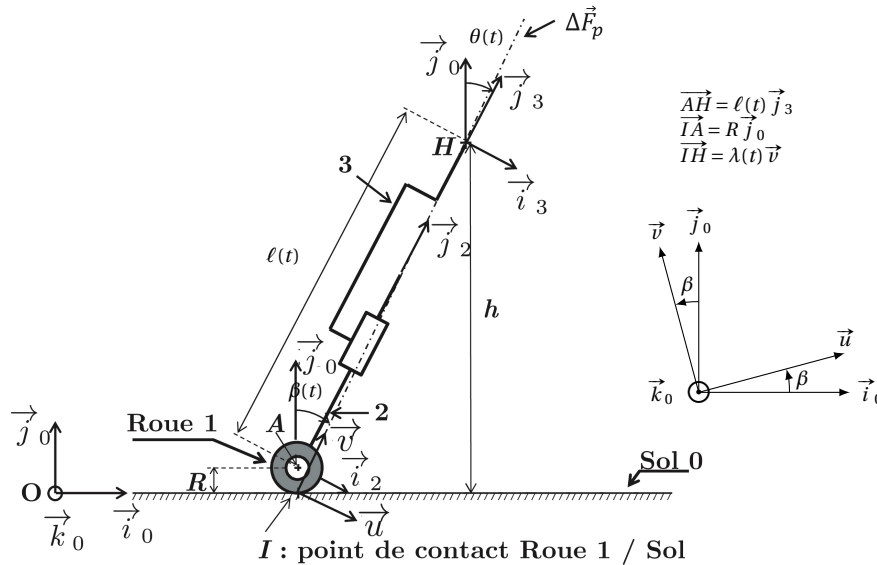


FIGURE 6 – Modélisation et paramétrage du prototype de canne robotisée

I et de l'action en *H*. Pour cette question, l'écriture des torseurs associés aux actions mécaniques n'est pas demandée.

Q 10 : Quelle doit être la condition entre l'angle $\beta(t)$ et l'angle de frottement φ pour que l'équilibre de la canne soit assuré? Cet équilibre est-il remis en question si l'intensité de l'action \vec{F}_p du patient en *H* évolue (augmente ou diminue)? Justifier votre réponse et préciser le nom donné à ce type d'équilibre.

Dans la suite, on se propose de déterminer par une étude géométrique la relation entre $\beta(t)$, les données dimensionnelles *R* et *h* et l'angle $\theta(t)$. Pour cela, on introduit la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{k}_0)$ et on note $\lambda(t)$ la distance *IH*, telle que $\vec{IH} = \lambda(t)\vec{v}$.

Q 11 : En développant une fermeture vectorielle en projection dans la base \mathcal{B}_0 , donner deux équations algébriques. En déduire la relation entre $\beta(t)$, $\theta(t)$, $l(t)$ et *R*.

La relation précédente et à l'aide d'une autre fermeture géométrique on peut obtenir l'expression suivante :

$$\tan(\beta(t)) = \frac{(h-R)}{h} \cdot \tan(\theta(t)).$$

Q 12 : Relever sur la figure 5, page 4 la valeur maximale d'inclinaison de la canne lors de la phase d'appui (on rappelle que la canne suit le mouvement de la hanche du patient) et en déduire la valeur minimale du facteur de frottement assurant l'équilibre. Conclure sur l'utilisation du prototype de canne sur un sol de type béton.

Pour la suite, on se place à la limite de l'adhérence :

$$\beta = \varphi = \arctan(0,4).$$

On note C_R le couple de maintien au niveau de la roue en sortie de la chaîne d'énergie de la roue.

$$\text{On donne donc } \{T_{red \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ -C_R \cdot \vec{k}_0 \end{array} \right\}_A.$$

La roue 1, de diamètre $D = 0,1$ m, est en liaison pivot sans frottement en *A* avec la canne inférieure 2.

Le bilan des actions mécaniques est partiellement représenté sur la figure 7.

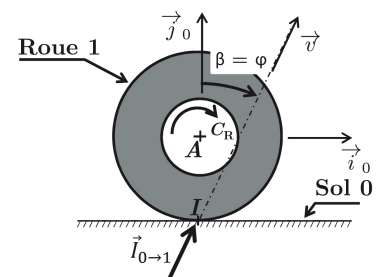


FIGURE 7 – Bilan partiel des actions mécaniques exercées sur la roue 1

Q 13 : Isoler la roue 1 et, à partir d'un théorème à préciser, déterminer l'expression puis la valeur numérique du couple en sortie du réducteur C_R , permettant d'assurer l'équilibre de la canne.

Quel que soit le résultat trouvé précédemment, on donne $C_R = 5$ N.m. On précise :

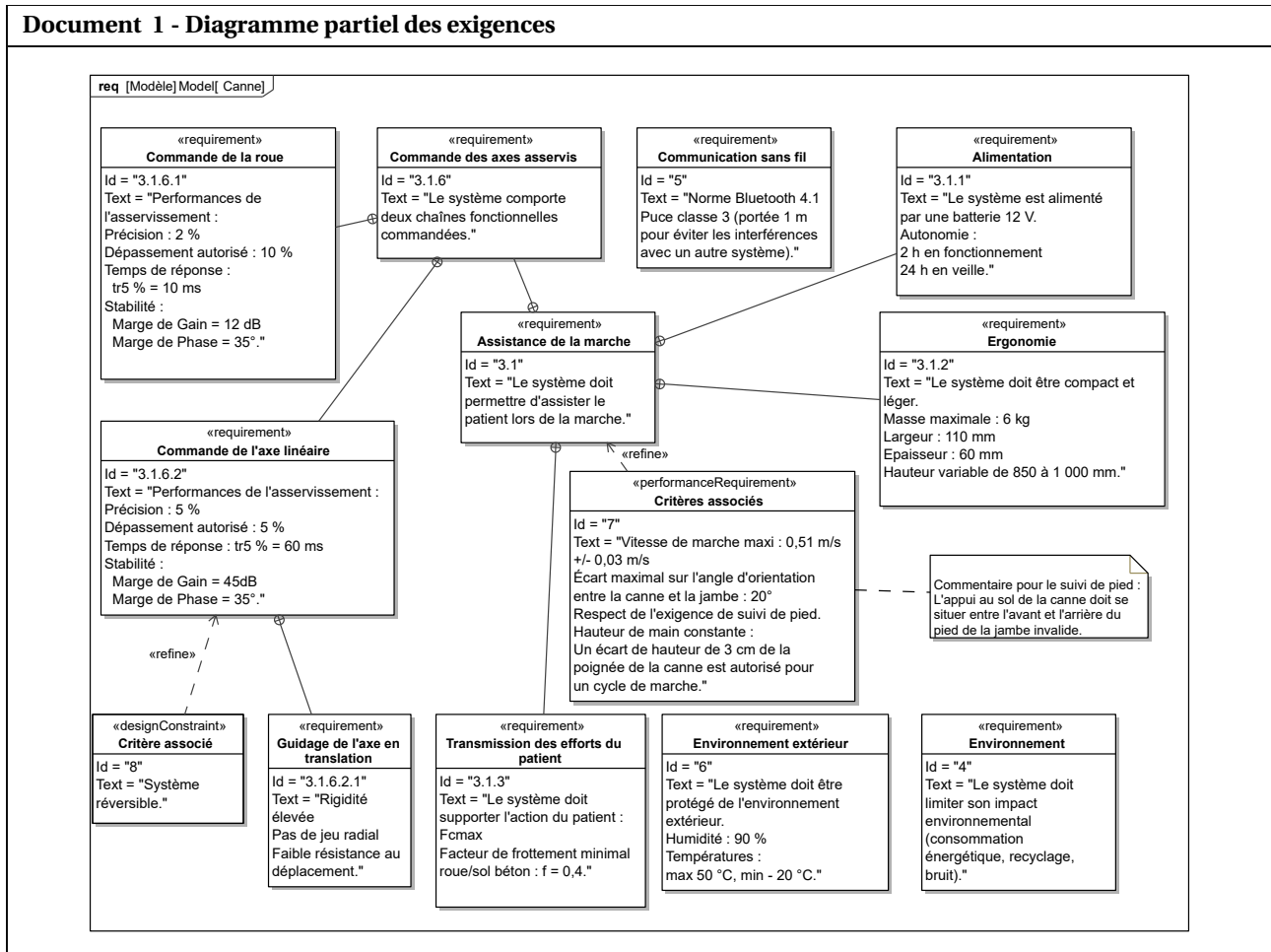
- le couple nominal du moteur : $C_m = 0,279N \cdot m$;
- le rapport de réduction de la transmission : $r = 1/30$;
- le rendement de l'ensemble est $\eta_{trans} = 0,9$;
- En régime permanent par conservation des puissance, on obtient la relation suivantes :

$$\eta_{trans} = \frac{C_R \cdot \omega_R}{C_m \cdot \omega_m}$$

Q 14 : Justifier la dernière relation donnée et valider le choix du moteur.

ANNEXE

Document 1 - Diagramme partiel des exigences



Exercice 3 : Etude d'un hayon de coffre motorisé

Source : CCS TSI 2013

1 Présentation du problème

On étudie ici Le système PCS (Power Closure System), conçu par Valéo, qui est un système d'ouverture et de fermeture automatique de hayon de coffre automobile.

Le cahier des charge est résumé avec le diagramme d'exigence suivant (figure 8) :

L'ouverture ou la fermeture du hayon est assurée par deux vérins électriques prenant directement la place des vérins à air comprimé que l'on peut trouver sur une porte de coffre classique. Le mouvement du hayon par rapport à la caisse du véhicule est permis grâce à une liaison pivot entre le corps de la voiture et le hayon sur la partie supérieure et des liaisons rotules avec les vérins.

