

LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE P.S.I.

ANNÉE 2023 - 2024



C3 : MODÉLISATION DES CHAÎNES DE SOLIDE : LOIS  
ENTRÉES/SORTIES ET CONTRAINTES GÉOMÉTRIQUES

## TD 7 - Détermination de lois d'entrée sortie en cinématique (C3-2)

### Compétences

- **Modéliser**
  - Choisir un modèle adapté aux performances à prévoir ou à évaluer.
  - Proposer une modélisation des liaisons avec leurs caractéristiques géométriques.
  - Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique.
  - Modifier un modèle pour le rendre isostatique.
- **Résoudre**
  - Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement.
- **Communiquer**
  - Lire et décoder un document technique.
  - Produire des documents techniques adaptés à l'objectif de la communication.
  - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

## Exercice 1 : Etude du véhicule Clever

**Source :** Banque PT 2013 SIA

Pour la mise en oeuvre du TP on pourra utiliser un notebook développé sur Capytal. Avec le QR code ci-contre ou l'url ci-dessous, vous pourrez vous connecter via votre identifiant ENT.

<https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/2ff9-2302333>

Code de partage capytal : 2ff9-2302333



## 1 Modélisation

On s'intéresse au mouvement de la cabine du véhicule à trois roues Clever dont la cabine s'incline à l'image d'une moto pour prendre un virage. La figure 1 donne le schéma cinématique du système avec :

- 0 : le châssis,
- 1 : l'habitacle,
- 4 et 4' : corps des vérins hydrauliques,
- 5 et 5' : tiges des vérins hydrauliques.

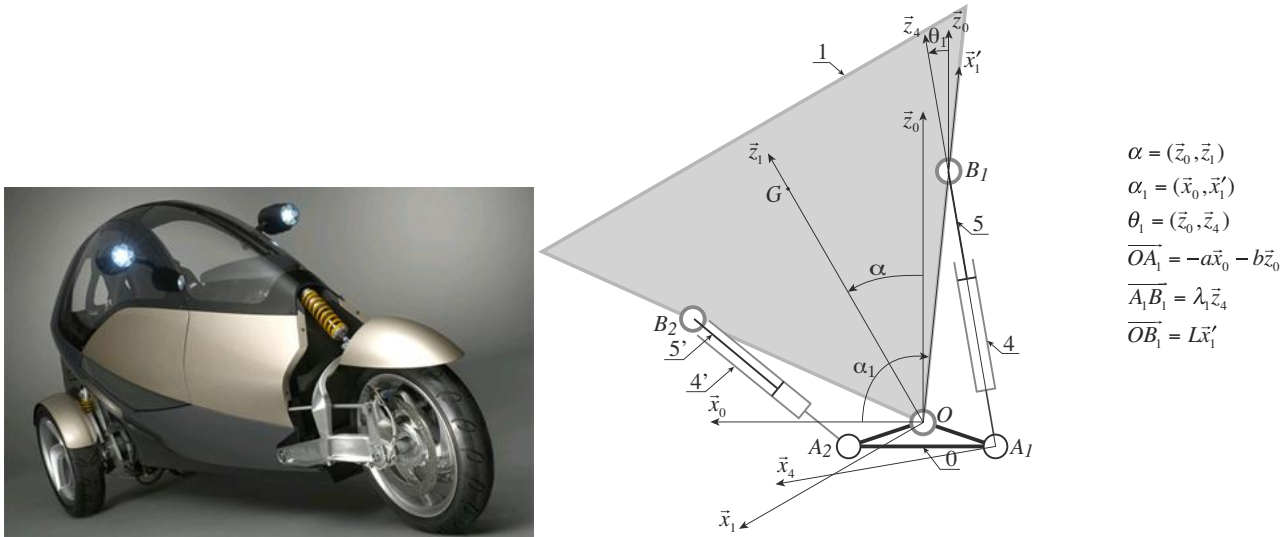


FIGURE 1 – cinématique adoptée pour l'étude analytique

Pour piloter le mécanisme, il est nécessaire de connaître l'angle de la cabine en fonction de l'élongation des vérins.

On suppose que le mécanisme étudié admet  $(O, \vec{z}_0, \vec{x}_0)$  comme plan d'étude. Le modèle cinématique adopté est précisé par le schéma cinématique de la figure 1, sur laquelle sont aussi représentées les données géométriques et les paramètres de mouvements qui seront utilisés dans la question suivante afin de simplifier l'étude.

L'étude géométrique s'effectue avec les données suivantes : avec  $\alpha \in [-50^\circ, 50^\circ]$ ,  $a = 0,14\text{m}$ ,  $b = 0,046\text{m}$  et  $L = 0,49\text{m}$ .

**Q 1 : Déterminer 2 équations scalaire reliant  $\alpha_1$  (on a  $\alpha = \alpha_1 - \alpha_{10}$  avec  $\alpha_{10}$  valeur de  $\alpha_1$  pour l'habitacle non incliné),  $\theta_1$  et  $\lambda_1$  (les directions de projection seront judicieusement choisies).**

## 2 Résolution analytique

**Q 2 : En éliminant le paramètre  $\theta_1$ , mettre la relation entre  $\alpha_1$  et  $\lambda_1$  sous la forme :  $\cos(\alpha_1 + \psi) = \frac{A}{B}$  en précisant les expression de  $\psi$ ,  $A$  et  $B$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $L$  et  $\lambda_1$ .**

L'objectif du TP est de déterminer l'angle  $\alpha$  pour une valeur d'élongation  $\lambda_1$  donnée.

## 3 Approche graphique

**Q 3 : Construire un tableau contenant les valeurs de  $\alpha$  en radian.**

**Q 4 : Définir la fonction  $\lambda_1(\alpha)$  renvoyant un tableau contenant les valeurs de  $\lambda_1(\alpha)$ .**

**Q 5 : Tracer l'angle  $\alpha$  en fonction de  $\lambda_1$  sur le domaine d'étude considéré.**

**Q 6 : Déterminer graphiquement, à l'aide de zoom sur la figure, l'angle  $\alpha$  pour un allongement de  $\lambda_1 = 0,4\text{m}$ .**

## 4 Méthodes numériques

### a) Méthode par dichotomie

Soit la fonction  $f$  dans notre problème définie par :

```
def f(alpha):
    lambda0=0.4
    return lambda0 - lambda1(alpha)
```

**Q 7 : Planter l'algorithme de dichotomie dans une fonction `dichotomie(a, b, epsilon, f)` et vérifier que le résultat renvoyé correspond à celui attendu.**

**Q 8 : Modifier votre algorithme pour afficher le nombre d'itérations ainsi que la solution quand la convergence est atteinte.**

**Q 9 : Modifier votre algorithme pour que celui-ci renvoie la liste contenant les solutions successives obtenues à chaque itération. On supposera que la solution à chaque itération est  $\frac{a+b}{2}$ .**

### b) Méthode de Newton

**Q 10 : Déterminer la fonction `fp(alpha)` qui renvoie la dérivée de  $f$**

**Q 11 : Écrire une fonction `newton1(f, fp, xini, epsilon)` qui affiche la solution, le nombre d'itérations et qui renvoie la liste des approximations  $x_k$  successives en prenant la dérivée approchée pour  $h = 0, 1$  avec une précision de  $\epsilon$ .**

**Q 12 : Comparer la convergence de cet algorithme pour différentes valeurs de  $h$  par pas de 10 ( $10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4} \dots$ ) et déterminer une valeur qui semble optimale.**

## Exercice 2 : Étude de la transmission de puissance d'un système d'élévation d'une rame de Tram

Source : CCP PSI 2011

### 1 Présentation

L'étude repose sur un système permettant de soulever une rame de Tramway du sol. On souhaite dimensionner le moteur pour avoir une vitesse de levée de  $10 \text{ mm/s}$  (diagramme des exigences partiel figure 2). On donne le schéma cinématique de la transformation de mouvement du système d'élévation d'une rame de Tram.

