

LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE P.S.I.

ANNÉE 2023 - 2024



C5 : MODÉLISATION PAR L'APPROCHE ÉNERGÉTIQUE DES PERFORMANCES DES SYSTÈMES

TD 13 - Modélisation par l'approche énergétique des systèmes (C5-1)

Compétences

- **Analyser**
 - Évaluer l'impact environnemental et sociétal.
 - Identifier et décrire les chaînes fonctionnelles du système.
 - Caractériser un constituant de la chaîne de puissance.
- **Modéliser**
 - Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables.
- **Résoudre**
 - Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement.
 - Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques.
 - Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.
 - Déterminer la loi de mouvement dans le cas où les efforts extérieurs sont connus.
- **Communiquer**
 - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

Exercice 1 : Autofocus d'un appareil photo Réflex

Source : Central TSI2019

1 Contexte

L'autofocus (AF) est le terme anglais pour désigner la mise au point automatique. C'est une fonction qui permet la mise au point automatique de certains systèmes optiques comme les appareils photo, leur permettant de régler la netteté du sujet. Cette mise au point est réalisée grâce à l'association d'un boîtier et d'un objectif photographiques.

Le principe consiste à déplacer une lentille afin que les rayons de l'image à photographier convergent sur le capteur. Si ce n'est pas le cas, l'image sera floue. Sur la figure 2, la lentille est bien positionnée uniquement sur le schéma du milieu : les rayons convergent parfaitement sur le capteur.



FIGURE 1 – Boitier et objectif photographiques

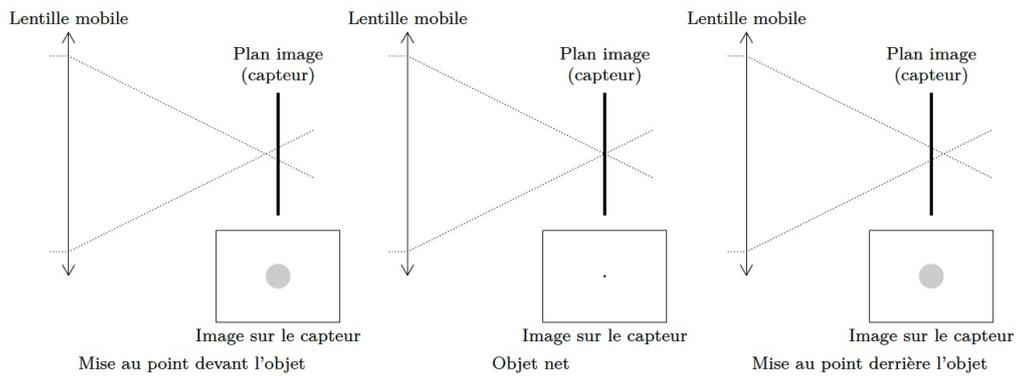


FIGURE 2 – Principe de la mise au point (source :<http://www.pierretoscani.com/autofocus.html>)

2 Mise en situation

Le mouvement de la lentille est donné par l'architecture représentée figure par l'architecture détaillée en figure 3.