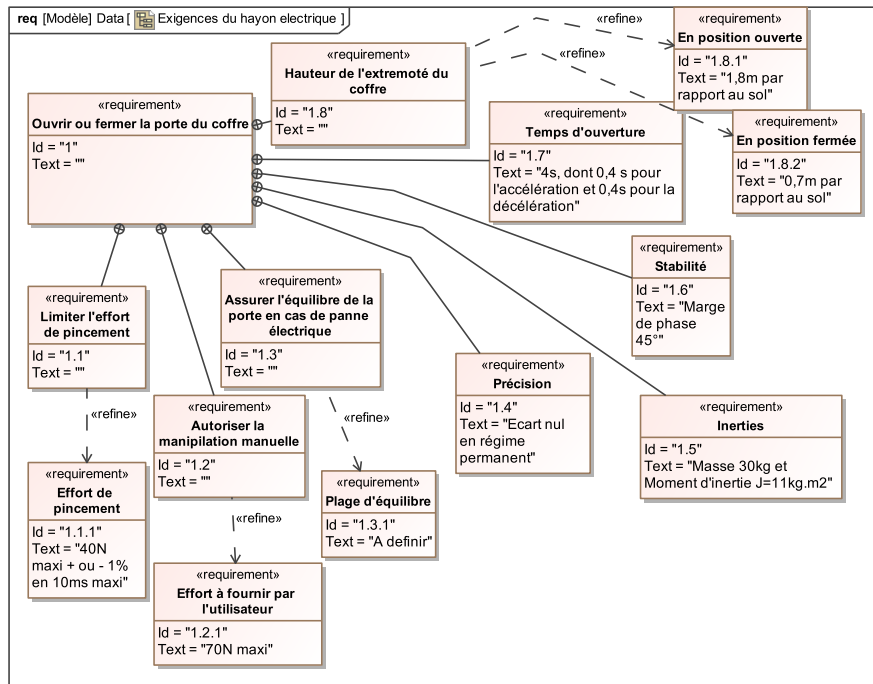


FIGURE 8 – Diagramme d'exigences du système de fermeture de hayon électrique en phase d'utilisation courante



FIGURE 9 – Description d'un hayon

Exigences	Qualification	Critère	Niveau
1	Ouvrir ou fermer la porte de coffre	Hauteur de l'extrémité du coffre en position ouverte	1,80m par rapport au sol
		Hauteur de l'extrémité du coffre en position fermée	0,70m par rapport au sol
		Temps d'ouverture ou fermeture	4s au total dans lesquelles on distingue : 0,4 s pour l'accélération et 0,4 s pour la décélération
		Éléments d'inertie de la porte de coffre	Masse : 30 kg. Moment d'inertie autour de son axe de rotation par rapport au bâti de la voiture : $J = 11\text{kg.m}^2$
		Stabilité	Marge de phase de 45°
		Précision	Écart en régime permanent nul vis-à-vis d'une consigne d'angle sous forme d'un échelon
1.3	Assurer l'équilibre de la porte de coffre en cas de panne des vérins électriques	Plage d'équilibre	A définir
1.2	Permettre la manipulation manuelle de la porte de coffre par l'utilisateur en cas de panne moteur	Effort à fournir par l'utilisateur	70N maximum
1.1	Limiter l'effort de pincement de la porte de coffre sur un obstacle	Effort de pincement	40N maximum $\pm 1\%$ en 10ms maxi

TABLE 2 – Caractérisation des exigences

2 Objectif



Objectif 2 :

L'objectif est de déterminer les caractéristiques du vérin permettant de garantir l'équilibre du hayon en cas de coupure d'énergie : exigence 1.3. Il faudra alors définir la plage d'équilibre.

3 Description et paramétrage

On modélise le système par un système plan. Le système étant symétrique, les deux vérins sont ramenés dans le plan d'évolution de la porte de coffre et leur action mécanique s'exerçant sur la porte de coffre est supposée identique.

- Le repère $(B, \vec{x}_t, \vec{y}_t, \vec{z}_0)$ est lié à la terre et au bâti S_0 lié au châssis de la voiture (véhicule à l'arrêt).
 - \vec{y}_t est un vecteur unitaire vertical tel que l'accélération de la pesanteur s'écrit $\vec{g} = -g \vec{y}_t$, avec $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
 - \vec{x}_t est un vecteur unitaire horizontal (voir figure 10).
- La liaison pivot entre la structure du véhicule et la porte de coffre est d'axe (B, \vec{z}_0) .
- Le repère $(B, \vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_0)$ est lié à la porte de coffre S_1 .
- Le repère $(A, \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z}_0)$ est lié au corps du vérin S_3 et à la tige du vérin S_2 .
- La sortie de tige par rapport au corps du vérin se fait dans la direction du vecteur \vec{x}_v . Dans une première approche on considèrera que la liaison entre la tige du vérin S_2 et le corps du vérin S_3 est une liaison pivot glissant de direction (C, \vec{x}_v) .
- Les liaisons entre la tige du vérin et le bâti d'une part, et entre le corps du vérin et la porte de coffre d'autre part, sont des liaisons rotules de centres respectifs A et C.
- Le point D représente l'extrémité de la porte du coffre. La hauteur du point D par rapport au sol suivant la verticale est de $0,7 \text{ m}$ en position coffre fermé et de $1,8 \text{ m}$ en position coffre ouvert.
- Le centre d'inertie du coffre (S_1) est situé en G tel que $\vec{BG} = \lambda \vec{x}_p$ avec $\lambda = 0,6 \text{ m}$.
- On note M la masse du hayon S_1 .
- On ne considère que le poids de S_1 comme étant non négligeable.
- $\vec{AB} = -a \vec{x}_0 + b \vec{y}_0$; $\vec{AC} = L \vec{x}_v$; $\vec{BC} = c \vec{x}_p$; $\vec{BD} = d \vec{x}_p$, avec $a = 0,55 \text{ m}$; $b = 0,14 \text{ m}$; $c = 0,14 \text{ m}$ et $d = 1 \text{ m}$.
- L'angle formé entre \vec{x}_0 et l'horizontal \vec{x}_t est $\theta_0 = 42^\circ$.
- $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_p)$; $\beta = 42^\circ = (\vec{x}_0, \vec{x}_t)$ et $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_v)$;
- $\vec{z}_0 = \vec{z}_t = \vec{z}_v = \vec{z}_p$

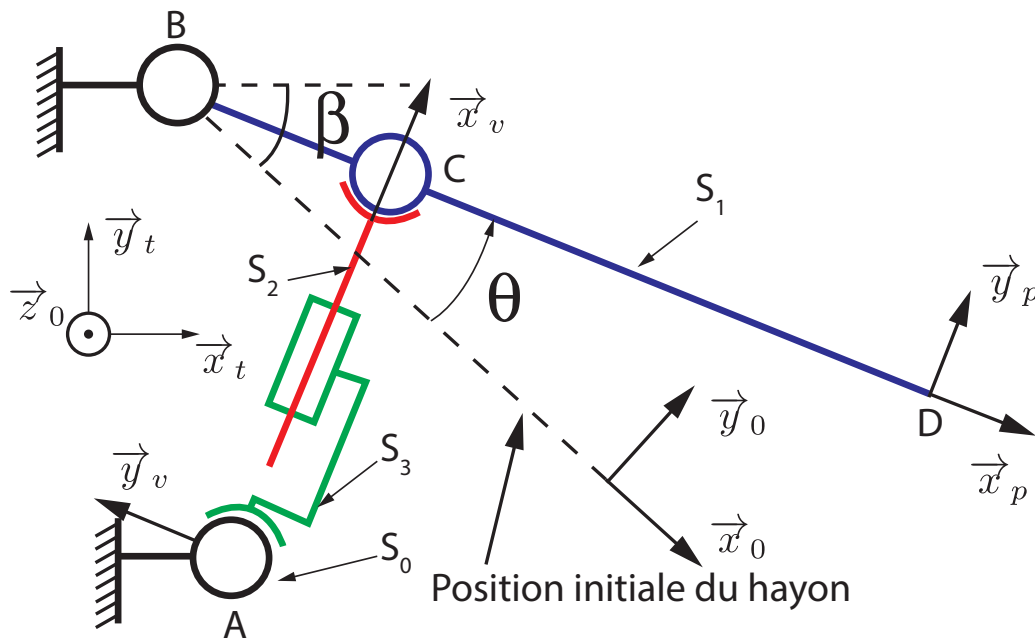


FIGURE 10 – Paramétrage du problème

4 Dimensionnement de l'actionneur

Q 15 : Déterminer l'angle d'ouverture maximal.

Q 16 : Par l'écriture de la fermeture géométrique dans le triangle ABC, déterminer la longueur du vérin L en fonction de l'angle d'ouverture du coffre θ .

Q 17 : Déterminer les valeurs extrêmes de θ , ainsi que la course du vérin.

Les vérins utilisés sont constitués d'un moteur à courant continu, d'un réducteur à engrenage, d'une vis à billes et d'un ressort (figure 11). Le cahier des charges impose que la porte soit en équilibre sur une large plage d'ouverture en cas de panne moteur. C'est pourquoi il faut déterminer la raideur et la longueur à vide des ressorts qui assurent cette fonction dans les vérins électriques.



Objectif 3 :

Cette étude préalable doit permettre de donner une relation entre l'effort que doit exercer le vérin sur le hayon et le poids du hayon.

Q 18 : Construire le graphe de structure du problème.

Q 19 : Proposer un ordonnancement des isolements permettant de répondre à l'objectif de cette partie.

Q 20 : Dans un premier temps montrer alors que l'action mécanique de $S_2 \rightarrow S_3$ peut-être modélisable par un glisseur dont la résultante est portée par \vec{x}_v . On notera sa norme F_v . On supposera ce résultat pour la suite.

Q 21 : Déterminer l'effort F_v exercé par chacun des vérins sur la porte de coffre en fonction de θ , α et des constantes du problème : on suivra rigoureusement la méthodologie vue dans le cours.