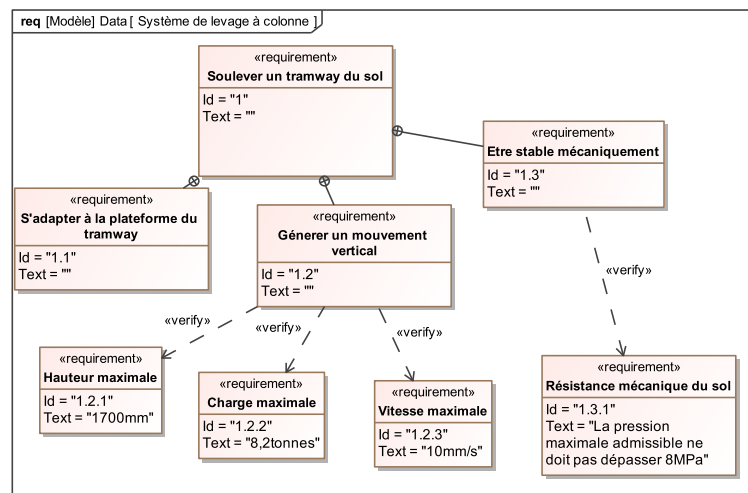
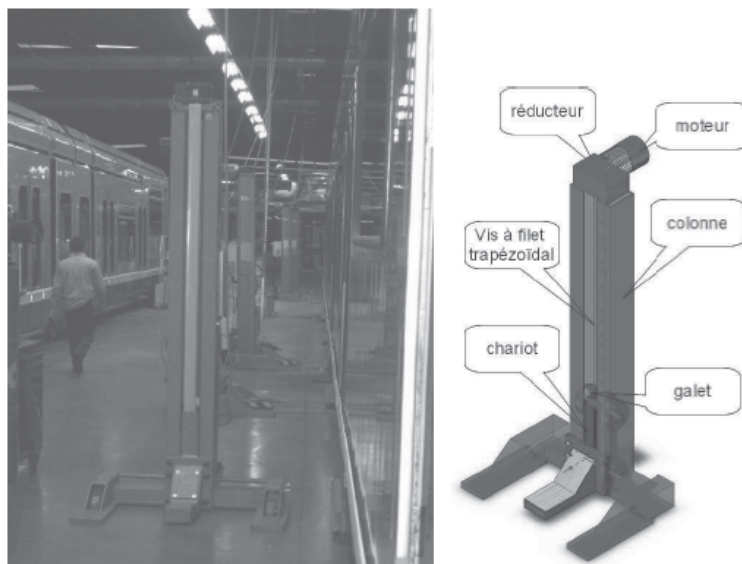
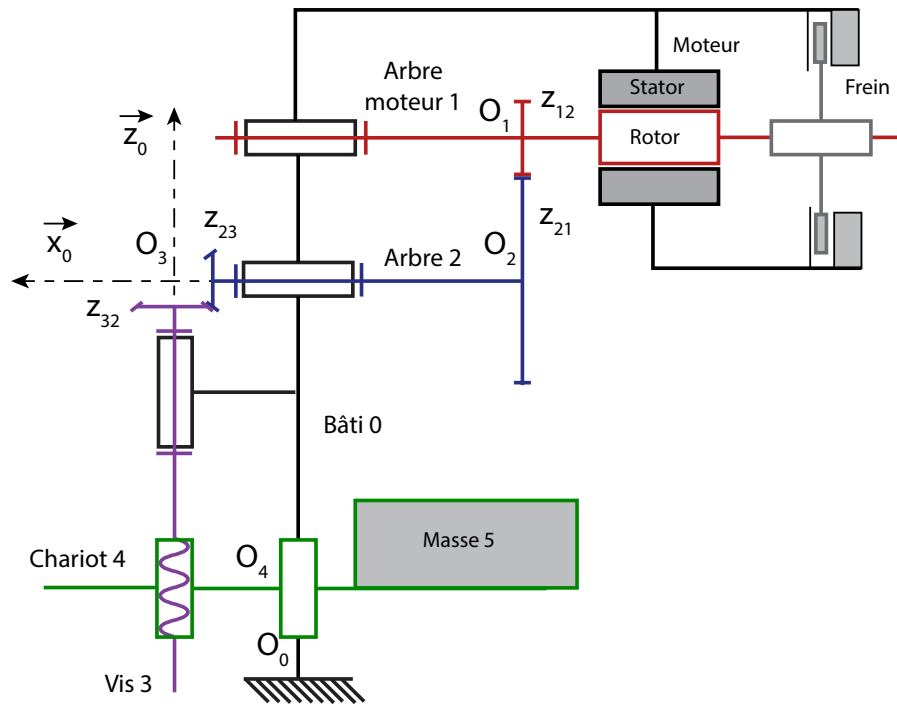


FIGURE 2 – Diagramme des exigences partiel





On note  $\vec{\Omega}_{10} = \omega_{10} \cdot \vec{x}_0 = \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_0$

## 2 Données sur les liaisons

- Liaison  $L_{12}$  :
  - Pignon de l'arbre 1 engrenant avec l'arbre 2 : nombre de dents :  $Z_{12} = 15$ ,
  - Pignon de l'arbre 2 engrenant avec l'arbre 1 : nombre de dents :  $Z_{21} = 75$ ,
- Liaison  $L_{23}$  :
  - Pignon de l'arbre 2 engrenant avec la vis 3 : nombre de dents :  $Z_{23} = 14$ ,
  - Pignon de la vis 3 engrenant avec l'arbre 2 : nombre de dents :  $Z_{32} = 35$ ,
- Liaison  $L_{34}$  : pas du système vis-écrou :  $p_{34} = 5 \text{ mm}$

## 3 Étude du réducteur de vitesse

**Q 13 : Déterminer en fonction de  $\dot{\theta}_1$  et des données concernant les roues dentées et le système vis-écrou les vitesses de rotation :**

1.  $\vec{\Omega}_{2/0}$ ,
2.  $\vec{\Omega}_{3/0}$ .

