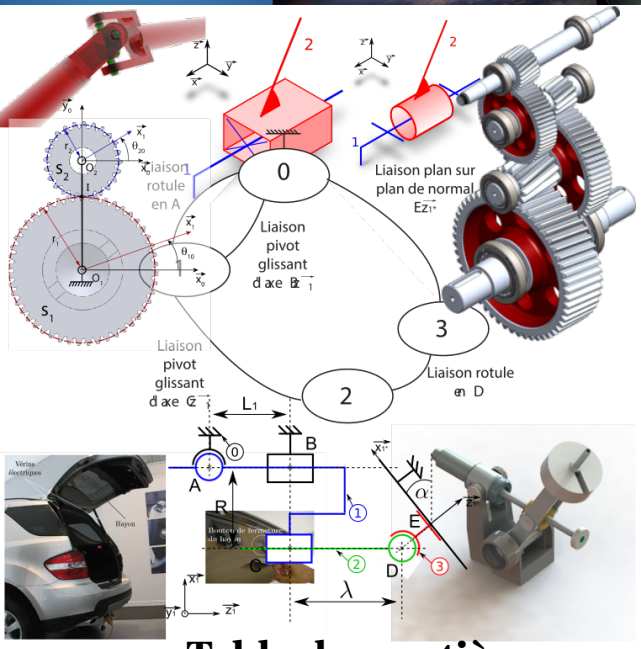




LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE P.S.I.

ANNÉE 2026 - 2027

C3 : MODÉLISATION DES CHAÎNES DE SOLIDE : LOIS ENTRÉES/SORTIES ET CONTRAINTES GÉOMÉTRIQUES

C3-2 - Théorie des mécanismes

2 Novembre
2026

Table des matières

I Introduction **1**
1 Intérêt du calcul de l'hyperstatisme 1
2 Rappels des notations employées 2
a) Pour une liaison entre deux solides . . . 2
b) Pour "l" liaisons 3
3 Exemple d'étude du cours 3
II Étude statique **4**
1 Objectifs 4
2 Bilan des actions mécanique pour chacune des classes d'équivalence 4
a) BAME pour l'ensemble 1 4
b) BAME pour l'ensemble 2 5
c) BAME pour l'ensemble 3 5
3 Résolution d'un système linéaire homogène . . 5
4 Mise en évidence de l'hyperstatisme et de la mobilité 7
III Étude cinématique **7**
1 Objectifs 7
2 Démarche 7
3 Fermeture de chaine cinématique 8
a) Chaine cinématique 1 8
b) Chaine cinématique 2 9
4 Résolution 9
5 Mise en évidence de l'hyperstatisme et de la mobilité 10
IV Hyperstatisme **10**
1 Degrés de mobilité 10
2 Définition de l'hyperstatisme 10
3 Comparaison des mécanismes iso et hyperstatique 11
4 Méthodes pour traiter un problème hyperstatique 11

Compétences

- **Modéliser**
  - Choisir un modèle adapté aux performances à prévoir ou à évaluer.
  - Proposer une modélisation des liaisons avec leurs caractéristiques géométriques.
  - Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique.
  - Modifier un modèle pour le rendre isostatique.
- **Résoudre**
  - Proposer une démarche permettant la détermination d'une action mécanique inconnue ou d'une loi de mouvement.
- **Communiquer**
  - Lire et décoder un document technique.
  - Produire des documents techniques adaptés à l'objectif de la communication.
  - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

I. Introduction

1 Intérêt du calcul de l'hyperstatisme

Définition 1 : *Système technique*

Un système technique est un ensemble structuré de constituants et de composants dont le but est la réalisation de fonctions permettant de soulager l'homme dans son activité quotidienne.

Le réel étant toujours complexe, on s'attachera alors à modéliser un système mécanique ce qui revient à idéaliser la description d'un système en faisant un certain nombre d'hypothèses. Le développement des méthodes numériques permet de créer et d'affiner de plus en plus la modélisation des systèmes (Conception Assisté par Ordinateur CAO, Calculs Eléments Finis de résistance mécanique, etc....).