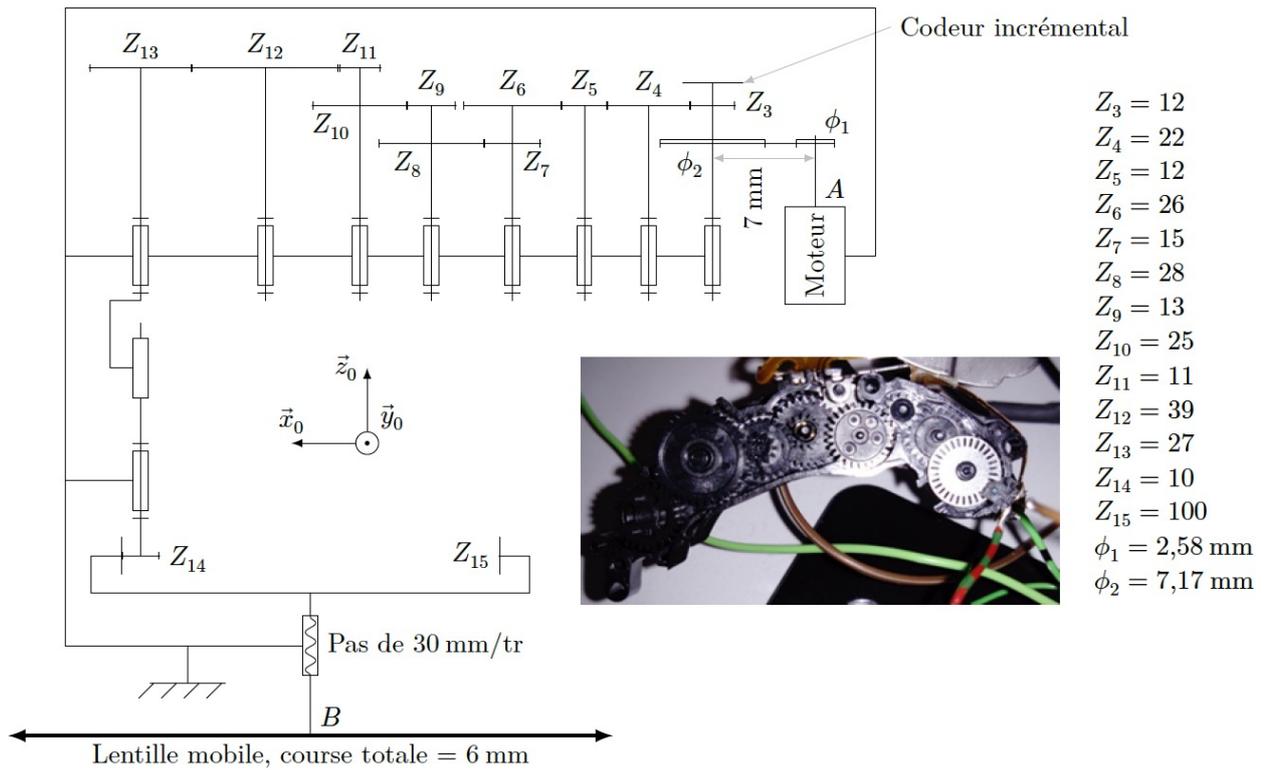


FIGURE 3 – Schéma cinématique du mécanisme de déplacement de la lentille

3 Extrait du cahier des charges

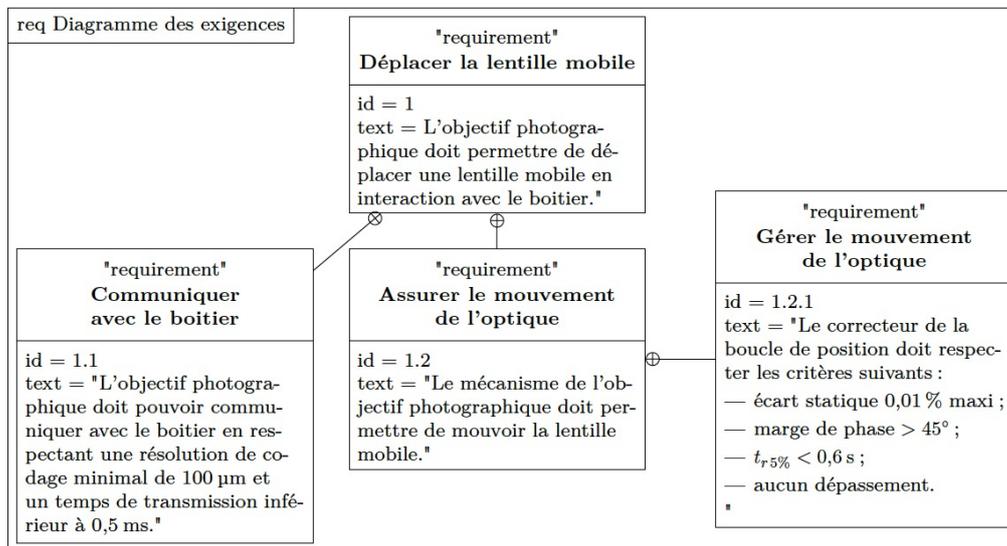


FIGURE 4 – Exigences extraites du cahier des charges

4 Validation de la structure permettant d'assurer le mouvement de l'optique



Objectif 1 :

Valider la structure qui permet de faire traduire la lentille mobile et de déterminer les différents paramètres du modèle multi-physique de l'objectif photographique en déterminant l'équation de mouvement qui sera utilisée dans le modèle de la commande. On se basera sur la modélisation cinématique et les caractéristiques données sur la figure 3.

Hypothèses et notations

- la courroie ne glisse pas;
- l'action de la pesanteur est négligée.
- Les seules masses et inertie à prendre en compte sont :
 - la masse de la lentille notée M ;
 - l'inertie de la lentille autour de son axe de rotation notée I ;
 - l'inertie de la MCC autour de son axe de rotation notée I_m .
- Les seules actions mécaniques à prendre en compte sont :
 - l'action de la MCC sur la poulie motrice :

$$\{\mathcal{T}_{mot \rightarrow poulie}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

- l'action des frottements secs ramenés sur la poulie motrice :

$$\{\mathcal{T}_{C_r \rightarrow poulie}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_0 \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

- l'action des frottements fluides ramenés sur la poulie motrice :

$$\{\mathcal{T}_f \rightarrow poulie\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -f \omega_m \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

- Les mouvements sont donnés par :

◦

$$\{V_{mot/0}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \omega_m \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

◦

$$\{V_{lentille/0}\}_B = \left\{ \begin{array}{c} \omega_l \vec{z}_0 \\ V_l \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

Q 1 : Calculer la valeur numérique du rapport de réduction du réducteur $k = \frac{\omega_l}{\omega_m}$.

L'ensemble isolé est constitué de toutes les pièces mobiles de la figure 3.

Q 2 : Donner l'expression de l'inertie équivalente ramenée sur l'arbre de la MCC qui sera notée J .

Q 3 : Faire le bilan des puissances galiléennes et intérieures.