**Q 14 : Déterminer numériquement les rapports :**

1.  $r_{12} = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$ ,
2.  $r_{23} = \frac{\omega_{30}}{\omega_{20}}$ ,

## 4 Étude du système de transformation de mouvement

**Q 15 : Tracer le graph des liaisons du système de transformation de mouvement constitué des solides 0 – 3 – 4.**

**Q 16 : Écrire le torseurs cinématiques associé à chaque liaison en précisant les lieux d'invariance.**

**Q 17 : Écrire la fermeture cinématique.**

**Q 18 : En déduire une relation entre la vitesse de levée :  $V_L = \vec{V}(O_4 \in 4/0) \cdot \vec{z}_0$  et  $\omega_{30} = \vec{\Omega}_{3/0} \cdot \vec{z}_0$**

**Q 19 : En déduire les rapports :**

$$1. r_{34} = \frac{V_L}{\omega_{30}},$$

$$2. r_g = \frac{V_L}{\omega_{10}}.$$

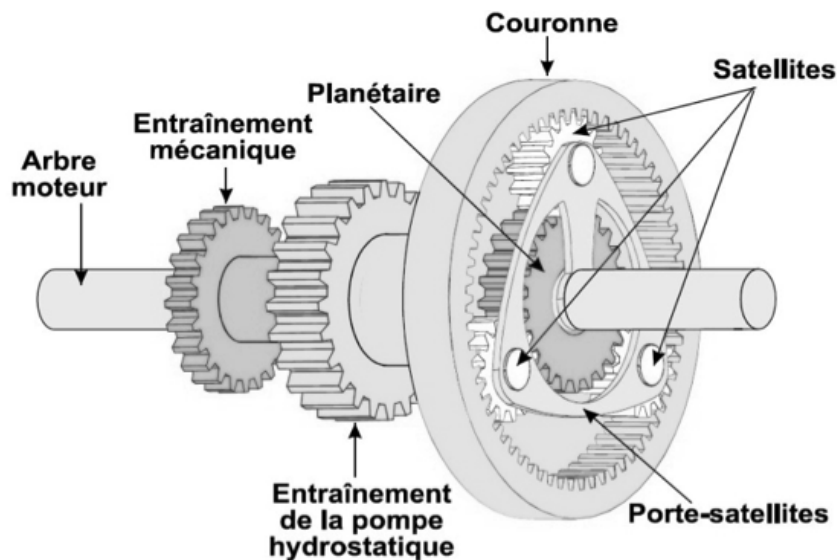
**Q 20 : Déterminer la vitesse de rotation du moteur souhaitée (à exprimer en tours par minute) pour obtenir une vitesse de levée conforme au cahier des charges.**

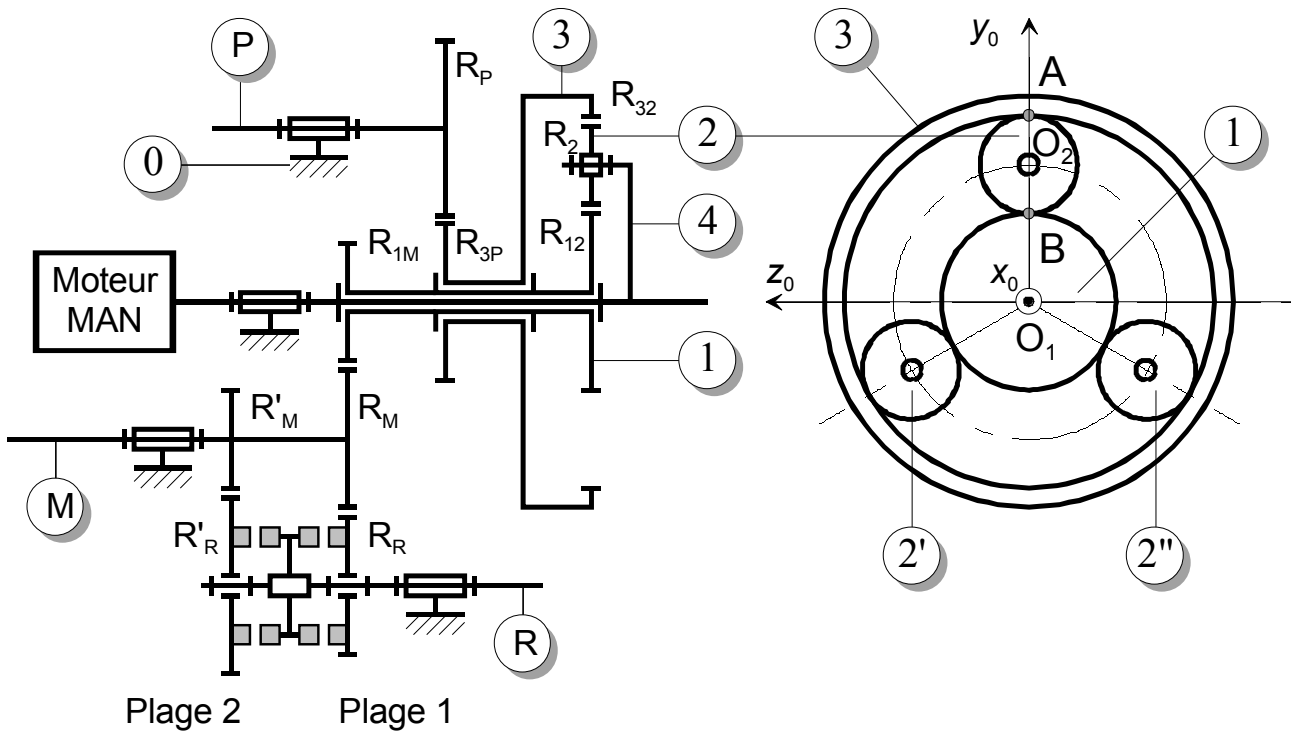
## Exercice 3 : Etude d'une vario-transmission de Tracteur Fendt

**Source :** CCP MP 2008

### 1 Présentation

Afin d'adapter la transmission à la puissance du tracteur, FENDT commercialise aujourd'hui 4 types de transmission VARIO. Chacune de ces transmissions se compose de deux parties, l'une hydraulique (pompe et moteur hydraulique), l'autre mécanique (train épicycloïdal). On se propose ici d'étudier la partie mécanique. Comme dans toute boîte automatique, l'élément fondamental est un train épicycloïdal.





On désigne par 0 le carter ou bâti du variateur. L'arbre 4 ou porte-satellites est relié au moteur thermique MAN. Ils tournent donc à la même vitesse  $\omega_m$ . On utilisera les notations et désignations du tableau ci-dessous pour les autres pièces.

Pièce $i$	1	2	3	P	M	R
Désignation	Planétaire	Satellite	Couronne	Arbre relié à la pompe	Arbre som-mateur	Arbre de sor-tie
Rayons des pignons (mm)	$R_{12} = 60$ $R_{1m} = 33$	$R_2 = 30$	$R_{32} = 120$ $R_{3P} = 54$	$R_p$	$R_M = 54$ $R_{M'} = 48$	$R_R = 42$ $R_{R'} = 48$

D'autre part, on notera  $\omega_{ij}$ , la vitesse de rotation de la pièce  $i$  par rapport à la pièce  $j$ . Par simplification, on pourra noter  $\omega_{ij} = \omega_i$  si  $j = 0$  (bâti du variateur).

On peut relier  $\omega_p$  et  $\omega_M$  avec la relation ci-dessous :

$$\omega_p = \frac{2y}{x} \omega_M.$$

## 2 Questions

On étudier le train épicycloïdal constitué des pièces 1, 2, 3 et 4.

Q 21 : Donner les rapport d'engrènement entre 2 et 3.

Q 22 : Donner les rapport d'engrènement entre 2 et 1.

Q 23 : Montrer qu'avec ces deux relations on peut en déduire la relation  $\omega_{10} - \lambda \cdot \omega_{30} + (\lambda - 1) \cdot \omega_{40} = 0$ . Préciser la valeur de  $\lambda$  en fonction de  $R_{12}$ ,  $R_2$  et  $R_{32}$ . Calculer  $\lambda$ .