L'étude géométrique a permis de montrer que la relation entre θ et α s'écrit :

$$\tan \alpha = \frac{b + c \sin \theta}{-a + \cos \theta}$$

On déduit de la question précédente le tracé de l'évolution de l'effort F nécessaire au maintien en équilibre du coffre en fonction de la longueur L du vérin (figure 12).

On affine la modélisation du vérin en modélisant la liaison entre la tige du vérin et le corps du vérin par une liaison hélicoïdale. On choisit d'utiliser un ressort précontraint au sein du vérin (voir figure 11) de manière à assister l'ouverture du coffre et à assurer l'équilibre du coffre sur une plage de fonctionnement maximale. La résultante de l'action du ressort sur S_2 se note $\vec{F}_{\text{ressort} \rightarrow S_2} \cdot \vec{x}_v = -k \cdot (L - L_0)$. On estime que les forces de frottement maximales au

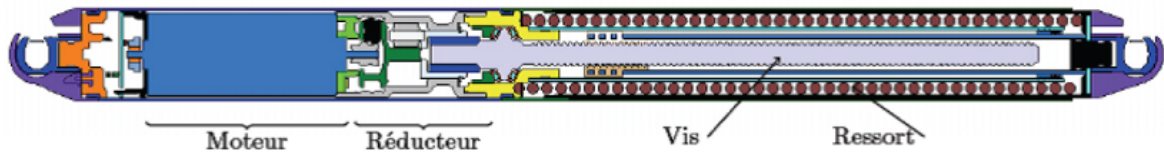


Figure 11 – Descriptif du vérin utilisé

FIGURE 11 – Descriptif du vérin utilisé

sein du vérin (essentiellement dues à la friction dans la vis avec la liaison hélicoïdale) sont de l'ordre de $F_{frot} = 100N$ et s'opposent au mouvement éventuel de S_2/S_3 . La figure 12 représente la force que doit exercer le vérin sur la porte de coffre pour assurer l'équilibre de cette dernière en fonction de la longueur du vérin. Les courbes en pointillés représentent la force du vérin (F_v) $\pm 100N$.

Q 22 : Considérer l'ensemble vérin composé de deux sous-ensembles :

- S3 : Moteur + vis+ réducteur + corps du vérin
- S2 : Ecou (tige de vérin)

et tracer le graph de structure.

Q 23 : Isoler S_2 et en utilisant le théorème adéquat, déterminer la relation entre F , F_{frot} , k (raideur du ressort) et $\Delta L = L - L_0$ (allongement du ressort).

Q 24 : Déterminer la raideur k du ressort et sa longueur à vide L_0 de manière à obtenir une situation d'équilibre sur la plus grande plage de fonctionnement. Préciser votre démarche.

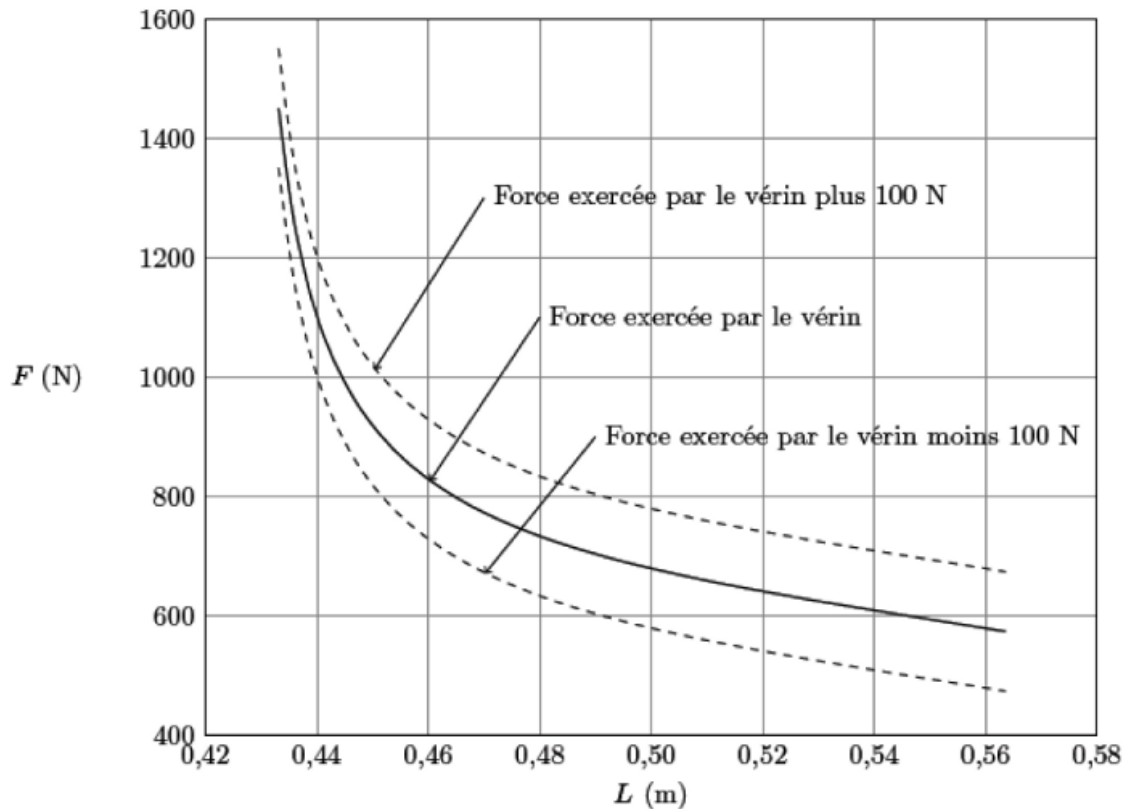


Figure 12 – Effort de chacun des deux vérins sur la porte de coffre pour assurer l'équilibre en fonction de la longueur du vérin

FIGURE 12 – Effort de chacun des deux vérins sur la porte de coffre pour assurer l'équilibre en fonction de la longueur du vérin

Exercice 4 : Simulateur de vol

Source : CENTRAL PSI 2017

1 Présentation

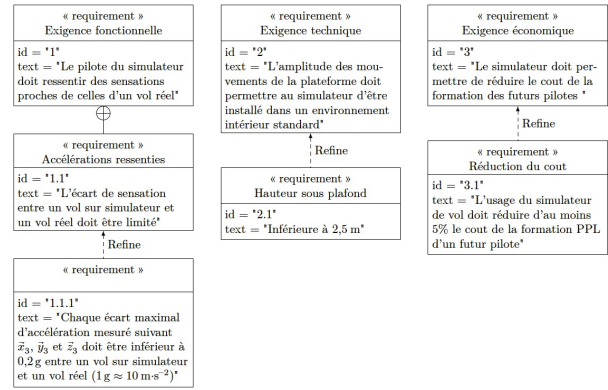
La formation en vol traditionnelle se fait sur des avions fiables et économiques tels que le Robin DR400. Pour limiter les frais de formation le recours à des simulateurs de vol est une bonne alternative.

Les simulateurs de vol disponibles sur le marché sont constitués de deux ensembles complémentaires :

- la cellule du simulateur de base, dotée d'un ordinateur équipé d'un logiciel de simulation de vol, de trois écrans panoramiques ainsi que des commandes de vol, de type manche et palonniers, avec ou sans retour d'efforts ;
- la plateforme dynamique qui met en mouvement la cellule du simulateur. Commandée par le logiciel de simulation de vol, la plateforme dynamique permet de faire ressentir au pilote des sensations proches de celles du vol à bord d'un avion réel.



(a) Simulateur de vol à plateforme dynamique



(b) Diagramme des exigences partiel du simulateur de vol

FIGURE 13

Objectif 4 :

L'objectif de cette étude est de déterminer les paramètres angulaires à imposer afin d'obtenir un mouvement de tangage seul du simulateur de vol, puis justifier l'utilisation de vérins à gaz et de réducteurs irréversibles au sein de la plateforme dynamique.

La plateforme dynamique (figure 15 (a)) permet de mouvoir la cellule du simulateur (3). Elle est composée de trois servomoteurs identiques qui sont constitués d'une machine électrique, d'un codeur incrémental et d'un variateur de vitesse intégré (figure 15 (b)). Afin d'améliorer la compacité du système ainsi que son entretien, le constructeur a choisi d'utiliser des machines synchrones pour les chaines de motorisation. Les machines synchrones utilisées sont à aimants permanents et à stators bobinés. Chaque machine électrique entraîne un réducteur de type roue et vis sans fin *irréversible*, qui transmet l'énergie à un dispositif bielle-manivelle. Chacune des trois bielles est reliée à la cellule du simulateur (3) par un guidage sphérique. La cellule du simulateur (3) est reliée à un bras oscillant (6) par l'intermédiaire d'un joint de Cardan. Le bras oscillant (6) est relié au bâti (0) à l'aide d'une liaison modélisable par une liaison pivot d'axe (E, \vec{z}_0) . Deux vérins à gaz {corps (8) + tige (9)} relient le bras oscillant (6) au bâti afin de compenser les effets de la gravité et faciliter l'action des motorisations. Sur le modèle plan de la figure C, les deux vérins à gaz sont modélisés par une seule liaison glissière de direction $\vec{y}_{8,9}$ entre la tige (9) et le corps (8), ainsi qu'un ressort de compression (non représenté) entre ces deux mêmes solides, qui exerce un effort sur (8) et sur (9).

Les liaisons et paramètres géométriques sont les suivants (figures 15(a) et 16) :

- la liaison pivot d'axe $(E, \vec{z}_0 = \vec{z}_6)$ entre le bras oscillant (6) et le bâti (0) est paramétrée par l'angle $\theta_{60} = (\vec{x}_0, \vec{x}_6) = (\vec{y}_0, \vec{y}_6)$;
- $\vec{EC} = L \cdot \vec{x}_6$;
- le joint de Cardan entre la cellule du simulateur (3) et le bras oscillant (6) est modélisable par une liaison sphérique à doigt de centre C, interdisant la rotation autour de (C, \vec{y}_3) . Les mouvements de (3) par rapport à (6) sont paramétrés par les angles θ_{x36} et θ_{z36} comme indiqué sur la figure 14.