Q 4 : En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que l'équation de mouvement s'écrit :

$$C_m(t) - C_0 = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f \cdot \omega_m(t)$$

Exercice 2 : Modélisation énergétique d'un tapis de course

Source : PTSI B 2011

1 Présentation du problème



FIGURE 5 – Vue du tapis de course à pied TC790

Depuis maintenant plusieurs décennies, on constate un essor de la pratique des sports d'extérieur dans les salles de fitness, faisant apparaître régulièrement de nouveaux appareils. On a ainsi vu apparaître au début des années 1980 des tapis permettant de pratiquer la course à pied à l'instar des vélos d'appartement ou encore des rameurs. Avec le nombre grandissant de coureurs à pied souhaitant avoir une pratique régulière mais pas forcément toujours prêts à subir les conditions extérieures, il a été commercialisé des tapis de course à pied accessibles à un particulier. Celui-ci comporte des différences par rapport à un tapis destiné à une salle de fitness : il n'est pas aussi robuste puisqu'employé de manière beaucoup moins intensive ; il doit pouvoir être rangé ; ses performances seront liées au niveau de course de son propriétaire.

Le support de l'étude est le tapis de la marque DOMYOS TC790 (voir figure 5). Il s'agit d'un modèle haut de gamme de la marque, destiné au coureur ayant une pratique intensive (plus de 5h par semaine).

2 Énoncé des exigences

Le produit considéré est le tapis de course à pied.

Avec,

- 1 : Permettre à un coureur à pied de s'entraîner dans un lieu fermé
- 1.1 Permettre différents cycles d'entraînement
- 1.2 Permettre un rangement aisé
- 1.3 S'adapter à l'énergie disponible
- 1.4 S'adapter au milieu ambiant

3 Principe de fonctionnement du tapis de course à pied

Le système est constitué de deux chaînes fonctionnelles indépendantes.

- dispositif d'inclinaison du tapis (non étudié ici) ;
- dispositif d'entraînement du tapis (objet de l'étude ici).

Une vue en perspective du dispositif d'entraînement du tapis est fournie sur la figure 7 en annexe, ainsi que le schéma cinématique associé sur la figure 8 en annexe. Un moteur électrique à courant continu entraîne le système poulies-courroie constitué d'une poulie motrice 84, d'une poulie réceptrice solidaire du tambour moteur 12, et d'une courroie poly V 17. La rotation du tambour moteur 12 entraîne le défilement du tapis 24, qui joue le rôle d'une cour-

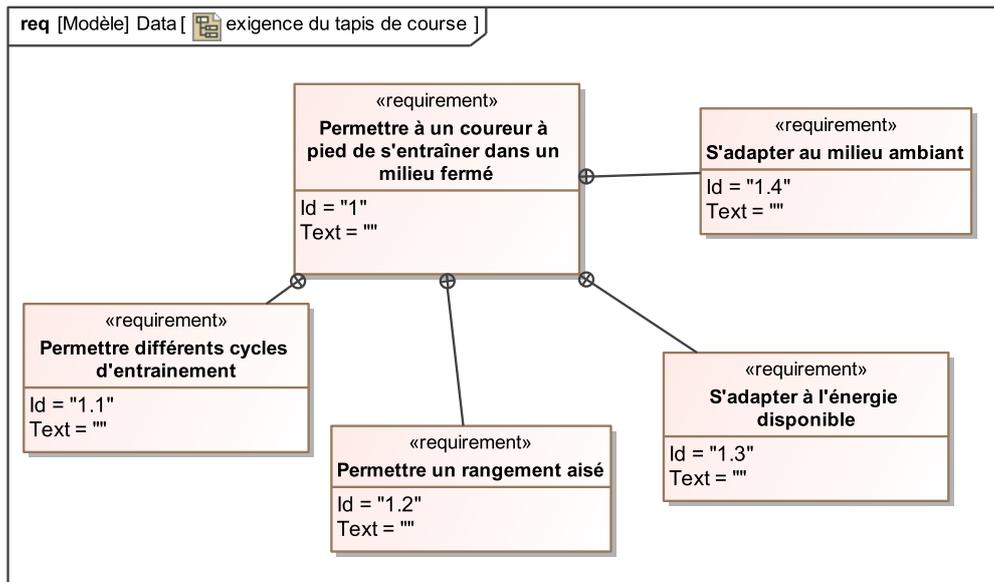


FIGURE 6 – Diagramme des exigences du tapis de course à pied

roie, liée au tambour récepteur 13. La vitesse de rotation de la poulie réceptrice 12 est mesurée à l'aide de deux aimants insérés dans celle-ci. Un capteur inductif (non représenté) permet de détecter la fréquence de passage de ces aimants.