Q 24 : Montrer qu'on peut obtenir la relation suivante :

$$\frac{\omega_M}{\omega_m} = -\frac{A \cdot x}{B \cdot R_p \cdot y + C \cdot x}$$



Avec  $A$ ,  $B$  et  $C$  entiers positifs.

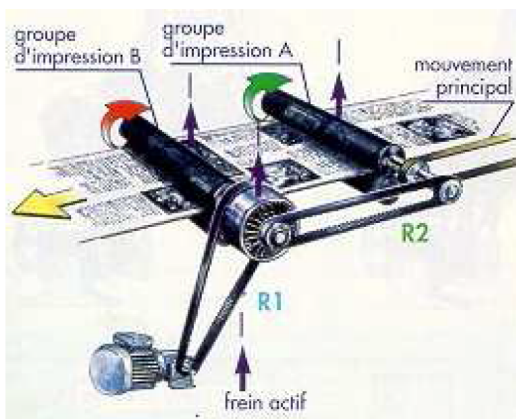
## Exercice 4 : Projet INTERFAS : moteur de calage sur une ligne d'imprimerie

### 1 Projet INTERFAS : moteur de calage sur une ligne d'imprimerie

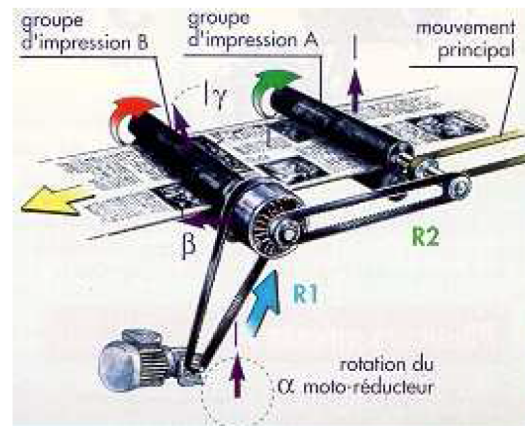
#### a) Présentation du système

Pour obtenir une impression graphique en plusieurs couleurs, il faut faire passer une feuille à imprimer entre différents rouleaux d'impression (des couleurs primaires par exemple). Pour la qualité de l'impression il est nécessaire de positionner angulairement plusieurs rouleaux d'impression les uns par rapport aux autres. La solution proposée utilise la propriété "différentiel" d'une poulie Redex pour réaliser cette fonction.

La figure ci-dessous (figure 3) représente le poste d'impression. Celui-ci est constitué de deux groupes d'impression entraînés à l'aide d'une courroie crantée par un moteur principal non représenté. Chaque groupe (ou rouleau) d'impression imprime entre autre une croix de positionnement. Un capteur optique (non représenté) permet de détecter les écarts de position entre les différentes croix. Ces mesures viennent alors alimenter le moteur de calage qui fait varier légèrement la position du rouleau A par rapport au rouleau B. Ceci de manière à faire coïncider les 2 croix de positionnement.



Fonctionnement normal.



Correction des écarts de position.

FIGURE 3 – Fonctionnement général

La figure 4 représente le schéma d'implantation de l'ensemble.

La figure 5 donne le schéma cinématique. Les pièces 3, 4, 4', 5 et 6 composent les différents solides de la poulie Redex. Sur ce schéma, la partie « Moteur principal » est en fait composé d'un moteur et d'un ensemble poulie-courroie non représenté

#### Données :

- Nombres de dents de la poulie Redex SR20.3 :  $Z_3 = 36$ ,  $Z_4 = 25$ ,  $Z_{4'} = 20$ ,  $Z_5 = 45$ .
- Rayons des poulies :  $r_8 = 20\text{mm}$ ,  $r_6 = 60\text{mm}$ ,  $r_3 = 30\text{mm}$ ,  $r_1$  à déterminer.
- Entraxe : On note  $d$  la distance entre les axes  $(A, \vec{x})$  et  $(B, \vec{x})$  :  $d = 40,625\text{mm}$ .

**Notations :** On note  $\omega_{i/j}$ , la vitesse de rotation du solide  $i$  par rapport au solide  $j$  et,  $\theta_{i/j}$  l'angle du solide  $i$  par rapport au solide  $j$ .

#### b) Questions

**Q 25 : Déterminer à l'aide du schéma cinématique la relation entre  $\omega_{3/0}$ ,  $\omega_{5/0}$  et  $\omega_{6/0}$ . Pour cela il est conseillé**



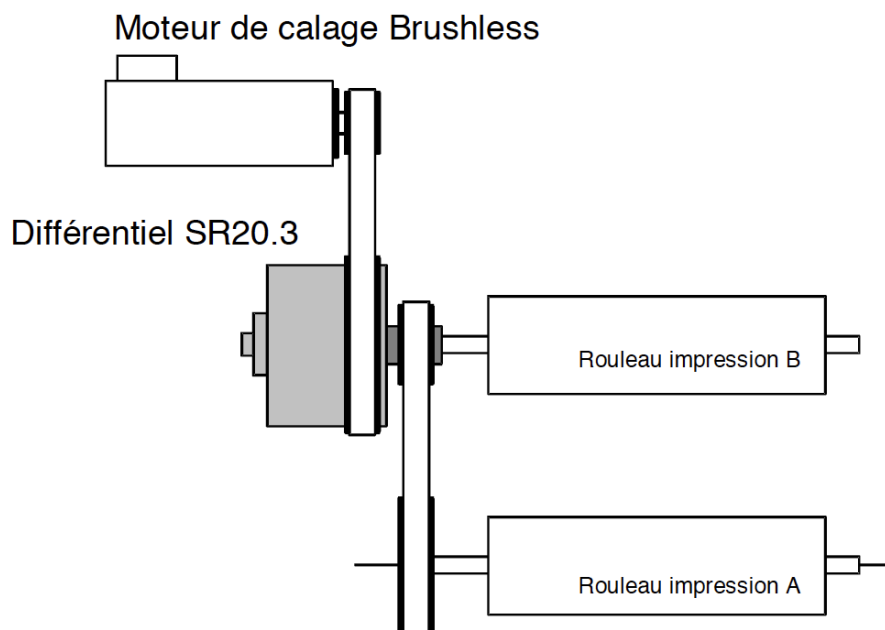
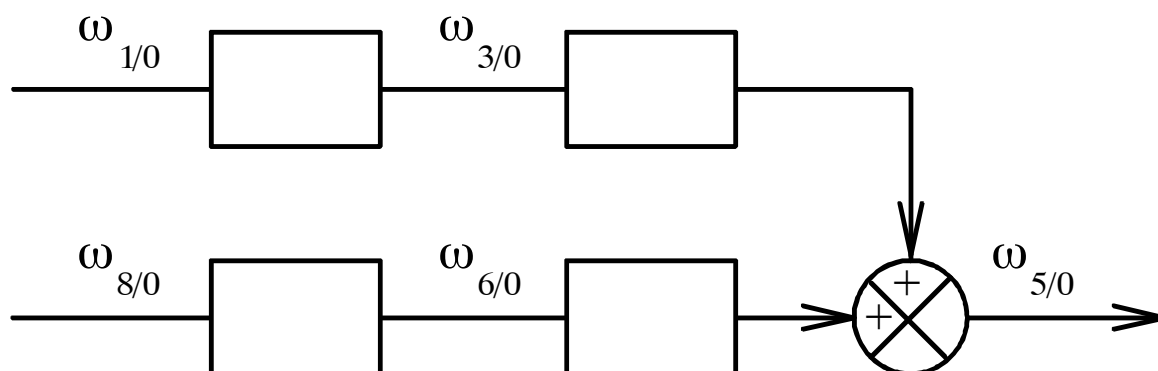


FIGURE 4 – schéma d'implantation de l'ensemble

de partir de l'expression de  $\omega_{5/6}/\omega_{3/6}$ .