Définition 2 : *Théorie des mécanismes*

La **théorie des mécanismes** est le premier maillon d'une **CAO** puisqu'elle doit permettre de définir les liaisons entre les pièces constituant le mécanisme. On parlera alors de :

- **mécanisme** lorsque la description d'un système mécanique sera orientée "liaisons". On supposera que les pièces sont indéformables ;
- **structure** lorsque cette description sera orientée "pièces". On supposera que les liaisons sont rigides.

Remarque 1 :

Dans cette partie du cours nous supposerons les pièces comme **indéformables** et nous considérerons les liaisons à surfaces parfaites, à **jeu et à frottement nuls**.

2 Rappels des notations employées

On se placera dans un repère $R = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

a) Pour une liaison entre deux solides

Soient S_1 et S_2 deux solides en liaison :

- **Torseur des actions mécaniques extérieures :** *(du solide S_1 sur le solide S_2 s'appliquant au point P)*

$$\{\mathcal{T}_{(S_1\to S_2)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_{(S_1\to S_2)}} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}_{P(S_1\to S_2)}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{P12} & L_{P12} \\ Y_{P12} & M_{P12} \\ Z_{P12} & N_{P12} \end{array} \right\}_R$$

  X_{P12}, Y_{P12} , Z_{P12} , L_{P12} , M_{P12} , N_{P12} sont appelées les **inconnues statiques** de la liaison. Le nombre d'inconnues statiques d'une liaison est noté : I_{S12}

- **Torseur cinématique :** *(du mouvement relatif entre les solides S_2 et S_1 avec P centre de liaison)*

$$\{\mathcal{V}_{(S_2/S_1)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega_{(S_2/S_1)}} \\ \overrightarrow{V}([\in P/])S_2S_1 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} p_{P21} & u_{P21} \\ q_{P21} & v_{P21} \\ r_{P21} & w_{P21} \end{array} \right\}_R$$

  p_{P21}, q_{P21}, r_{P21}, u_{P21}, v_{P21} et w_{P21} sont appelées les **inconnues cinématiques** de la liaison. Le nombre d'inconnues cinématiques d'une liaison est noté : I_{C21}

Nous l'avons vu, en l'absence de frottement, les torseurs des actions mécaniques et les torseurs cinématiques sont complémentaires : **leur comoment est nul**.

Propriété 1 : ***Rapport entre inconnues statiques et inconnues cinématiques***

$$\boxed{I_{C12} = 6 - I_{S12}} \quad (1)$$

Dans le cadre des liaisons avec frottement, modélisées par la loi de Coulomb, l'action mécanique tangentielle au contact n'est pas considéré comme une inconnue indépendante, vu qu'elle dépend d'autre inconnues statiques.

b) Pour "l" liaisons

Le nombre total d'inconnues statiques est noté : $I_S = \sum_{i=1}^{l} I_{Si}$

Le nombre total d'inconnues cinématiques est noté : $I_C = \sum_{i=1}^{l} I_{Ci}$

Propriété 2 :

On aura toujours :

$$\boxed{I_C = 6l - I_S} \quad (2)$$

Avec l **le nombre de liaisons** dans le mécanisme.

3 Exemple d'étude du cours

Nous prendrons comme exemple dans ce cours, la pompe à pistons axiaux. Nous avons retenu une modélisation avec 4 classes d'équivalence y compris le bâti :

- 0 : bâti ;
- 1 : Barillet ;
- 2 : piston ;
- 3 : poussoir.