4 Étude de la motorisation du tapis

Objectif 2 :

- Valider la cohérence entre la vitesse maxi du moteur et la vitesse de défilement maxi du tapis ;
- Déterminer le temps nécessaire pour atteindre la vitesse de défilement maxi du tapis ;

Données Le repère $R_1 (J, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est supposé galiléen. On note (se reporter au schéma cinématique de la figure 8 en annexe, et à la documentation du moteur de la figure 9 en annexe) :

- J_M l'inertie de l'ensemble rotor du moteur et volant d'inertie 84 ;
- J_{TM} l'inertie du tambour moteur 12 et de la poulie réceptrice 12 ;
- J_{TR} l'inertie du tambour récepteur 13 ;
- $R_{PM} = 17,5\text{mm}$ le rayon de la poulie motrice 84 ;
- $R_{PR} = 48\text{mm}$ le rayon de la poulie réceptrice 12 ;
- $R_{TM} = 30\text{mm}$ le rayon du tambour moteur 12 ;
- $R_{TR} = 25\text{mm}$ le rayon du tambour récepteur 13 ;
- N_M la vitesse de rotation du moteur, en tr.min^{-1} . On note ω_M son expression en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
- C_M le couple moteur exercé sur le rotor.
- la masse du tapis et des courroies sont négligées.

Q 5 : Donner l'expression littérale de la vitesse linéaire du tapis, tapis V en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, en fonction de N_M, R_{PM}, R_{PR} et R_{TM} . Effectuer l'application numérique donnant la vitesse linéaire maximale en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$; conclure quant au respect du cahier des charges (on pourra prendre la vitesse de rotation du moteur à vide).

Dans la suite, on considère que le coureur n'est pas sur le tapis. On cherche le temps mis pour passer d'une vitesse de défilement de $0\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ à $18\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. On fait l'hypothèse que le système n'est pas asservi en vitesse.

Q 6 : Exprimer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble :

$E = \{\text{poulie et rotor moteur 84 ; tambour moteur 12 ; poulie réceptrice 12 ; tambour récepteur 13}\}$, en fonction de J_M, J_{TM}, J_{TR} , des données géométriques, et de $\omega_M(t)$ uniquement ; en déduire l'inertie équivalente J_{eq} de cet en-

Exigences	Critère	Niveau
1	Masse du coureur	130 kg maxi
	Encombrement du dispositif (Longueur x largeur x hauteur)	1880mm x 820mm x 1330mm
	Dimensions de la zone de course (Longueur x largeur)	1430mm x 480mm
1.1	Vitesse de défilement du tapis	18 km.h ⁻¹ maxi
	Incréments de vitesse	0,1 km.h ⁻¹
	Temps de montée jusqu'à vitesse maxi	30s de 0 à 18 km.h ⁻¹
	Inclinaison du tapis	12% maxi (ce qui correspond à une pente inclinée d'environ 6,9° par rapport à l'horizontale)
	Incréments d'inclinaison	1%
	Temps de montée jusqu'à inclinaison maxi	30s de 0 à 12 %
	Programmes	Différents modes : préprogrammé, utilisateur, cardiotraining
1.2	Encombrement du dispositif replié	970mm x 820mm x 1620mm
	Effort à fournir pour le pliage	non fourni
	Vitesse d'impact au sol lors du dépliage	1 m · s ⁻¹ maxi
1.3	Tension d'alimentation	230 V monophasé
	Fréquence du secteur	50 Hz
	Puissance disponible	≤ 3 kW
1.4	Température du local	non fourni
	Masse du dispositif	92,5 kg
	Niveau de pression acoustique à 1 m de la machine	75 dB ± 5 dB à vitesse maxi

semble ramenée sur l'arbre moteur.

Hypothèse : les liaisons sont parfaites.

Q 7 : En isolant l'ensemble E, et en appliquant le théorème de l'énergie cinétique, donner l'équation différentielle liant la vitesse angulaire du moteur $\omega_M(t)$ à J_{eq} et au couple moteur C_M .

Le moteur utilisé est un moteur électrique à courant continu Son comportement peut être modélisé par les équations suivantes :

- $U(t) = e(t) + R \cdot i(t)$;
- $C_M = K_t \cdot i(t)$;
- $e(t) = K_e \omega_M(t)$.

avec

- $U(t)$: tension d'induit en V;
- $i(t)$: courant d'induit en A;
- $e(t)$: force contre-électromotrice en V;
- R : résistance d'induit;
- K_t : la constante de couple en $Nm \cdot A^{-1}$;
- K_e : constante de force contre-électromotrice en $V \cdot s \cdot rad^{-1}$. Dans la suite, on considèrera $K_t = K_e$.

Q 8 : En utilisant les équations du moteur électrique fournies, en déduire l'équation différentielle liant la vitesse angulaire du moteur $\omega_M(t)$ à J_{eq} , K_t et $U(t)$. Elle sera lise sous la forme :

$$\omega_M \dot{(t)} + A \omega_M(t) = B U(t).$$

Où A et B sont des constantes à déterminer.