**Q 26 : Déterminer l'expression de  $\omega_{5/0}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$ ,  $\omega_{8/0}$  et des caractéristiques géométriques  $Z_3$ ,  $Z_4$ ,  $Z_4'$ ,  $Z_5$ ,  $r_1$ ,  $r_3$ ,  $r_6$  et  $r_8$ .**

**Q 27 : Mettre cette relation sous la forme du schéma bloc suivant :**



**Q 28 : Lorsque le calage est correct on a  $\omega_{8/0} = 0 \text{ rad/s}$ . Déterminer le rapport  $r_1/r_3$ , pour avoir dans ce cas  $\omega_{5/0} = \omega_{1/0}$ . En déduire la valeur numérique du rayon à choisir pour la poulie 1.**

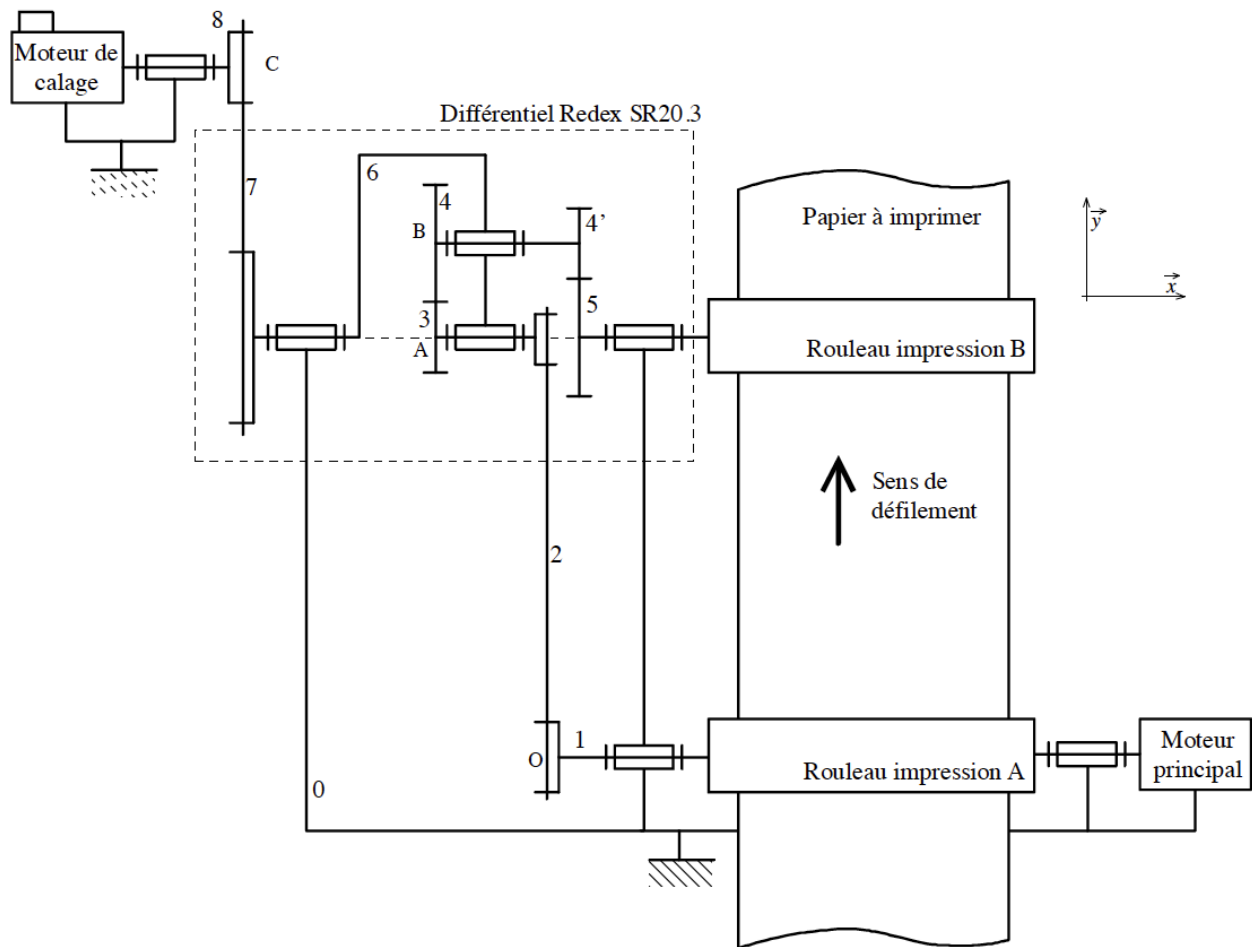


FIGURE 5 – Schéma cinématique de l'ensemble

## Corrigé

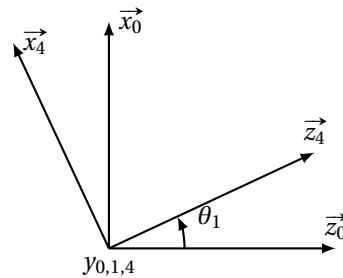
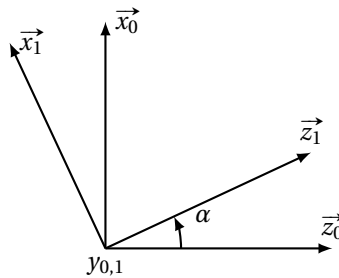
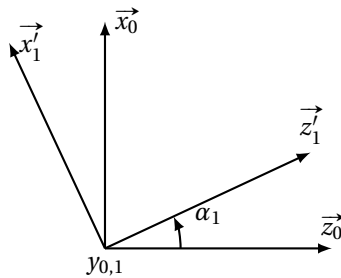
### Exercice 1 : Etude du véhicule Clever

**Q 1 : Déterminer 2 équations scalaire reliant  $\alpha_1$  (on a  $\alpha = \alpha_1 - \alpha_{10}$  avec  $\alpha_{10}$  valeur de  $\alpha_1$  pour l'habitacle non incliné),  $\theta_1$  et  $\lambda_1$  (les directions de projection seront judicieusement choisies).**

Fermeture géométrique :

$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{B_1O} = \vec{0}$$

$$\text{soit : } -a\vec{x}_0 - b\vec{z}_0 + \lambda_1\vec{z}_4 - L\vec{x}'_1 = \vec{0}.$$



En projetant dans la base 0, on obtient :

$$\begin{cases} -a + \lambda_1 \sin \theta_1 - L \cos \alpha_1 = 0 \\ -b + \lambda_1 \cos \theta_1 + L \cos \alpha_1 = 0 \end{cases}$$

**Q 2 : En éliminant le paramètre  $\theta_1$ , donner une relation entre  $\alpha_1$  et  $\lambda_1$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $L$  et  $\alpha_{10}$ .**  
En isolant  $\theta_1$  et sommant les deux équations au carré, on obtient,

$$(-a - L \cos \alpha_1)^2 + (-b + L \cos \alpha_1)^2 = \lambda_1^2$$

Pour la mise en oeuvre du corrigé du TP on pourra utiliser un notebook développé sur Capytal. Avec le QR code ci-contre ou l'url ci-dessous, vous pourrez vous connecter via votre identifiant ENT.