On note n le nombre de classes d'équivalence hors bâti (ici $n = 3$). Dans cette étude, on se place directement dans la base $B_1 = (\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ qui est en rotation par rapport à la base $B_O = (\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ autour de l'axe $\vec{z_0} = \vec{z_1}$ avec le paramètre de rotation θ. Le plateau inclinable est supposé fixe au cours du temps. On lui associe le repère $R_{0*} = (\vec{x_{0*}}, \vec{y_{0*}}, \vec{z_{0*}})$ qui est en rotation par rapport au repère $R_O = (\vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ autour de l'axe $\vec{y_0}$ avec le paramètre angulaire α. On introduit le repère $R_{1*} = (\vec{x_{1*}}, \vec{y_{1*}}, \vec{z_{1*}})$ directement obtenu à partir de R_{0*} par une rotation autour de $\vec{z_{0*}}$ et d'angle θ. On donne également,

- $\vec{AB} = L_1 \vec{z_0}$
- $\vec{BC} = -R\vec{x_1}$
- $\vec{CD} = \lambda \vec{z_1}$
- $\vec{DE} = h\vec{z_{1*}}$

Les liaisons entre les différentes classes d'équivalence permettent de modéliser le système avec le schéma cinématique suivant la figure 2 :

- Les liaisons sont parfaites : sans frottements ni jeux.
- Le poids et les effets d'inerties sont négligés.
- On introduit une action de pression s'exerçant sur le piston 2 assimilable à un glisseur d'axe central $(C, \vec{z_1})$ et qui a pour résultante en effort : $\vec{F_p} = F_p \vec{z_1}$