On donne la solution de cette équation différentielle.

$$\omega_M(t) = \frac{U_0}{K_e} \left(1 - e^{-\frac{K_e^2 t}{R J_{eq}}} \right)$$

On donne $J_{eq} = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

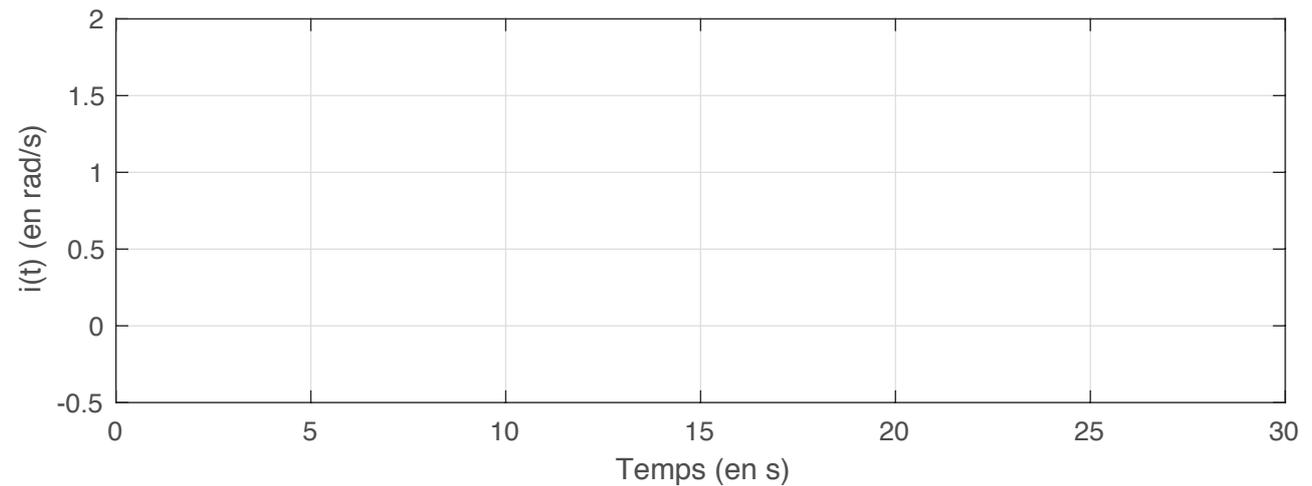
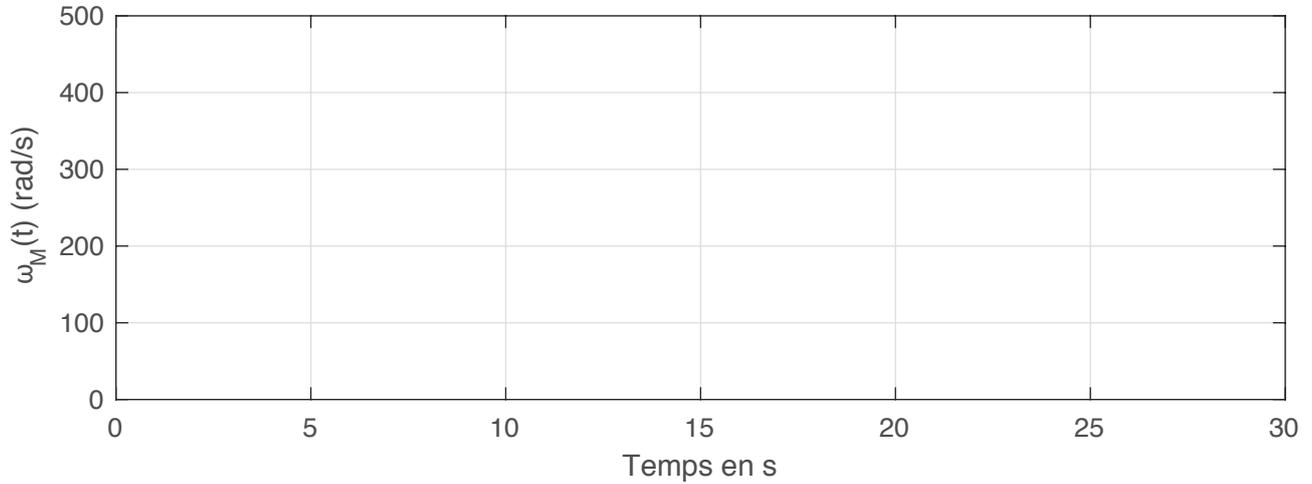
Q 9 : Dans le cas où on alimente le moteur à la tension maximale indiquée dans la figure 9 en annexe, estimer la vitesse de rotation du moteur, puis la vitesse de défilement du tapis, à $t = 0,25\text{s}$.

Q 10 : Donner l'expression du courant d'induit $i(t)$. Estimer la valeur de ce courant à $t = 0\text{s}$ et $t = 0,25\text{s}$.

Q 11 : Pour préserver le moteur, le courant est saturé à $i_{max} = 7,5 A$. Donner alors la nouvelle expression de $\omega_M(t)$. En déduire le temps nécessaire pour atteindre la vitesse de défilement maximale du tapis.

Q 12 : Compte tenu du temps de montée en vitesse indiqué dans le cahier des charges, comment peut-on imaginer que le moteur est commandé ?

Q 13 : Compléter les figures ci-dessous pour quantifier la commande du moteur sur une durée de 30 s en vitesse $\omega_M(t)$ et en intensité $i(t)$.