<https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/008e-2234301>

Code de partage capytal : 008e-2234301



**Q 3 : Construire un tableau contenant les valeurs de  $\alpha$  en radian.**

```
import numpy as np
alpha = np.linspace(-50,50,101)*np.pi/180 #en radian
```

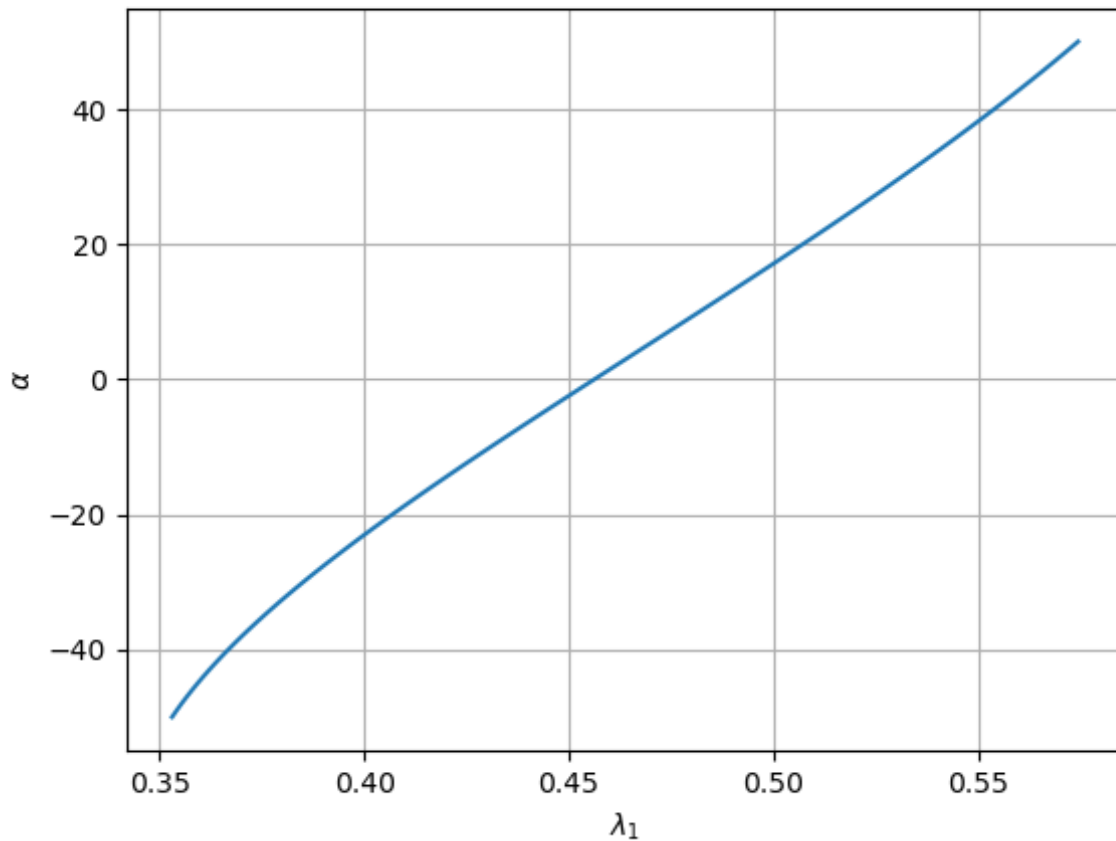
**Q 4 : Définir la fonction  $\text{lambda1}(\alpha)$  renvoyant un tableau contenant les valeurs de  $\text{lambda1}(\alpha)$ .**

```
a = 0.14
b = 0.046
L = 0.49
def lambda1(alpha):
    return np.sqrt((L*np.cos(-130*np.pi/180+alpha)+a)**2 + (L*np.sin(-130*np.pi/180+alpha)-b)**2)
```

**Q 5 : Tracer l'angle  $\alpha$  en fonction de  $\lambda_1$  sur le domaine d'étude considéré.**

```
import matplotlib.pyplot as plt
plt.plot(lambda1(alpha), alpha*180/np.pi)
plt.xlabel('$\\lambda_1$')
plt.ylabel('$\\alpha$')
plt.grid()
plt.savefig('courbe.png')
```

**Q 6 : Déterminer graphiquement, à l'aide de zoom sur la figure, l'angle  $\alpha$  pour un allongement de  $\lambda_1 = 0,4\text{m}$ .**



**Q 7 : Planter l'algorithme de dichotomie dans une fonction `dichotomie(a, b, epsilon, f)` et vérifier que le résultat renvoyé correspond à celui attendu.**

```
def dichotomie(f,a,b):
    niter=0
    err=[]
    xv=[(a+b)/2]
    while (abs(a-b)>1e-10 and niter < 500):
        if f((a+b)/2)*f(a) < 0 : #donc signe différent
            b = (a+b) / 2
        else:
            a = (a+b) / 2
        niter+=1
        err.append(abs(a-b))
        xv.append((a+b)/2)
    return (a+b)/2,niter,err,xv

tic = time.time()
xd,iterd,errd,xvd = dichotomie(f,-50*np.pi/180,50*np.pi/180)
print('Dichotomie:',xd*180/np.pi,time.time()-tic,iterd)
```

**Q 8 : Modifier votre algorithme pour afficher le nombre d'itérations ainsi que la solution quand la convergence est atteinte.**

Cf réponse au dessus.

**Q 9 : Modifier votre algorithme pour que celui-ci renvoie la liste contenant les solutions successives obtenues à chaque itération. On supposera que la solution à chaque itération est  $\frac{a+b}{2}$ .**

**Q 10 : Écrire une fonction `newton(f, xini, epsilon)` qui affiche la solution, le nombre d'itérations et qui renvoie la liste des approximations  $x_k$  successives en prenant la dérivée approchée pour  $h = 0,1$  avec une précision de epsilon.**

```
def newton(f,fp,xini):
    err=[]
    xv=[]
    x = xini
    xo = 1e8
    niter = 0
    while(abs(f(x)-f(xo))> 1e-10 and niter < 500):
        xo = x
        fp1 = fp(x)
        x = x - f(x) / fp1
        niter+=1
        err.append(abs(x-xo))
        xv.append(x)
    return x,niter,err,xv
```

**Q 11 : Comparer la convergence de cet algorithme pour différentes valeurs de  $h$  par pas de 10 ( $10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4} \dots$ ) et déterminer une valeur qui semble optimale.**

```

tic = time.time()
xn, itern, errn, xvn = newton(f, fp, 0)
print('Newton exacte : ', xn*180/np.pi, time.time()-tic, itern)

def newton2(f, xini):
    err=[]
    xv=[]
    x = xini
    xo = 1e8
    h = .0001
    niter = 0
    while(abs(f(x)-f(xo))> 1e-10 and niter < 500):
        xo = x
        fp1 = (f(x+h)-f(x)) / h
        x = x - f(x) / fp1
        niter+=1
        err.append(abs(x-xo))
        xv.append(x)
    return x, niter, err, xv

tic = time.time()
xn2, itern2, errn2, xvn2 = newton2(f, 0)
print('Newton approchée : ', xn*180/np.pi, time.time()-tic, itern2)