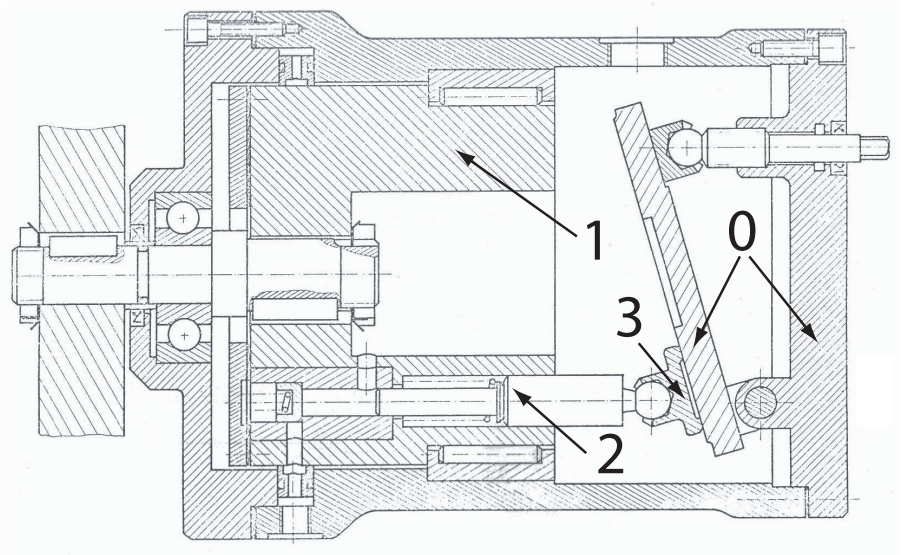


FIGURE 1 – Schéma technologique d'une pompe à pistons axiaux

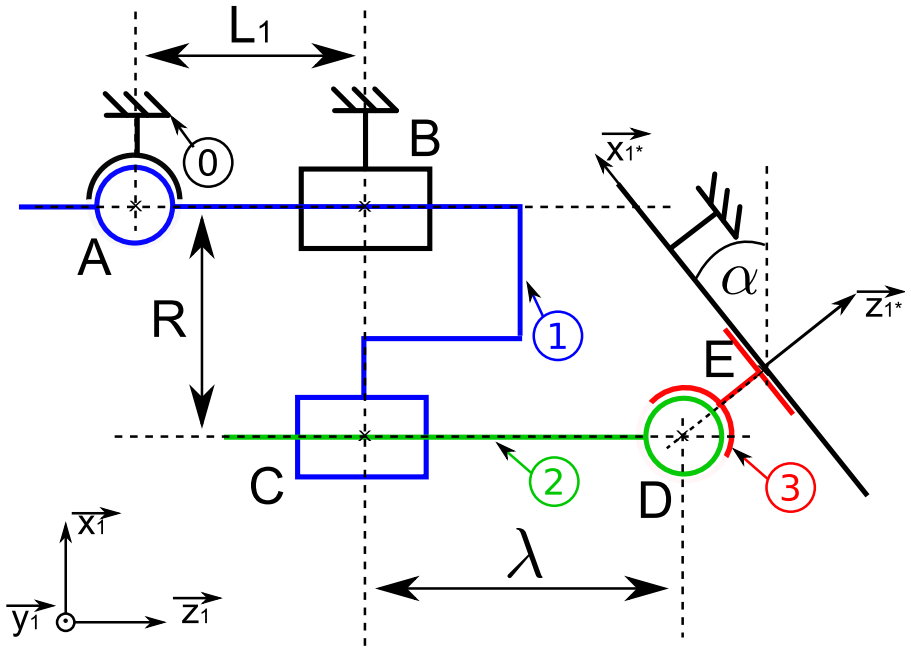


FIGURE 2 – Schéma cinématique d'une pompe à pistons axiaux

II. Étude statique

1 Objectifs

- La résolution statique a pour but de déterminer les actions dans les liaisons mécaniques. Cette résolution pourra alors ensuite permettre un dimensionnement des différentes liaisons.
- Cette approche permet également de déterminer l'isostaticité ou l'hypertstaticité en vue de d'estimer les conditions éventuelles de montage du mécanisme.

2 Bilan des actions mécanique pour chacune des classes d'équivalence

a) BAME pour l'ensemble 1

On choisit d'écrire tous les torseurs des actions mécaniques au point B :

- **Action de 0 sur 1 en A :**

$$\left\{\mathscr{T}^{A}_{(S_0\to S_1)}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{A01} & 0 \\ Y_{A01} & 0 \\ Z_{A01} & 0 \end{Bmatrix}_{A,R_1} = \begin{Bmatrix} X_{A01} & L_1\,Y_{A01} \\ Y_{A01} & -L_1\,X_{A01} \\ Z_{A01} & 0 \end{Bmatrix}_{B,R_1}$$

- **Action de 0 sur 1 en B :**

$$\left\{\mathscr{T}^{B}_{(S_0\to S_1)}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{B01} & L_{B01} \\ Y_{B01} & M_{B01} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B,R_1}$$

- **Action de 2 sur 1 en C :**

$$\left\{\mathscr{T}^{C}_{(S_2\to S_1)}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{C21} & L_{C21} \\ Y_{C21} & M_{C21} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,R_1} = \begin{Bmatrix} X_{C21} & L_{C21} \\ Y_{C21} & M_{C21} \\ 0 & -R\,Y_{C21} \end{Bmatrix}_{B,R_1}$$

b) BAME pour l'ensemble 2

On choisit d'écrire tous les torseurs des actions mécaniques au point C :

- **Action de 3 sur 2 en D :**

$$\left\{\mathscr{T}^{D}_{(S_3\to S_2)}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{D32} & 0 \\ Y_{D32} & 0 \\ Z_{D32} & 0 \end{Bmatrix}_{D,R_1} = \begin{Bmatrix} X_{D32} & -\lambda\,Y_{D32} \\ Y_{D32} & \lambda\,X_{D32} \\ Z_{D32} & 0 \end{Bmatrix}_{C,R_1}$$

- **Action de 1 sur 2 en C :**

$$\left\{\mathscr{T}^{C}_{(S_1\to S_2)}\right\} = \begin{Bmatrix} -X_{C21} & -L_{C21} \\ -Y_{C21} & -M_{C21} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C,R_1}$$