Annexes

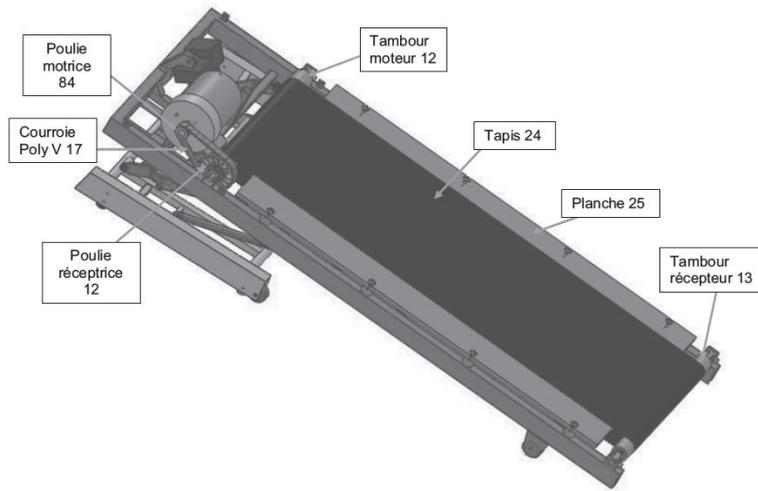


FIGURE 7 – Vue d'ensemble de la motorisation du tapis.

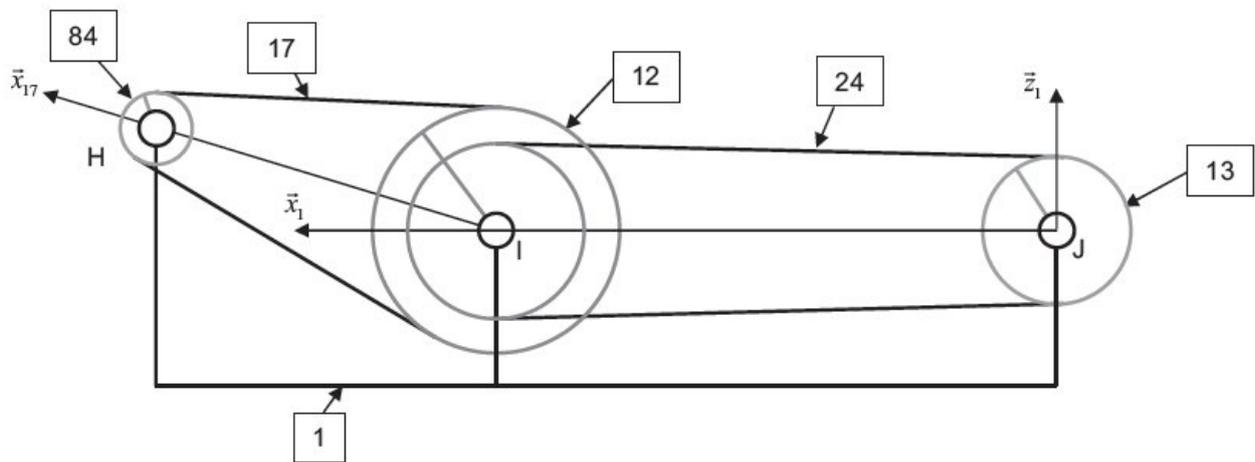


FIGURE 8 – Schéma cinématique plan du dispositif d'entraînement du tapis.

N° de modèle	B2K05J13
Tension nominale (V)	180
Courant nominal (A)	7,5
Vitesse de rotation à vide (tr.min ⁻¹)	4 000
Puissance en fonctionnement continu (cv)	1,5
Puissance maximale (cv)	5,5
Diamètre du volant d'inertie (mm)	150/160/170
Diamètre de la poulie	30/33/35
Résistance (Ω)	2
Constante de couple (Nm.A ⁻¹)	0,5



FIGURE 9 – Documentation moteur courant continu.

Corrigé

Exercice 1 : Autofocus d'un appareil photo Réflex

Q 1 : Calculer la valeur numérique du rapport de réduction du réducteur $k = \frac{\omega_I}{\omega_H}$.

$$k = \frac{r\phi_1}{\phi_2} = -\frac{Z_3 \cdot Z_7 \cdot Z_9 \cdot Z_{11} \cdot Z_{14}}{Z_6 \cdot Z_8 \cdot Z_{10} \cdot Z_{13} \cdot Z_{15}} \cdot \frac{\phi_1}{\phi_2} = -0,00188$$

Q 2 : Donner l'expression de l'inertie équivalente ramenée sur l'arbre de la MCC qui sera notée J .
On calcule l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces mobiles :

$$E_{c,\Sigma/0} = E_{c,lent/0} + E_{c,rotor/0}$$

- $E_{c,rotor/0} = \frac{1}{2} I_m \omega_m^2$ car le rotor est en rotation autour d'un axe fixe à la vitesse ω_m
 - $E_{c,lent/0} = \frac{1}{2} {}_B \left\{ \begin{matrix} \omega_l \vec{z}_0 \\ V_l \vec{z}_0 \end{matrix} \right\} \otimes_B \left\{ \begin{matrix} MV_l \vec{z}_0 \\ \vec{\sigma}_{B,l/0} \end{matrix} \right\}$
- Or :

$$\vec{\sigma}_{B,l/0} = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & I \end{pmatrix}_{(\vec{x}_l, \vec{y}_l, \vec{z}_0)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_l \end{pmatrix}$$

$$\vec{\sigma}_{B,l/0} = -E\omega_l \vec{x}_l - D\omega_l \vec{y}_l + I\omega_l \vec{z}_0$$

Finalement :

$$E_{c,lent/0} = \frac{1}{2} (I\omega_l^2 + MV_l^2)$$

D'où en tenant compte que $\omega_l = k\omega_m$ et $V_l = \frac{p}{2\pi}\omega_l = \frac{kp}{2\pi}\omega_m$:

$$E_{c,\Sigma/0} = \frac{1}{2} \left(I \cdot k^2 + I_m + M \cdot \left(\frac{k \cdot p}{2\pi} \right)^2 \right) \omega_m^2$$

Q 3 : Faire le bilan des puissances galiléennes et intérieures.