```

## Exercice 2 : Étude de la transmission de puissance d'un système d'élévation d'une rame de Tram

### 1 Corrigé : Étude de la transmission de puissance d'un système d'élévation d'une rame de Tram

**Q 12 :** Déterminer en fonction de  $\dot{\theta}_1$  et des données concernant les roues dentées et le système vis-écrou les vitesses de rotation :

1.  $\vec{\Omega}_{2/0}$ ,
2.  $\vec{\Omega}_{3/0}$ .

$$\vec{\Omega}_{2/0} = \omega_{20} \cdot \vec{x}_0$$

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \omega_{10} \cdot \vec{x}_0 = \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_0$$

Or,

$$\frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{Z_{12}}{Z_{21}}$$

Donc :

$$\vec{\Omega}_{2/0} = -\frac{Z_{12}}{Z_{21}} \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{x}_0$$

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \omega_{30} \cdot \vec{z}_0$$

Or,

$$\frac{\omega_{30}}{\omega_{20}} = -\frac{Z_{23}}{Z_{32}}$$

Donc :

$$\vec{\Omega}_{3/0} = -\frac{Z_{23}}{Z_{32}} \cdot \omega_{20} \cdot \vec{z}_0 = \frac{Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{21} \cdot Z_{32}} \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \vec{z}_0$$

**Q 13 : Déterminer numériquement les rapports :**

1.  $r_{12} = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}},$

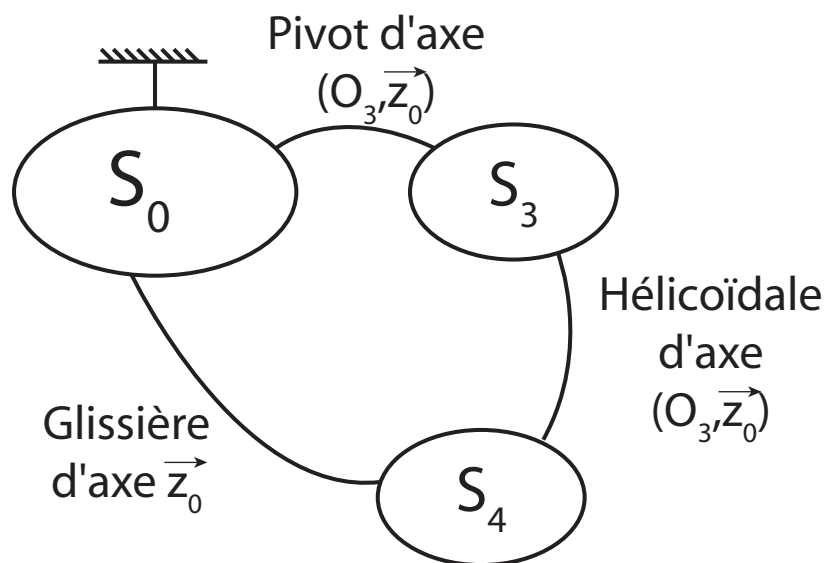
2.  $r_{23} = \frac{\omega_{30}}{\omega_{20}},$

On en déduit :

- $r_{12} = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} = -\frac{Z_{12}}{Z_{21}} = -\frac{15}{75} = -\frac{1}{5},$

- $r_{23} = \frac{\omega_{30}}{\omega_{20}} = -\frac{Z_{23}}{Z_{32}} = -\frac{14}{35} = -\frac{2}{5},$

**Q 14 : Tracer le graph des liaisons du système de transformation de mouvement constitué des solides 0 – 3 – 4.**



**Q 15 : Écrire le torseurs cinématiques associé à chaque liaison en précisant les lieux d'invariance.**

- $L_{03}$  : pivot d'axe  $(O_3, \vec{z}_0)$  :

$$\{\mathcal{V}_{(3/0)}\} = \forall P \in (O_3, \vec{z}_0) \left\{ \begin{array}{c} \omega_{30} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

- $L_{43}$  : hélicoïdale d'axe  $(O_3, \vec{z}_0)$  :

$$\{\mathcal{V}_{(4/3)}\} = \forall P \in (O_3, \vec{z}_0) \left\{ \begin{array}{c} \omega_{43} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{V}(P \in 4/3) = u_{z43} \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

avec  $u_{z43} = \frac{p_{34}}{2\pi} \omega_{43}$

- $L_{04}$  : glissière d'axe  $\vec{z}_0$  :

$$\{\mathcal{V}_{(4/0)}\} = \forall P \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{V}(P \in 4/0) = u_{z40} \cdot \vec{z}_0 = V_L \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

**Q 16 : Écrire la fermeture cinématique.**

$$\{\mathcal{V}_{(4/0)}\} = \{\mathcal{V}_{(4/3)}\} + \{\mathcal{V}_{(3/0)}\}$$

**Q 17 : En déduire une relation entre la vitesse de levée :  $V_L = \vec{V}(O_4 \in 4/0) \cdot \vec{z}_0$  et  $\omega_{30} = \vec{\Omega}_{3/0} \cdot \vec{z}_0$**

On peut donc écrire la fermeture cinématique en  $O_3$  :



$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ V_L \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{O_3} = \left\{ \begin{array}{c} \omega_{43} \cdot \vec{z}_0 \\ u_{z43} \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{O_3} + \left\{ \begin{array}{c} \omega_{30} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{O_3}$$

On obtient alors un système d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_{43} + \omega_{30} = 0 \\ V_L = u_{z43} = \frac{p_{34}}{2\pi} \omega_{43} \end{array} \right.$$

Ainsi,

$$V_L = -\frac{p_{34}}{2\pi} \omega_{30}$$

**Q 18 : En déduire les rapports :**

1.  $r_{34} = \frac{V_L}{\omega_{30}},$
2.  $r_g = \frac{V_L}{\omega_{10}}.$

$$r_{34} = \frac{V_L}{\omega_{30}} = -\frac{p_{34}}{2\pi}$$

$$r_g = \frac{V_L}{\omega_{10}} = -\frac{p_{34}}{2\pi} \frac{Z_{12} \cdot Z_{23}}{Z_{21} \cdot Z_{32}} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{2\pi} \frac{2}{25}$$

**Q 19 : Déterminer la vitesse de rotation du moteur souhaitée (à exprimer en tours par minute) pour obtenir une vitesse de levée conforme au cahier des charges.**

On travaille avec la valeur absolue de  $\omega_{10}$ .

$$N_{10} = \frac{60}{2\pi} \dot{\theta}_1 = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{V_L}{r_g} = \frac{60}{2\pi} \cdot \frac{V_L \cdot 2\pi \cdot 5 \cdot 10^3}{2} = 150 \cdot 10^3 \cdot V_L = 150 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 = 1500 \text{ tr/min}$$

## Exercice 3 : Etude d'une vario-transmission de Tracteur Fendt

### 2 Corrigé : étude d'une vario-transmission de Tracteur Fendt

**Q 20 : Donner les rapport d'engrènement entre 2 et 3.**

$$R_{32} \cdot \omega_{34} = R_2 \cdot \omega_{24}$$

**Q 21 : Donner les rapport d'engrènement entre 2 et 1.**

$$R_{12} \cdot \omega_{14} = -R_2 \cdot \omega_{24}$$

**Q 22 : Montrer qu'avec ces deux relations on peut en déduire la relation  $\omega_{10} - \lambda \cdot \omega_{30} + () \cdot \omega_{40} = 0$ . Préciser la valeur de  $\lambda$  en fonction de  $R_{12}$ ,  $R_2$  et  $R_{32}$ . Calculer  $\lambda$ .**