- **Action de la pression en C :**

$$\left\{\mathscr{T}^{C}_{(pression\to S_2)}\right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_p & 0 \end{Bmatrix}_{C,R_1}$$

c) BAME pour l'ensemble 3

On choisit d'écrire tous les torseurs des actions mécaniques au point D :

- **Action de 2 sur 3 en D :**

$$\left\{\mathscr{T}^{D}_{(S_2\to S_3)}\right\} = \begin{Bmatrix} -X_{D32} & 0 \\ -Y_{D32} & 0 \\ -Z_{D32} & 0 \end{Bmatrix}_{D,R_1}$$

- **Action de 0 sur 3 en E :**

$$\left\{\mathscr{T}^{E}_{(S_0\to S_3)}\right\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{E03} \\ 0 & M_{E03} \\ Z_{E03} & 0 \end{Bmatrix}_{C,R_{1*}} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{E03} \\ 0 & M_{E03} \\ Z_{E03} & 0 \end{Bmatrix}_{D,R_{1*}} = \begin{Bmatrix} Z_{E03}\sin(\alpha) & L_{E03}\cos(\alpha) \\ 0 & M_{E03} \\ Z_{E03}\cos(\alpha) & -L_{E03}\sin(\alpha) \end{Bmatrix}_{D,R_1}$$

3 Résolution d'un système linéaire homogène

En appliquant successivement le principe fondamental de la statique pour chacun des trois ensemble on obtient un système de 18 équations :

$$\begin{cases}
(1)\text{résultante suivant}\overrightarrow{x_1} & X_{A01}+X_{B01}+X_{C21}=0 \\
(2)\text{résultante suivant}\overrightarrow{y_1} & Y_{A01}+Y_{B01}+Y_{C21}=0 \\
(3)\text{résultante suivant}\overrightarrow{z_1} & Z_{A01}=0 \\
(4)\text{moment suivant}\left(B,\overrightarrow{x_1}\right) & L_1\ Y_{A01}+L_{B01}+L_{C21}=0 \\
(5)\text{moment suivant}\left(B,\overrightarrow{y_1}\right) & -L_1\ X_{A01}+M_{B01}+M_{C21}=0 \\
(6)\text{moment suivant}\left(B,\overrightarrow{z_1}\right) & -R\ Y_{C21}=0 \\
(7)\text{résultante suivant}\overrightarrow{x_1} & X_{D32}-X_{C21}=0 \\
(8)\text{résultante suivant}\overrightarrow{y_1} & Y_{D32}-Y_{C21}=0 \\
(9)\text{résultante suivant}\overrightarrow{z_1} & Z_{D32}+F_p=0 \\
(10)\text{moment suivant}\left(C,\overrightarrow{x_1}\right) & -\lambda\ Y_{D32}-L_{C21}=0 \\
(11)\text{moment suivant}\left(C,\overrightarrow{y_1}\right) & \lambda\ X_{D32}-M_{C21}=0 \\
(12)\text{moment suivant}\left(C,\overrightarrow{z_1}\right) & 0=0 \\
(13)\text{résultante suivant}\overrightarrow{x_1} & -X_{D32}+Z_{E03}\sin(\alpha)=0 \\
(14)\text{résultante suivant}\overrightarrow{y_1} & -Y_{D32}=0 \\
(15)\text{résultante suivant}\overrightarrow{z_1} & -Z_{D32}+Z_{E03}\cos(\alpha)=0 \\
(16)\text{moment suivant}\left(D,\overrightarrow{x_1}\right) & L_{E03}\cos(\alpha)=0 \\
(17)\text{moment suivant}\left(D,\overrightarrow{y_1}\right) & M_{E03}=0 \\
(18)\text{moment suivant}\left(D,\overrightarrow{z_1}\right) & -M_{E03}\sin(\alpha)=0
\end{cases}$$