- $P_{\text{int}} = 0$ car les liaisons sont parfaites
- P_{Cr} est la puissance générée par les frottements secs ramenés sur l'arbre de la poulie motrice :

$$P_{\text{Cr}} = {}_{\vee M} \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ -C_0 \vec{z}_0 \end{matrix} \right\} \otimes_A \left\{ \begin{matrix} \omega_m \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} = -C_0 \omega_m$$

- P_f est la puissance générée par les frottements fluides ramenés sur l'arbre de la poulie motrice

$$P_f = {}_{\vee M} \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ -f\omega_m \vec{z}_0 \end{matrix} \right\} \otimes_A \left\{ \begin{matrix} \omega_m \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} = -f\omega_m^2$$

- P_m est la puissance moteur

$$P_m = {}_{\vee M} \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_m \vec{z}_0 \end{matrix} \right\} \otimes_A \left\{ \begin{matrix} \omega_m \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\} = C_m \omega_m$$

Q 4 : En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que l'équation de mouvement s'écrit :

$$C_m(t) - C_0 = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f \cdot \omega_m(t)$$

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble des pièces mobiles donne :

$$\frac{dE_{c,\Sigma/I_0}}{dt} = P_{\text{int}} + P_{\text{Cr}} + P_m + P_f$$

Finalement, il reste :

$$J\omega_m \frac{d\omega_m}{dt} = C_m\omega_m - C_0\omega_m - f\omega_m^2$$

Après simplification par ω_m , on retrouve bien l'expression demandée :

$$C_m - C_0 = J \frac{d\omega_m}{dt} + f\omega_m$$

Exercice 2 : Modélisation énergétique d'un tapis de course

Q 5 : Donner l'expression littérale de la vitesse linéaire du tapis, tapis V en $km \cdot h^{-1}$, en fonction de N_M , MR_{PM} , R_{PR} et R_{TM} . Effectuer l'application numérique donnant la vitesse linéaire maximale en $km \cdot h^{-1}$; conclure quant au respect du cahier des charges (on pourra prendre la vitesse de rotation du moteur à vide).

Tous les solides considérés sont en mouvement de rotation par rapport à R_0 supposé galiléen. Expression de la vitesse du tapis :

$$V_{\text{tapis}} = R_{TM} \cdot \omega_{12} \cdot 10^{-6} \cdot 3600 = R_{TM} \frac{R_{PM}}{R_{PR}} \omega_M \cdot 10^{-6} \cdot 3600 = R_{TM} \frac{R_{PM}}{R_{PR}} \frac{2\pi N_M}{60} \cdot 10^{-6} \cdot 3600$$

Application numérique :

$$V_{\text{tapis}} = \frac{2\pi \cdot 30 \cdot 17,5 \cdot 4000}{60 \cdot 48} \cdot 10^{-6} \cdot 3600 = 16,5 \text{ km/h}$$

Conclusion :

Le cahier des charges est respecté (18km/h maxi).

Q 6 : Exprimer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble :

$E = \{\text{poulie et rotor moteur 84; tambour moteur 12; poulie réceptrice 12; tambour récepteur 13}\}$, en fonction de J_M , J_{TM} , J_{TR} , des données géométriques, et de $\omega_M(t)$ uniquement; en déduire l'inertie équivalente J_{eq} de cet ensemble ramenée sur l'arbre moteur.

Expression de l'énergie cinétique de l'ensemble E :

$$Ec(E/R_1) = \frac{1}{2} J_M \omega_M^2 + \frac{1}{2} J_{TM} \omega_{12}^2 + \frac{1}{2} J_{TR} \omega_{13}^2 = \frac{1}{2} \left(J_M + J_{TM} \left(\frac{R_{PM}}{R_{PR}} \right)^2 + J_{TR} \left(\frac{R_{TM} R_{PM}}{R_{TR} R_{PR}} \right)^2 \right) \omega_M^2$$

Expression de J_{eq} :

$$J_{eq} = \left(J_M + J_{TM} \left(\frac{R_{PM}}{R_{PR}} \right)^2 + J_{TR} \left(\frac{R_{TM} R_{PM}}{R_{TR} R_{PR}} \right)^2 \right)$$

Q 7 : En isolant l'ensemble E, et en appliquant le théorème de l'énergie cinétique, donner l'équation différentielle liant la vitesse angulaire du moteur $\omega_M(t)$ à J_{eq} et au couple moteur C_M .