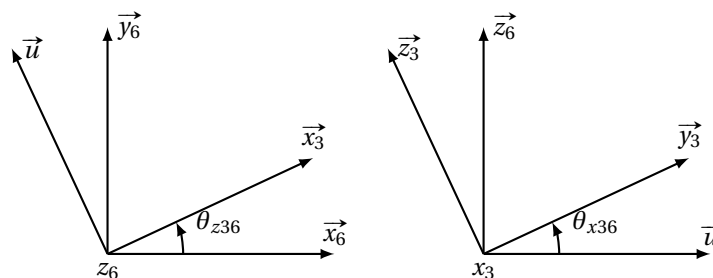


FIGURE 14 – Rotations de (3) par rapport à (6)

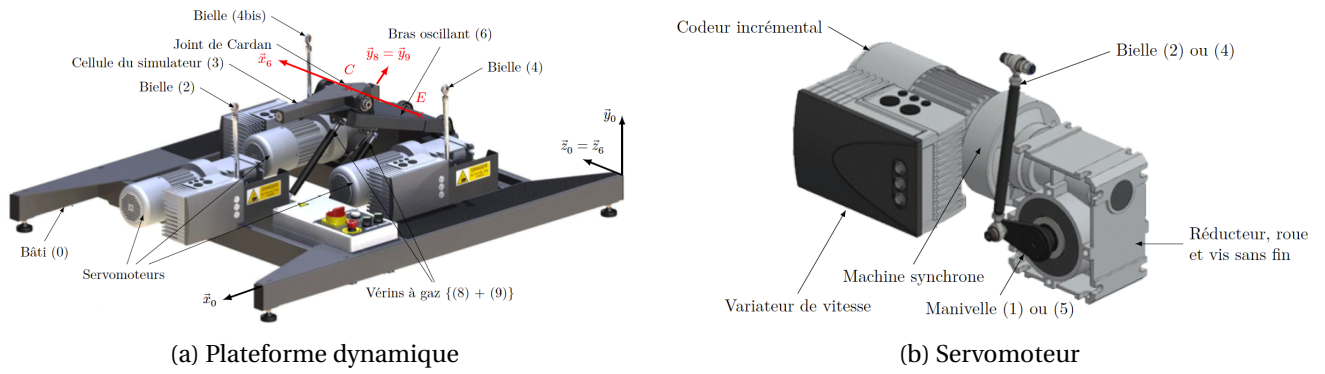


FIGURE 15

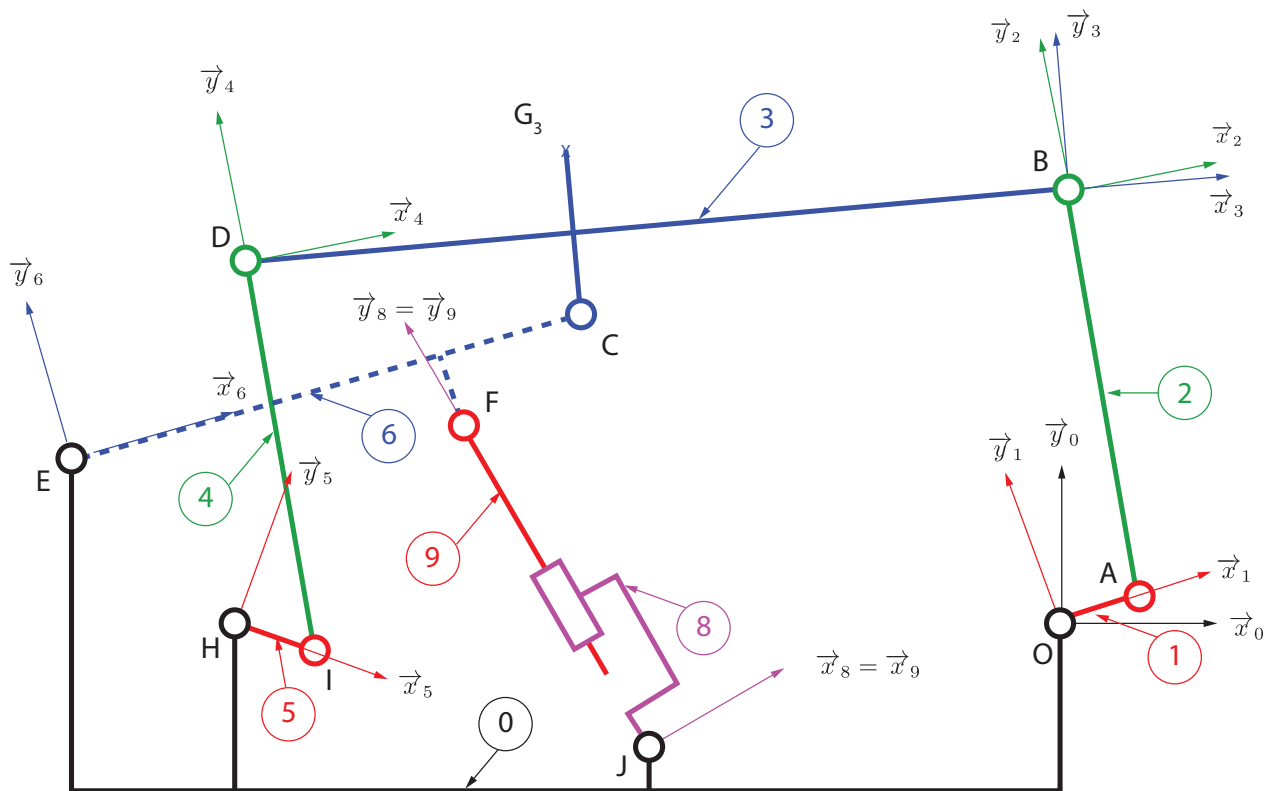
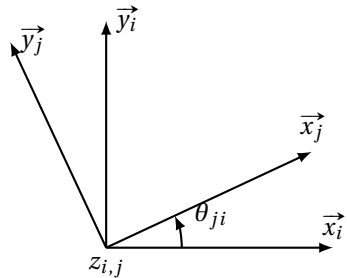


FIGURE 16 – Schéma cinématique de la plateforme dynamique en modélisation plane

Définition des angles de rotation de j/i



Dimensions

- $\overline{AB} = \overline{ID} = l$;
- $\overline{EF} = d_{61} \cdot \vec{x}_6 - h_6 \cdot \vec{y}_6$; $\overline{EC} = l \cdot \vec{x}_6$;
- $\overline{HI} = \overline{OA} = r$;
- $\overline{JF} = \lambda \cdot \vec{y}_{8,9}$;
- $\overline{DC} = d_{31} \cdot \vec{x}_3 - h_3 \cdot \vec{y}_3$; $\overline{CB} = d_{32} \cdot \vec{x}_3 + h_3 \cdot \vec{y}_3$;
- $\overline{EH} = d_{01} \cdot \vec{x}_0 - h_{01} \cdot \vec{y}_0$; $\overline{EO} = d_{02} \cdot \vec{x}_0 - h_{01} \cdot \vec{y}_0$;
- $\overline{EJ} = d_{03} \cdot \vec{x}_0 - h_{02} \cdot \vec{y}_0$
- $DB = HO = d = d_{32} + d_{31} = d_{02} - d_{01}$.

FIGURE 17 – Repérage et paramétrage du mouvement de tangage

2 Analyse des paramètres à imposer pour obtenir un mouvement de tangage seul du simulateur

Q 25 : Exprimer, en projection dans la base $R_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, le vecteur vitesse de rotation du mouvement de (3) par rapport à (0) en fonction de $\dot{\theta}_{60}$, $\dot{\theta}_{x36}$ et $\dot{\theta}_{z36}$. Conclure sur les conditions à imposer à certains paramètres angulaires pour obtenir un mouvement de tangage seul.

Indication : Pour le joint de cardan, si $\theta_{x36} = cte$ alors $\theta_{z36} = cte$

3 Dimensionnement et justification de l'utilisation des vérins à gaz

Les deux vérins à gaz se comportent comme des ressorts de compression et ont pour fonction de positionner verticalement le point C de la cellule du simulateur (3) à une position d'équilibre moyenne définie par l'angle $\theta_{60 moy}$, lorsque les biellettes (2), (4) et (4bis) ne sont pas liées respectivement aux manivelles (1), (5) et (5bis). Dans cette situation et en utilisant le paramétrage de la figure 16 :

- $\theta_{30} = 0^\circ$ et \vec{GC} est vertical;
- l'action mécanique de (3) sur (6) est modélisée par un glisseur en C de résultante $-m_3 \cdot g \cdot \vec{y}_0$, avec m_3 la masse de l'ensemble {cellule du simulateur + pilote} et g l'accélération de la pesanteur;
- l'action mécanique des deux tiges (9) sur (6) est modélisée par un seul glisseur en F de résultante $Y_{96} \cdot \vec{y}_9$;
- l'action mécanique de la pesanteur sur (6) est négligeable vis-à-vis des actions mécaniques précédentes.

Afin de dimensionner les vérins à gaz, il est nécessaire de déterminer en particulier l'effort qu'ils doivent fournir dans la position d'équilibre moyenne.

Q 26 : (Réservée aux 5/2) Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle plan du système de la figure 16 et conclure sur la possibilité de déterminer l'ensemble des actions mécaniques du modèle considéré.