4 Mise en évidence de l'hyperstatisme et de la mobilité

Bilan : *Approche statique*

- On obtient alors un système de $E_s = 18$ **équations statiques**.
- La modélisation comporte $I_s = 17$ **inconnues statiques**.
- Certaines de ces équations ne sont pas significatives, elles correspondent aux mobilités cinématiques du mécanisme :
  - Équation (12) **"0 = 0"** : *mobilité de rotation de piston autour de* $(C, \overrightarrow{z_1})$.
  - Les équations (6) (8) et (14) sont équivalentes à deux équations libres : *mobilité de rotation du barillet autour de* $(B, \overrightarrow{z_1})$.
  - Équation (18) liée à (17) : *rotation du poussoir autour de* $(E, \overrightarrow{z_{1*}})$.

  Le système possède alors **3 mobilités cinématiques** ($m_c = 3$).
  Pour résoudre ce système on se retrouve donc avec $r_S = 15$ **équations significatives** (rang du système d'équations statiques r_s) pour $I_S = 17$ **inconnues**. Nous avons donc un déficit de **2 équations** ou encore 2 inconnues statiques de trop pour résoudre le problème. Le système est donc **hypercontraint**. **On dit que la modélisation du système est hyperstatique d'ordre 2**

$$\boxed{h = I_s - r_s = I_s - (E_s - m_c)} \quad (3)$$

III. Étude cinématique

1 Objectifs

- La résolution cinématique a pour but de déterminer les caractéristiques cinématiques au niveau de toutes les liaisons de la chaîne.
- Cette approche permet également de déterminer l'isostaticité ou l'hypertstaticité en vue de déterminer les conditions éventuelles de montage du mécanisme.
- Elle permet enfin de déterminer la loi entrée-sortie cinématique du mécanisme.

2 Démarche

Le graphe de liaison donné ci-après montre que le mécanisme possède deux chaînes fermées :
- Chaîne 1 : $\{0-3-2-1-0\}$.
- Chaîne 2 : $\{0-1-0\}$.

L'approche cinématique consiste à écrire pour chaque chaine la fermeture cinématique à l'aide des torseurs.

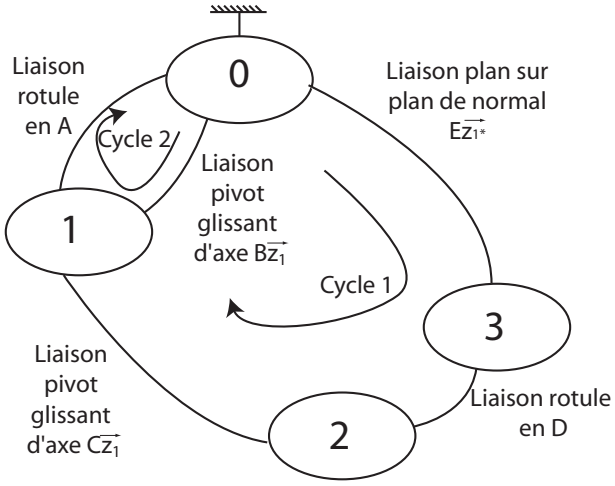


FIGURE 3 – Graphe de structure de la pompe

3 Fermeture de chaine cinématique

a) Chaine cinématique 1

La fermeture cinématique s'écrit :

$$\{\mathcal{V}_{(3/0)}\} = \{\mathcal{V}_{(3/2)}\} + \{\mathcal{V}_{(2/1)}\} + \{\mathcal{V}_{(1/0)}\}$$

On détermine alors successivement les différents torseurs cinématiques que l'on exprimera tous en C :