Seul le couple moteur s'applique sur l'ensemble. Tous les liaisons sont supposées parfaites.

$$\mathcal{P}(ext \rightarrow E) = \mathcal{P}(moteur \rightarrow 84) = C_M \cdot \omega_M$$

$$\mathcal{P}(int) = 0$$

Le TEC donne alors,

$$\frac{dE_c(E/R_1)}{dt} = \mathcal{P}(ext \rightarrow E) + \mathcal{P}(int)$$

⇔

$$J_{eq} \cdot \omega_M \cdot \dot{\omega}_M = C_M \cdot \omega_M$$

On obtient alors, l'équation différentielle liant $\omega_M(t)$ à J_{eq} et C_M :

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_M = C_M$$

Q 8 : En utilisant les équations du moteur électrique fournies, en déduire l'équation différentielle liant la vitesse angulaire du moteur $\omega_M(t)$ à J_{eq} , K_t et $U(t)$. Elle sera lise sous la forme :

$$\omega_M \dot{}(t) + A \omega_M(t) = B U(t).$$

Où A et B sont des constantes à déterminer.

Les équations donnent :

$$C(t) = K_t \cdot i(t) = K_t \left(\frac{u(t) - e(t)}{R} \right) = \frac{K_t}{R} \cdot U(t) - \frac{K_t \cdot K_e}{R} \cdot \omega_M(t)$$

⇔

$$J_{eq} \cdot \dot{\omega}_M + \frac{K_t K_e}{R} \omega_M(t) = \frac{K_t}{R} \cdot U(t)$$

⇔

$$\dot{\omega}_M + \frac{K_t K_e}{R J_{eq}} \omega_M(t) = \frac{K_t}{R J_{eq}} \cdot U(t)$$

$$\omega_M \dot{}(t) + \frac{K_t K_e}{R J_{eq}} \omega_M(t) = \frac{K_t}{R J_{eq}} U(t)$$

Q 9 : Dans le cas où on alimente le moteur à la tension maximale indiquée dans la figure 9 en annexe, estimer la vitesse de rotation du moteur, puis la vitesse de défilement du tapis, à $t = 0,25$ s.

$$\omega_M(t) = \frac{U_0}{K_e} \left(1 - e^{-\frac{K_e^2 t}{R J_{eq}}} \right) = \frac{U_0}{K_e} (1 - e^{-t/\tau})$$

Avec

$$\tau = \frac{R \cdot J_{eq}}{K_e^2} = \frac{2 \times 3,1 \times 10^{-2}}{0,5^2} = \frac{6,2}{24} \approx 0,25$$

Vitesse de rotation du moteur (en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$) à $t = 0,25$ s :

$$\omega_M(0,25) = 0,63 \frac{U_0}{K_e} \approx 226 \text{ rad/s}$$

Vitesse de défilement du tapis (en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$) à $t = 0,25$ s :

$$V_{\text{tapis}} = R_{\text{TM}} \frac{R_{\text{PM}}}{R_{\text{PR}}} \omega_M \cdot 10^{-6} \cdot 3600 = 30 \cdot \frac{17,5}{48} \cdot 226 \cdot 10^{-6} \cdot 3600 \approx 8,9 \text{ km/h}$$

Q 10 : Donner l'expression du courant d'induit $i(t)$. Estimer la valeur de ce courant à $t = 0$ s et $t = 0,25$ s.

Expression du courant induit :

$$i(t) = \frac{U_0 - K_e \omega_M(t)}{R}$$

Courant à $t = 0$ s : $i(0) = \frac{U_0}{R} = 90$ A. Courant à $t = 0,25$ s : $i(0,25) = \frac{180 - 0,5 \cdot 226}{2} \approx 33,5$ A.

Q 11 : Pour préserver le moteur, le courant est saturé à $i_{max} = 7,5$ A. Donner alors la nouvelle expression de $\omega_M(t)$. En déduire le temps nécessaire pour atteindre la vitesse de défilement maximale du tapis.

Nouvelle expression de $\omega_M(t)$:

$$\frac{d\omega_M(t)}{dt} = \frac{K_t}{J_{eq}} i_{max} \Rightarrow \omega_M(t) = \frac{K_t}{J_{eq}} i_{max} t$$

Note : on a vu que la vitesse maximale du tapis était de 16,5 km/h avec $\Omega_M = 4000$ tour/min.

$$4000 \text{ tr/min} = \frac{4000 \cdot 2\pi}{60} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \approx 400 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

on a donc

$$t = 400 \cdot \frac{J_{eq}}{K_t \cdot i_{max}} = \frac{400 \cdot 3,1 \cdot 10^{-2}}{0,5 \cdot 7,5} \approx 4 \text{ s}$$

Q 12 : Compte tenu du temps de montée en vitesse indiqué dans le cahier des charges, comment peut-on imaginer que le moteur est commandé ?

Commande du moteur :

D'après le cahier des charges, on doit passer de 0 à 18 km/h en 30s.

On peut donc imaginer que le moteur sera piloté par une rampe de vitesse.

Q 13 : Compléter les figures ci-dessous pour quantifier la commande du moteur sur une durée de 30 s en vitesse $\omega_M(t)$ et en intensité $i(t)$.