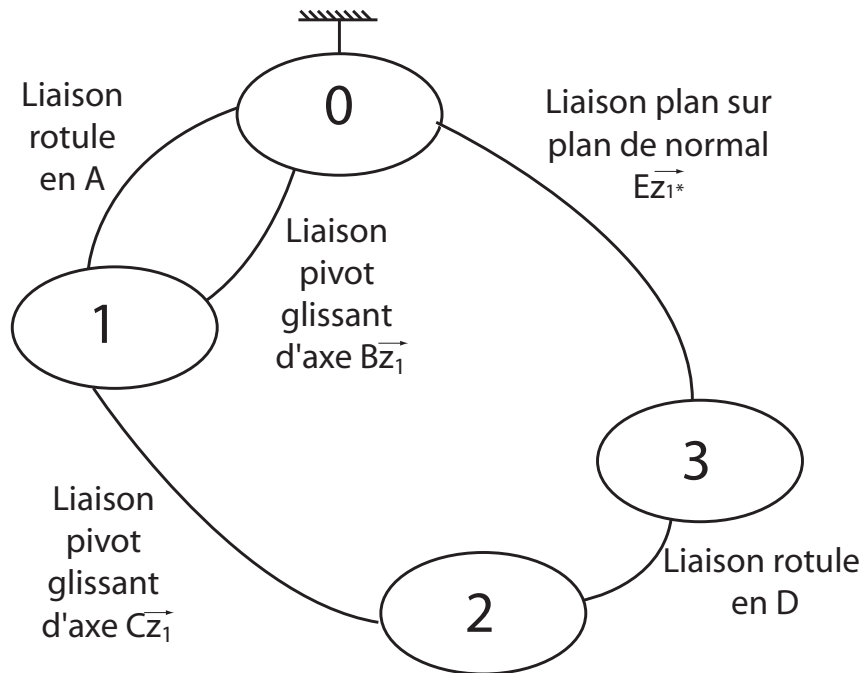
Q 27 : Donner l'expression littérale de l'effort Y_{96} que doit fournir la paire de vérins à gaz en fonction de g , m_3 , $\theta_{60 moy}$, θ_{96} et des paramètres géométriques. Préciser le théorème et la projection utilisés.

Q 28 : Compte tenu de la masse importante de l'ensemble {cellule du simulateur + pilote}, justifier l'intérêt d'utiliser les deux vérins à gaz du point de vue des couples que doivent fournir les moteurs utilisés au voisinage de la position d'équilibre moyenne. En outre, justifier d'un point de vue énergétique l'intérêt d'avoir choisi des réducteurs irréversibles lorsque le système n'est pas en mouvement.

Corrigé

Exercice 1 : Modélisation d'une pompe à pistons axiaux

Q 1 : Dessiner le graphe de liaison de structure du modèle de la pompe.



Q 2 : Faire le bilan des actions mécaniques pour l'ensemble 1

On choisit d'écrire tous les torseurs des actions mécaniques au point B :

- Action de 0 sur 1 en A :

$$\left\{ \mathcal{F}_{(S_0 \rightarrow S_1)}^A \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} & 0 \\ Z_{A01} & 0 \end{array} \right\}_{R_1} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{A01} & L_1 Y_{A01} \\ Y_{A01} & -L_1 X_{A01} \\ Z_{A01} & 0 \end{array} \right\}_{R_1}$$

- Action de 0 sur 1 en B :

$$\left\{ \mathcal{F}_{(S_0 \rightarrow S_1)}^B \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{B01} & L_{B01} \\ Y_{B01} & M_{B01} \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{R_1}$$

- Action de 2 sur 1 en C :

$$\left\{ \mathcal{F}_{(S_2 \rightarrow S_1)}^C \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{C21} & L_{C21} \\ Y_{C21} & M_{C21} \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{R_1} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{C21} & L_{C21} \\ Y_{C21} & M_{C21} \\ 0 & -R Y_{C21} \end{array} \right\}_{R_1}$$

Q 3 : Faire le bilan des actions mécaniques pour l'ensemble 2

On choisit d'écrire tous les torseurs des actions mécaniques au point C :

- **Action de 3 sur 2 en D :**

$$\left\{ \mathcal{F}_{(S_3 \rightarrow S_2)}^D \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{D32} & 0 \\ Y_{D32} & 0 \\ Z_{D32} & 0 \end{array} \right\}_{R_1} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{D32} & -\lambda Y_{D32} \\ Y_{D32} & \lambda X_{D32} \\ Z_{D32} & 0 \end{array} \right\}_{R_1}$$

- **Action de 1 sur 2 en C :**

$$\left\{ \mathcal{F}_{(S_1 \rightarrow S_2)}^C \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} -X_{C21} & -L_{C21} \\ -Y_{C21} & -M_{C21} \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{R_1}$$

- **Action de la pression en C :**

$$\left\{ \mathcal{F}_{(pression \rightarrow S_2)}^C \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_p & 0 \end{array} \right\}_{R_1}$$

Q 4 : Faire le bilan des actions mécaniques pour l'ensemble 3

On choisit d'écrire tous les torseurs des actions mécaniques au point D :

- **Action de 2 sur 3 en D :**

$$\left\{ \mathcal{F}_{(S_2 \rightarrow S_3)}^D \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} -X_{D32} & 0 \\ -Y_{D32} & 0 \\ -Z_{D32} & 0 \end{array} \right\}_{R_1}$$

- **Action de 0 sur 3 en E :**

$$\left\{ \mathcal{F}_{(S_0 \rightarrow S_3)}^E \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & L_{E03} \\ 0 & M_{E03} \\ Z_{E03} & 0 \end{array} \right\}_{R_1^*} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & L_{E03} \\ 0 & M_{E03} \\ Z_{E03} & 0 \end{array} \right\}_{R_1^*} = \left\{ \begin{array}{cc} Z_{E03} \sin(\alpha) & L_{E03} \cos(\alpha) \\ 0 & M_{E03} \\ Z_{E03} \cos(\alpha) & -L_{E03} \sin(\alpha) \end{array} \right\}_{R_1}$$

Q 5 : Donner le système d'équation associée à l'équilibre statique du système

En appliquant successivement le principe fondamental de la statique pour chacun des trois ensemble on obtient un système de 18 équations :

$$\begin{array}{l}
 (1)\text{résultante suivant } \vec{x}_1 \\
 (2)\text{résultante suivant } \vec{y}_1 \\
 (3)\text{résultante suivant } \vec{z}_1 \\
 (4)\text{moment suivant } (B, \vec{x}_1) \\
 (5)\text{moment suivant } (B, \vec{y}_1) \\
 (6)\text{moment suivant } (B, \vec{z}_1) \\
 (7)\text{résultante suivant } \vec{x}_1 \\
 (8)\text{résultante suivant } \vec{y}_1 \\
 (9)\text{résultante suivant } \vec{z}_1 \\
 (10)\text{moment suivant } (C, \vec{x}_1) \\
 (11)\text{moment suivant } (C, \vec{y}_1) \\
 (12)\text{moment suivant } (C, \vec{z}_1) \\
 (13)\text{résultante suivant } \vec{x}_1 \\
 (14)\text{résultante suivant } \vec{y}_1 \\
 (15)\text{résultante suivant } \vec{z}_1 \\
 (16)\text{moment suivant } (D, \vec{x}_1) \\
 (17)\text{moment suivant } (D, \vec{y}_1) \\
 (18)\text{moment suivant } (D, \vec{z}_1)
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 X_{A01} + X_{B01} + X_{C21} = 0 \\
 Y_{A01} + Y_{B01} + Y_{C21} = 0 \\
 Z_{A01} = 0 \\
 L_1 Y_{A01} + L_{B01} + L_{C21} = 0 \\
 -L_1 X_{A01} + M_{B01} + M_{C21} = 0 \\
 -R Y_{C21} = 0 \\
 X_{D32} - X_{C21} = 0 \\
 Y_{D32} - Y_{C21} = 0 \\
 Z_{D32} + F_p = 0 \\
 -\lambda Y_{D32} - L_{C21} = 0 \\
 \lambda X_{D32} - M_{C21} = 0 \\
 0 = 0 \\
 -X_{D32} + Z_{E03} \sin(\alpha) = 0 \\
 -Y_{D32} = 0 \\
 -Z_{D32} + Z_{E03} \cos(\alpha) = 0 \\
 L_{E03} \cos(\alpha) = 0 \\
 M_{E03} = 0 \\
 -M_{E03} \sin(\alpha) = 0
 \end{array}
 \right.$$

Q 6 : A l'aide de la théorie des mécanismes et le degré d'hyperstatisme, discuter de la possibilité de résolution de ce problème. Proposer une solution et une interprétation le cas échéant.

- On obtient alors un système de $E_s = 18$ **équations statiques**.
- La modélisation comporte $I_s = 17$ **inconnues statiques**.
- Certaines de ces équations ne sont pas significatives, elles correspondent aux mobilités cinématiques du mécanisme :
 - Équation (12) "0 = 0" : *mobilité de rotation de piston autour de* (C, \vec{z}_1) .
 - Les équations (6) (8) et (14) sont équivalentes à deux équations libres : *mobilité de rotation du barillet autour de* (B, \vec{z}_1) .
 - Équation (18) liée à (17) : *rotation du poussoir autour de* (E, \vec{z}_{1*}) .

Le système possède alors **3 mobilités cinématiques** ($m_c = 3$).