- $\{\mathcal{V}_{(3/0)}\}$:

$$\{\mathcal{V}_{(3/0)}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & u_{30} \\ 0 & v_{30} \\ r_{30} & 0 \end{array}\right\}_{E,R_{1*}} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & u_{30} \\ 0 & v_{30} \\ r_{30} & 0 \end{array}\right\}_{D,R_{1*}}$$

$$= \left\{\begin{array}{cc} r_{30}\sin(\alpha) & u_{30}\cos(\alpha) \\ 0 & v_{30} \\ r_{30}\cos(\alpha) & -u_{30}\sin(\alpha) \end{array}\right\}_{D,R_1} = \left\{\begin{array}{cc} r_{30}\sin(\alpha) & u_{30}\cos(\alpha) \\ 0 & v_{30}+\lambda\, r_{30}\sin(\alpha) \\ r_{30}\cos(\alpha) & -u_{30}\sin(\alpha) \end{array}\right\}_{C,R_1}$$

- $\{\mathcal{V}_{(3/2)}\}$:

$$\{\mathcal{V}_{(3/2)}\} = \left\{\begin{array}{cc} p_{32} & 0 \\ q_{32} & 0 \\ r_{32} & 0 \end{array}\right\}_{D,R_1} = \left\{\begin{array}{cc} p_{32} & -\lambda\, q_{32} \\ q_{32} & \lambda\, p_{32} \\ r_{32} & 0 \end{array}\right\}_{C,R_1}$$

- $\{\mathcal{V}_{(2/1)}\}$:

$$\{\mathcal{V}_{(2/1)}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{21} & w_{21} \end{array}\right\}_{C,R_1}$$

- $\{\mathcal{V}_{(1/0)}\}$:

$$\{\mathcal{V}_{(1/0)}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{B10} & 0 \end{array}\right\}_{B,R_1} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & -R\, r_{B10} \\ r_{B10} & 0 \end{array}\right\}_{C,R_1}$$

b) Chaine cinématique 2

La fermeture cinématique s'écrit :

$$\{\mathcal{V}^A_{(1/0)}\} = \{\mathcal{V}^B_{(1/0)}\}$$

On détermine alors successivement les différents torseurs cinématiques que l'on exprimera tous en A :

- $\left\{\mathcal{V}^A_{(1/0)}\right\}$:

$$\{\mathcal{V}^A_{(1/0)}\} = \begin{Bmatrix} p_{A10} & 0 \\ q_{A10} & 0 \\ r_{A10} & 0 \end{Bmatrix}_{A,R_1}$$

- $\left\{\mathcal{V}^B_{(1/0)}\right\}$:

$$\{\mathcal{V}^B_{(1/0)}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{B10} & w_{B10} \end{Bmatrix}_{A,R_1}$$

4 Résolution

On écrit alors la fermeture cinématique pour chaque fermeture cinématique. Cela donnera 12 équation pour 13 inconnues avec les deux fermetures de chaines :

$$\{\mathcal{V}^A_{(1/0)}\} - \{\mathcal{V}^B_{(1/0)}\} = \{0\}$$

$$\{\mathcal{V}_{(3/2)}\} + \{\mathcal{V}_{(2/1)}\} + \{\mathcal{V}_{(1/0)}\} - \{\mathcal{V}_{(3/0)}\} = \{0\}$$

$$\begin{array}{c} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (4) \\ (5) \\ (6) \\ (7) \\ (8) \\ (9) \\ (10) \\ (11) \\ (12) \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\cos(\alpha) & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R & 0 & 0 & -1 & -\lambda\sin(\alpha) & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_{A10} \\ q_{A10} \\ r_{A10} \\ r_{B10} \\ w_{B10} \\ u_{30} \\ v_{30} \\ r_{30} \\ p_{32} \\ q_{32} \\ r_{32} \\ r_{21} \\ w_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

5 Mise en évidence de l'hyperstatisme et de la mobilité

Bilan :