En addition ces deux relations, on obtient :

$$R_{32} \cdot \omega_{34} + R_{12} \omega_{14} = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$R_{32} \cdot (\omega_{30} - \omega_{40}) + R_{12} (\omega_{10} - \omega_{40}) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\omega_{10} + \frac{R_{32}}{R_{12}} \cdot \omega_{30} + \left( -\frac{R_{32}}{R_{12}} - 1 \right) \cdot \omega_{40} = 0$$

On trouve alors :

$$\lambda = -\frac{R_{32}}{R_{12}} = -\frac{120}{60} = -2$$

**Q 23 : Montrer qu'on peut obtenir la relation suivante :**

$$\frac{\omega_M}{\omega_m} = -\frac{A \cdot x}{B \cdot R_p \cdot y + C \cdot x}$$

**Avec  $A$ ,  $B$  et  $C$  entiers positifs.**

D'après le schéma cinématique, on obtient :

$$\begin{cases} \omega_{10} = -\frac{R_M}{R_{1M}} \cdot \omega_M \\ \omega_{30} = -\frac{R_p}{R_{3P}} \cdot \omega_P \end{cases}$$

On obtient alors,

$$\omega_{30} = -\frac{R_p}{R_{3P}} \cdot \frac{2y}{x} \omega_M$$

En reportant dans l'expression de la question précédente, on obtient :

$$-\frac{R_M}{R_{1M}} \cdot \omega_M + \lambda \cdot \frac{R_p}{R_{3P}} \cdot \frac{2y}{x} \omega_M + (\lambda - 1) \cdot \omega_{40} = 0$$

Sachant que  $\omega_{40} = \omega_m$ , la relation s'écrit :

$$\left( \lambda \cdot \frac{R_p}{R_{3P}} \cdot \frac{2y}{x} - \frac{R_M}{R_{1M}} \right) \cdot \omega_M = (\lambda - 1) \cdot \omega_m$$

d'où,

$$\frac{\omega_M}{\omega_m} = \frac{1 - \lambda}{\lambda \cdot \frac{R_p}{R_{3P}} \cdot \frac{2y}{x} - \frac{R_M}{R_{1M}}} = \frac{(1 - \lambda) R_{3P} R_{1M} \cdot x}{2\lambda \cdot R_p \cdot R_{1M} \cdot y - R_M \cdot R_{3P} \cdot x} = -\frac{3R_{3P} R_{1M} \cdot x}{4R_p \cdot R_{1M} \cdot y + R_M \cdot R_{3P} \cdot x}$$

d'où ma forme :

$$\frac{\omega_M}{\omega_m} = -\frac{A \cdot x}{B \cdot R_p \cdot y + C \cdot x}$$

Avec :

$$\begin{cases} A = 3R_{3P} R_{1M} = 5346 \\ B = 4 \cdot R_{1M} = 132 \\ C = R_M \cdot R_{3P} = 2916 \end{cases}$$

## Exercice 4 : Projet INTERFAS : moteur de calage sur une ligne d'imprimerie

### 3 Corrigé : Projet INTERFAS : moteur de calage sur une ligne d'imprimerie

**Q 24 : Déterminer à l'aide du schéma cinématique la relation entre  $\omega_{3/0}$ ,  $\omega_{5/0}$  et  $\omega_{6/0}$ . Pour cela il est conseillé de partir de l'expression de  $\omega_{5/6}/\omega_{3/6}$ .**

- On écrit la relation de Willis pour les trains simples dans le référentiel associé au porte-satellite 6 :

$$\frac{\omega_{5/6}}{\omega_{3/6}} = \frac{Z_3 \cdot Z_{4'}}{Z_4 \cdot Z_5}$$

- En décomposant par rapport au référentiel lié au bâti 0 :

$$\omega_{5/0} + \left( \frac{Z_3 \cdot Z_{4'}}{Z_4 \cdot Z_5} - 1 \right) \cdot \omega_{6/0} - \frac{Z_3 \cdot Z_{4'}}{Z_4 \cdot Z_5} \cdot \omega_{3/0} = 0$$

**Q 25 : Déterminer l'expression de  $\omega_{5/0}$  en fonction de  $\omega_{1/0}$ ,  $\omega_{8/0}$  et des caractéristiques géométriques  $Z_3$ ,  $Z_4$ ,  $Z_{4'}$ ,  $Z_5$ ,  $r_1$ ,  $r_3$ ,  $r_6$  et  $r_8$ .**

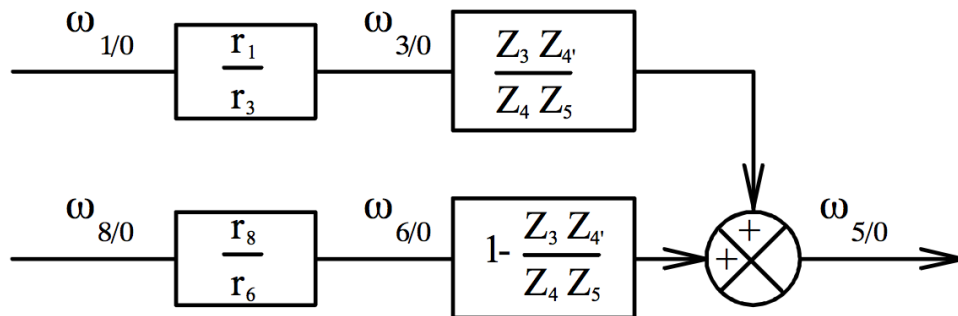
- L'étude du système poulie-courroie donne les relations :

$$\frac{\omega_{6/0}}{\omega_{8/0}} = \frac{r_8}{r_6} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{r_1}{r_3}$$

- et donc avec l'équation de la question précédente :

$$\omega_{5/0} = \left( 1 - \frac{Z_3 \cdot Z_{4'}}{Z_4 \cdot Z_5} \right) \frac{r_8}{r_6} \cdot \omega_{8/0} + \frac{Z_3 \cdot Z_{4'}}{Z_4 \cdot Z_5} \cdot \frac{r_1}{r_3} \cdot \omega_{1/0}$$

**Q 26 : Mettre cette relation sous la forme du schéma bloc suivant :**



**Q 27 : Lorsque le calage est correct on a  $\omega_{8/0} = 0 \text{ rad/s}$ . Déterminer le rapport  $r_1/r_3$ , pour avoir dans ce cas  $\omega_{5/0} = \omega_{1/0}$ . En déduire la valeur numérique du rayon à choisir pour la poulie 1.**

S'il n'y a pas de détection d'erreur de positionnement, alors le moteur de calage 8 sert de moteur frein uniquement. Dans ce cas les 2 rouleaux d'impression doivent tourner à la même vitesse. On doit donc avoir :

$$\frac{Z_3 \cdot Z_{4'}}{Z_4 \cdot Z_5} \cdot \frac{r_1}{r_3} = 1$$

et donc,

$$r_1 = \left( \frac{Z_4 \cdot Z_5}{Z_3 \cdot Z_{4'}} \right) \cdot r_3 = 46,875 \text{ mm}$$