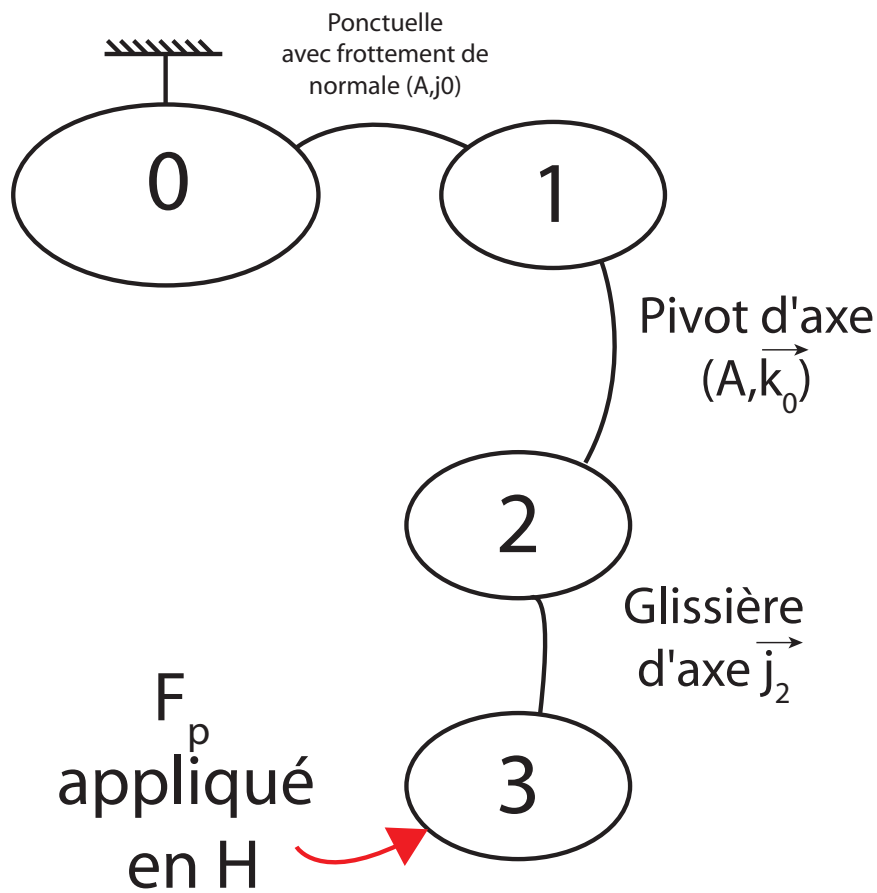
Pour résoudre ce système on se retrouve donc avec $r_s = 15$ **équations significatives** (rang du système d'équations statiques r_s) pour $I_s = 17$ **inconnues**. Nous avons donc un déficit de **2 équations** ou encore 2 inconnues statiques de trop pour résoudre le problème. Le système est donc **hypercontraint**. **On dit que la modélisation du système est hyperstatique d'ordre 2**

$$h = I_s - r_s = I_s - (E_s - m_c) \quad (1)$$

Q 7 : Mettre en oeuvre la résolution numérique de ce problème.

Exercice 2 : Canne robotisée

Q 8 : Tracer le graphe de structure traduisant le modèle proposé.



Q 9 : À partir d'un isolement à préciser et d'un théorème à énoncer, justifier le support de l'action de contact en I et de l'action en H . Pour cette question, l'écriture des torseurs associés aux actions mécaniques n'est pas demandée.

La liaison entre la roue 1 et le sol 0 est une liaison ponctuelle, l'action mécanique du sol 0 sur la roue 1 en I peut être modélisée par un glisseur.

On isole la canne complète, ensemble $\{1 + 2 + 3\}$. Cet ensemble est à l'équilibre sous l'action de deux glisseurs en I et en H. D'après le théorème du moment statique, ces glisseurs sont de même support la droite d'action (IH) et d'après le théorème de la résultante, ils sont opposés.

Q 10 : Quelle doit être la condition entre l'angle $\beta(t)$ et l'angle de frottement φ pour que l'équilibre de la canne soit assuré? Cet équilibre est-il remis en question si l'intensité de l'action \vec{F}_p du patient en H évolue (augmente ou diminue)? Justifier votre réponse et préciser le nom donné à ce type d'équilibre.

L'équilibre est assuré si $\beta(t) < \varphi$. Si l'intensité de l'action \vec{F}_p du patient en H évolue, l'équilibre reste inchangé car le support est toujours la droite d'action (IH). L'équilibre sera assuré tant que le moteur est capable de fournir le couple nécessaire pour maintenir la position angulaire de la roue. Cet équilibre est un équilibre de type arc-boutement.

Q 11 : En développant une fermeture vectorielle en projection dans la base \mathcal{B}_0 , donner deux équations algébriques. En déduire la relation entre $\beta(t)$, $\theta(t)$, $\ell(t)$ et R.

La fermeture géométrique $\vec{IA} + \vec{AH} = \vec{IH}$ s'écrit avec la paramétrage donné :

$R \cdot \vec{j}_0 + \ell \cdot \vec{j}_2 = \lambda(t) \cdot \vec{v}$. En projetant cette équation dans la base \mathcal{B}_0 , on obtient :

$$l \vec{i}_0 : 0 - \ell \cdot \sin(\theta) = -\lambda \cdot \sin(\beta) \text{ (eq1)}$$

$$l \vec{j}_0 : R + \ell \cdot \cos(\theta) = \lambda \cdot \cos(\beta) \text{ (eq2)}$$

On obtient la relation demandée en éliminant le paramètre λ . Pour cela on considère $\frac{\text{(eq1)}}{\text{(eq2)}}$ en s'assurant que

$\beta \neq \pi/2$, il vient :

$$\tan(\beta) = \frac{\ell \cdot \sin(\theta)}{R + \ell \cdot \cos(\theta)}$$

Q 12 : Relever sur la figure 5, page 4 la valeur maximale d'inclinaison de la canne lors de la phase d'appui (on rappelle que la canne suit le mouvement de la hanche du patient) et en déduire la valeur minimale du facteur de frottement assurant l'équilibre. Conclure sur l'utilisation du prototype de canne sur un sol de type béton.

On relève sur la figure 5 un angle maximal de la hanche de l'ordre de 15° lors du cycle de marche. Donc $\theta \leq 15^\circ$, ce qui implique : $\tan \beta \leq \frac{(h-R)}{h} \cdot \tan(\theta)$, l'application numérique donne avec $R=0,05$ et $h \in [0,85;1]$:

$$\beta \leq 14,28^\circ \text{ pour } h = 1 \text{ m,}$$

$$\beta \leq 14,15^\circ \text{ pour } h = 0,85 \text{ m.}$$

Il faut donc avoir un angle de frottement $\varphi > 14,3^\circ$, donc un coefficient de frottement $f = \tan(\varphi) > 0.255$. Le cahier des charges stipule un coefficient de frottement minimal de 0,4 (exigence Id 3.1.3), la condition est donc bien vérifiée.

Q 13 : Isoler la roue 1 et, à partir d'un théorème à préciser, déterminer l'expression puis la valeur numérique du couple en sortie du réducteur C_R , permettant d'assurer l'équilibre de la canne.

On isole la roue 1. Le bilan des actions mécaniques est :

- l'action de 2 sur 1 en A, liaison pivot parfaite d'axe (A, z_0) ,
- l'action du sol 0 sur 1 en I, glisseur de résultante $\vec{T}_{0 \rightarrow 1}$,
- l'action de l'arbre de sortie du reducteur, moment de résultante $-C_R \cdot \vec{k}_0$.

La roue 1 est supposée à l'équilibre, d'après le théorème des moments statiques en A selon \vec{k}_0 , il vient :

$$-C_R + \left(\vec{T}_{0 \rightarrow 1} \wedge \vec{IA} \right) \cdot \vec{k}_0 = 0,$$

$$C_R = \left(I_{0 \rightarrow 1} \cdot \vec{v} \wedge R \cdot \vec{j}_0 \right) \cdot \vec{k}_0,$$

$$C_R = -R \cdot I_{0 \rightarrow 1} \cdot \sin(\beta).$$

Or d'après la Question 18, $\| \vec{T}_{0 \rightarrow 1} \| = \| \vec{F}_P \| = 175 \text{ N}$.

L'application numérique donne, à la limite de l'adhérence $\beta = \varphi = \arctan(0,4)$:

$$|C_R| \approx 3,25 \text{ N.m.}$$

Q 14 : Justifier la dernière relation donnée et valider le choix du moteur.

Le couple à fournir par le moteur est donc $C_{mR} = \frac{C_R}{30 \cdot \eta_{trans}}$, soit $C_{mR} = \frac{5}{30 \cdot 0,9} \approx 0,185 \text{ N.m}$.

Le couple nominal du moteur est donné dans **tableau ??** : $C_n = 0,279 \text{ N.m}$.

Le moteur est donc capable de fournir le couple nécessaire.

Exercice 3 : Etude d'un hayon de coffre motorisé

1 Étude d'un hayon de voiture

Q 1 : Déterminer l'angle d'ouverture maximal.

Déplacement vertical du point D lors des 42° :

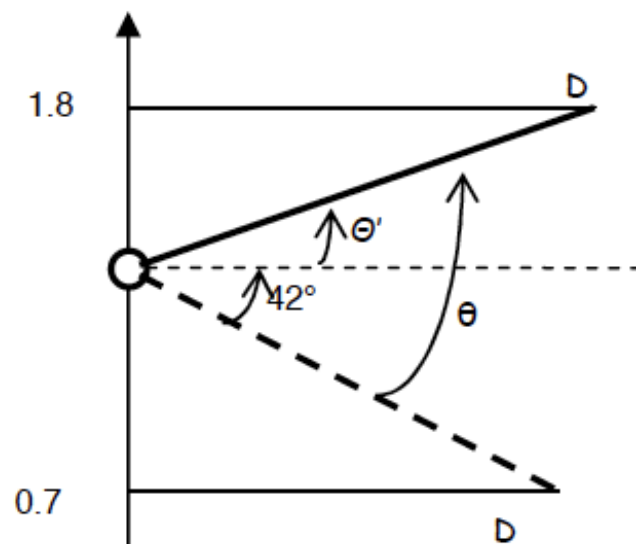
$$d \cdot \sin(42^\circ) = 0,67 \text{ m}$$

il reste donc un déplacement vertical de $0,43 \text{ m}$ d'où :

$$\theta' = \arcsin\left(\frac{0,43}{d}\right) = 25,5^\circ$$

On en déduit l'angle d'ouverture maximal :

$$\boxed{\theta_{Max} = 67,5^\circ}$$



Q 2 : Par l'écriture de la fermeture géométrique dans le triangle ABC, déterminer la longueur du vérin L en fonction de l'angle d'ouverture du coffre θ .