Approche cinématique

- Avec deux cycles fermés, on obtient alors un système de $E_c = 12$ équations.
- La modélisation comporte $I_c = 13$ inconnues cinématiques.
- Le rang du système vaut $r_c = 10$ car deux équations ((4) et (5)) donnent **"0 = 0"** et ne sont donc pas significatives.
- Le nombre d'équations non-significatives correspond directement à l'**hyperstaticité** (ici $h = 2$)
- La mobilité cinématique se définit comme la différence entre le nombre d'inconnues cinématiques (I_c) et le nombre d'équations significatives (r_c) : **ici** $mc = 3$

$$\boxed{m_c = I_c - r_c = I_c - (E_c - h).} \tag{4}$$

IV. Hyperstatisme

1 Degrés de mobilité

Définition 3 : *Mobilité cinématique*

On appelle $m_c = m_u + m_i$ le **degrés de mobilité cinématique** d'une liaison ou d'un mécanisme, avec :

- m_u : le nombre de mobilités dites **utile**,
- m_i : le nombre de mobilités dites **interne**.

Pour une liaison seule :

- $m_c = 0$: liaison complète ou rigide,
- $m_c > 0$: liaison mobile à m_c degrés de liberté.

Remarques 2 :

- Dans un mécanisme, une mobilité utile est une mobilité **recherchée dans la fonction du mécanisme**. On différenciera **seulement** les mobilités utiles **indépendantes**. Si une relation existe, par exemple, entre un mouvement d'entrée et un mouvement de sortie, alors cela sera considéré comme une seule mobilité.
- Les mobilités internes sont des mobilités indépendantes résiduelles à l'intérieur du mécanisme.

2 Définition de l'hyperstatisme

Définition 4 : *Degrés d'hyperstatisme*

On appelle h le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme. Il traduit l'impossibilité à résoudre un problème de mécanique, par la redondance abusive des liaisons.
D'après l'exemple précédent, on peut définir le degré d'hyperstatisme par :

$$\boxed{h = E_c - I_c + m_c = I_s - E_s + m_c} \tag{5}$$

- $h = 0$: liaison ou mécanisme **isostatique**,
- $h > 0$: liaison ou mécanisme **hyperstatique**.

Définition 5 :

Notations

- I_c et I_s sont respectivement les **nombres d'inconnues cinématiques et statiques** d'un système et ils dépendent du type de modélisation (2D ou 3D).
- On introduit le paramètre γ appelé **nombre cyclomatique** qui correspond au nombre de boucles dans un systèmes : $\gamma = l - n$ (n classes d'équivalence autre que le bâti et l liaisons).
- E_s est le nombre d'équations statique :
  - En 3D : $E_s = 6n$
  - En 2D : $E_s = 3n$
- E_c est le nombre d'équations cinématique :
  - En 3D : $E_c = 6\gamma + E_{cp}$
  - En 2D : $E_c = 3\gamma + E_{cp}$

  où E_{cp} représente le nombre d'équations complémentaires tels que les conditions de non-glissement.

Remarque 3 :

Un système en **boucle ouverte** aura toujours sa mobilité générale égale à la mobilité cinématique, ainsi il sera toujours **isostatique**.

3 Comparaison des mécanismes iso et hyperstatique

Mécanisme	Avantages	Inconvénients
Isostatique	Constitué de pièces plus faciles à réaliser du point de vue des contraintes dimensionnelles et géométriques. Se prête beaucoup mieux aux calculs de mécanique car on a l'assurance que les surfaces de liaison sont bien en contact.	Souvent moins rigide qu'un mécanisme hyperstatique. Généralement constitué d'un nombre de pièces plus important que le mécanisme hyperstatique équivalent.
Hyperstatique	Plus rigide qu'un système isostatique ; comprend moins de pièces qu'un système isostatique pour une même fonction.	Constitué de pièces plus difficiles à réaliser à cause de contraintes géométriques et dimensionnelles plus importantes. Calculs mécaniques sont souvent complexes, car il faut faire intervenir la déformation des pièces.

4 Méthodes pour traiter un problème hyperstatique

On peut régler les problèmes de montage d'un mécanisme hyperstatique :

- En donnant des jeux suffisants dans les liaisons quand cela est possible.
- En prévoyant des dispositifs de réglage.
- En jouant sur la déformation des pièces.