Fermeture géométrique du triangle ABC :

$$\vec{AC} + \vec{CB} + \vec{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow L.\vec{x}_v - c.\vec{x}_p + a.\vec{x}_0 - b.\vec{y}_0 = \vec{0}$$

D'où en projetant dans la base B_0 ,

$$L.\vec{x}_v = c.\vec{x}_p - a.\vec{x}_0 + b.\vec{y}_0 = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} L.\cos\alpha = c.\cos\theta - a \\ L.\sin\alpha = c.\sin\theta + b \end{cases}$$

Ce qui donne :

$$L = \sqrt{(c.\cos\theta - a)^2 + (c.\sin\theta + b)^2}$$

Q 3 : Déterminer les valeurs extrêmes de θ , ainsi que la course du vérin.

- Longueur mini du vérin :

$$L_0 = \sqrt{(c - a)^2 + b^2} = 0.433m$$

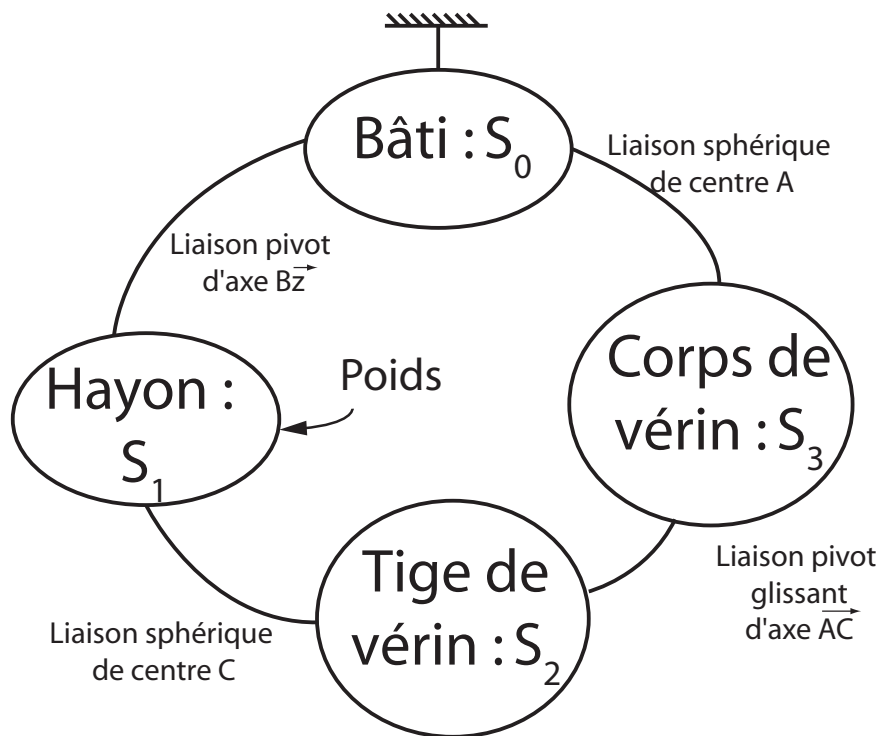
- Longueur maxi du vérin :

$$L_{\max} = \sqrt{(c.\cos 67.5 - a)^2 + (c.\sin 67.5 + b)^2} = 0.565m$$

- Ce qui donne :

$$Course = L_{\max} - L_0 = 0.132m$$

Q 4 : Construire le graphe de structure du problème.



Q 5 : Proposer un ordonnancement des isollements permettant de répondre à l'objectif de cette partie.

On souhaite déterminer une relation entre :

- $F_v = \vec{R}_{21} \cdot \vec{x}_v$ et
- $P = \vec{R}_{poids \rightarrow 1} \cdot \vec{y}_t$

On prendra en compte l'hypothèse de **problème plan**.

On peut alors procéder ainsi :

1. On isole l'ensemble $S_2 + S_3$ qui n'est soumis qu'à deux actions mécaniques de type glisseur.
2. On isole ensuite S_1 .

Q 6 : Dans un premier temps montrer alors que l'action mécanique de $S_2 \rightarrow S_3$ peut-être modélisable par un glisseur dont la résultante est portée par \vec{x}_v . On notera sa norme F_v . On supposera ce résultat pour la suite.

On isole l'ensemble $S_2 + S_3$ qui n'est soumis qu'à deux actions mécaniques de type glisseur. Les résultantes des actions mécanique de $S_1 \rightarrow S_2$ et de $S_0 \rightarrow S_0$ sont directement opposées et donc dirigées par \vec{AC} colinéaire à \vec{x}_v .

Q 7 : Déterminer l'effort F_v exercé par chacun des vérins sur la porte de coffre en fonction de θ , α et des constantes du problème : on suivra rigoureusement la méthodologie vue dans le cours.

On isole le hayon et on écrit l'équation des moments en B en projection sur \vec{z}_0 :

$$\sum \vec{M}_{B, ext \rightarrow hayon} \cdot \vec{z}_0 = 0$$

$$\begin{aligned} & (\vec{BG} \wedge \vec{P}) \cdot \vec{z}_0 + (\vec{BC} \wedge 2.F_V) \cdot \vec{z}_0 = 0 \\ \Rightarrow & (\lambda \cdot \vec{x}_p \wedge -Mg \cdot \vec{y}_t) \cdot \vec{z}_0 + (c \cdot \vec{x}_p \wedge 2.F_V \cdot \vec{x}_v) \cdot \vec{z}_0 = 0 \\ \Rightarrow & -\lambda \cdot Mg \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_0 - \theta\right) + 2.F_V \cdot c \cdot \sin(\alpha - \theta) \end{aligned}$$

D'où,

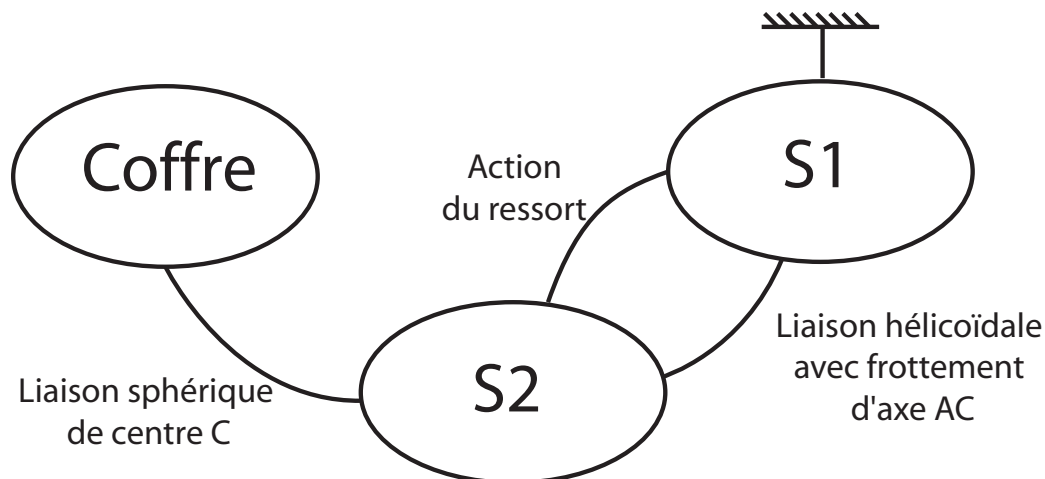
$$F_V = \frac{\lambda \cdot Mg \cdot \cos(\theta_0 - \theta)}{2 \cdot c \cdot \sin(\alpha - \theta)}$$

Q 8 : Considérer l'ensemble vérin composé de deux sous-ensembles :

- S3 : Moteur + vis+ réducteur + corps du vérin
- S2 : Ecrou (tige de vérin)

et tracer le graph de structure.

On considère l'étude du vérin et il en ressort le graphe de liaison suivant :



Q 9 : Isoler S_2 et en utilisant le théorème adéquat, déterminer la relation entre F_v , F_{frot} , k (raideur du ressort) et $\Delta L = L - L_0$ (allongement du ressort).

On isole la tige du vérin S_2 , on utilise un théorème de la résultante statique selon la direction $\overrightarrow{AC} // \overrightarrow{x}_v$. On ne fera donc uniquement un bilan résultante suivant \overrightarrow{x}_v :

- Action du coffre : $\overrightarrow{F}_{\text{coffre} \rightarrow S_2} \cdot \overrightarrow{x} = -F_v$ avec $F > 0$;
- Action du ressort sur S_2 : $\overrightarrow{F}_{\text{ressort} \rightarrow S_2} \cdot \overrightarrow{x}_v = -k \cdot (L - L_0)$;
- Action de la liaison hélicoïdale avec frottement : $\overrightarrow{F}_{S_1 \rightarrow S_2} \cdot \overrightarrow{x}_v = +F_{\text{frot}}$ car le mouvement éventuel de S_2/S_1 est dirigé selon $-\overrightarrow{x}_v$.

Le théorème en résultante statique appliqué à S_2 en projection selon \overrightarrow{x}_v donne donc :

$$-F_v - k \cdot (L - L_0) + F_{\text{frot}} = 0$$

Q 10 : Déterminer la raideur k du ressort et sa longueur à vide L_0 de manière à obtenir une situation d'équilibre sur la plus grande plage de fonctionnement. Préciser votre démarche.

On se place sur la portion linéaire la plus étalée conformément au cahier des charges. L'équation obtenue à la question précédente permet d'obtenir la relation suivante :

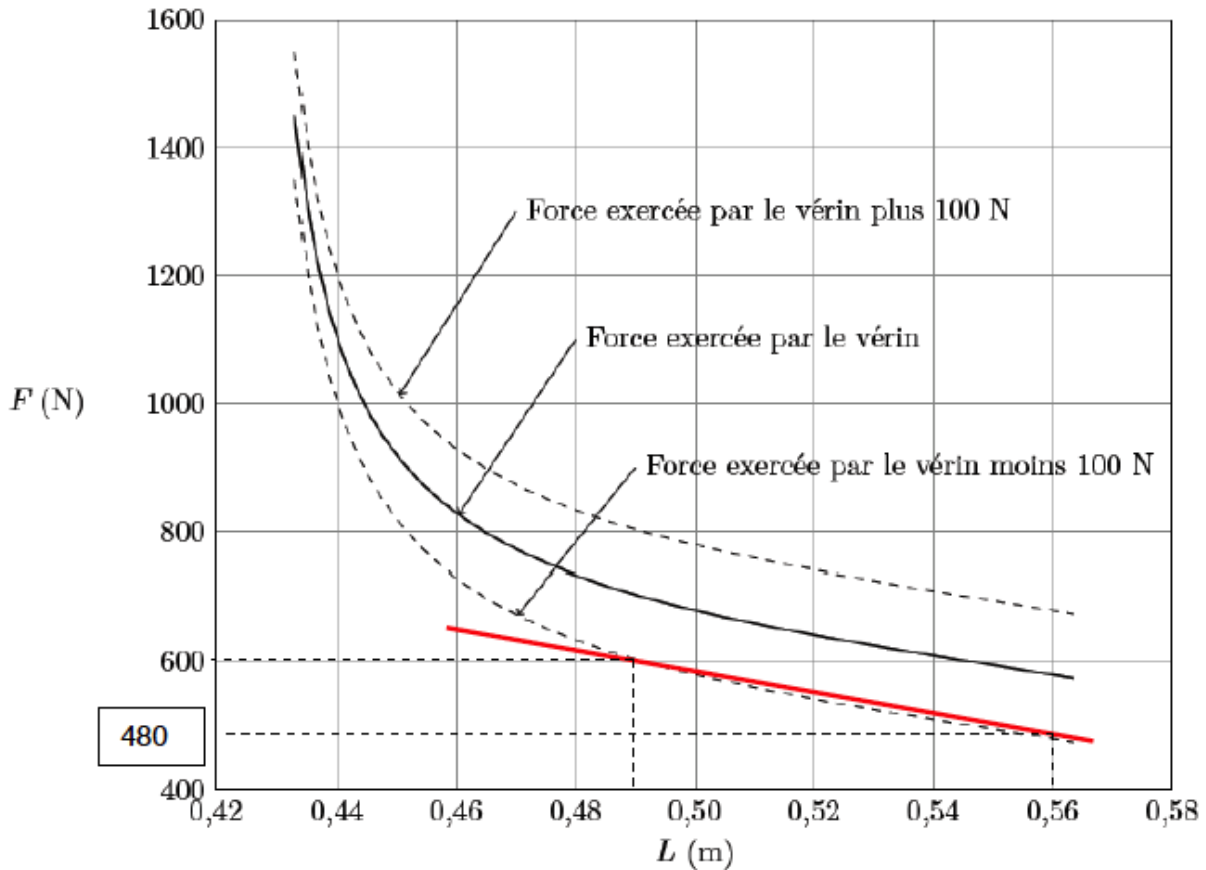
$$F - F_{frot} = -k \cdot (L - L_0)$$

On en tire par régression linéaire :

$$k = \frac{600 - 480}{0,56 - 0,49} = 1714 \text{ N/m}$$

et en prenant une valeur particulière sur la courbe :

$$L_0 = \frac{F - F_{frot}}{k} + L = \frac{480}{1715} + 0,56 = 0,84$$



Exercice 4 : Simulateur de vol

2 Étude d'un simulateur de vol

Q 1 : Exprimer, en projection dans la base $R_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, le vecteur vitesse de rotation du mouvement de (3) par rapport à (0) en fonction de $\dot{\theta}_{60}$, $\dot{\theta}_{x36}$ et $\dot{\theta}_{z36}$. Conclure sur les conditions à imposer à certains paramètres angulaires pour obtenir un mouvement de tangage seul.

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \dot{\theta}_{x36} \vec{x}_3 + \dot{\theta}_{z36} \vec{z}_6 + \dot{\theta}_{60} \vec{z}_6$$

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{x36} \\ (\dot{\theta}_{z36} + \dot{\theta}_{60}) \sin \theta_{x36} \\ (\dot{\theta}_{z36} + \dot{\theta}_{60}) \cos \theta_{x36} \end{pmatrix}_{R_3}$$

Un mouvement de tangage seul impose :

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{x36} = 0 \\ (\dot{\theta}_{z36} + \dot{\theta}_{60}) \sin \theta_{x36} = 0 \end{cases} \iff \theta_{x36} = 0 \text{ ou } (\dot{\theta}_{z36} = -\dot{\theta}_{60} \text{ et } \theta_{x36} = cte)$$

Pour le joint de cardan, si $\theta_{x36} = cte$ alors $\theta_{z36} = cte$ et donc on aurait $\dot{\theta}_{z36} = 0 \Rightarrow \dot{\theta}_{60} = 0$. Il n'y aurait donc plus de tangage.

La solution consistant à avoir $\theta_{x36} = 0$ est donc la seule compatible avec la cinématique du système.

Q 2 : (Réservée aux 5/2) Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle plan du système de la figure 16 et conclure sur la possibilité de déterminer l'ensemble des actions mécaniques du modèle considéré.

Chaque liaison pivot d'axe de direction normale au plan considéré possède 2 inconnues statiques. Il y en a 9.

$$\{\mathcal{T}_{i \rightarrow j}\} = \begin{pmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & N_{ij} \\ Z_{ij} & 0 \end{pmatrix}_P \implies \begin{pmatrix} X_{ij} & 0 \\ Y_{ij} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_P$$

Pour la liaison glissière :

$$\{\mathcal{T}_{8 \rightarrow 9}\} = \begin{pmatrix} X_{89} & L_{89} \\ 0 & N_{89} \\ Z_{89} & M_{89} \end{pmatrix}_{F,R_8} \implies \begin{pmatrix} X_{89} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & M_{89} \end{pmatrix}_{F,R_8}$$

Pour la liaison sphérique à doigt :

$$\{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 6}\} = \begin{pmatrix} X_{36} & 0 \\ Y_{36} & N_{36} \\ Z_{36} & 0 \end{pmatrix}_{C,R_3} \implies \begin{pmatrix} X_{36} & 0 \\ Y_{36} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{C,R_3}$$

Soit un nombre d'inconnues statiques I_s de

$$I_s = (9 + 1 + 1) \times 2 = 22$$

Il y a 8 solides hors bâti, soit un nombre d'équation E_s de :

$$E_s = 8 \times 3 = 24$$

Les mobilités du mécanisme sont au nombre de 2 avec les axes motorisés en H et en 0

Le degré d'hyperstatisme est donc de 0 :

$$H = I_s - E_s + m = 22 - 24 + 2 = 0$$

Il est donc possible de déterminer l'ensemble des actions mécaniques.

Q 3 : Donner l'expression littérale de l'effort Y_{96} que doit fournir la paire de vérins à gaz en fonction de g , m_3 , $\theta_{60\text{ moy}}$, θ_{96} et des paramètres géométriques. Préciser le théorème et la projection utilisés.

On isole tout d'abord l'ensemble {9+8}. Il est soumis uniquement à 2 glisseurs. On en déduit :

$$\vec{F}_{9 \rightarrow 6} = Y_{96} \vec{y}_9$$

Ensuite on isole {6} :

Bilan des action mécaniques extérieures :

$$\{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 6}\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_3 g \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C$$

$$\{\mathcal{T}_{9 \rightarrow 6}\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{96} \vec{y}_9 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_F$$

$$\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 6}\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{06} \vec{x}_0 + Y_{06} \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$$

On applique le théorème du moment statique suivant (E, \vec{z}_0) :

$$\vec{\mathcal{M}}_E(\vec{F}_{9 \rightarrow 6}) = \vec{EF} \wedge \vec{F}_{9 \rightarrow 6} = (d_{61} \vec{x}_6 - h_6 \vec{y}_6) \wedge Y_{96} \vec{y}_9 = d_{61} \cos \theta_{96} Y_{96} \vec{z}_0 - h_6 \sin \theta_{96} Y_{96} \vec{z}_0$$

$$\vec{\mathcal{M}}_E(\vec{F}_{3 \rightarrow 6}) = \vec{EC} \wedge \vec{F}_{3 \rightarrow 6} = L \vec{x}_6 \wedge (-m_3 g \vec{y}_0) = -L \cos \theta_{60} m_3 g \vec{z}_0$$

$$\vec{\mathcal{M}}_E(\vec{F}_{0 \rightarrow 6}) = \vec{0}$$

Ainsi :

$$d_{61} \cos \theta_{96} Y_{96} - h_6 \sin \theta_{96} Y_{96} - L \cos \theta_{60} m_3 g = 0 \implies Y_{96} = \frac{L \cos \theta_{60} m_3 g}{d_{61} \cos \theta_{96} - h_6 \sin \theta_{96}}$$

Q 4 : Compte tenu de la masse importante de l'ensemble {cellule du simulateur + pilote}, justifier l'intérêt d'utiliser les deux vérins à gaz du point de vue des couples que doivent fournir les moteurs utilisés au voisinage de la position d'équilibre moyenne. En outre, justifier d'un point de vue énergétique l'intérêt d'avoir choisi des réducteurs irréversibles lorsque le système n'est pas en mouvement.

Les deux vérins compensent l'effet de pesanteur dans une position moyenne, cela permet de soulager les deux moteurs. En position d'équilibre, le système est bloqué par arc-boutement à cause des réducteurs irréversibles. Ce blocage mécanique permet de ne pas consommer inutilement d'énergie électrique pendant une phase de vol de croisière par exemple où la position reste stable. En revanche, cette irréversibilité a un coût énergétique lors des phases de mouvement car cela implique forcément un rendement plus faible dans la transmission.