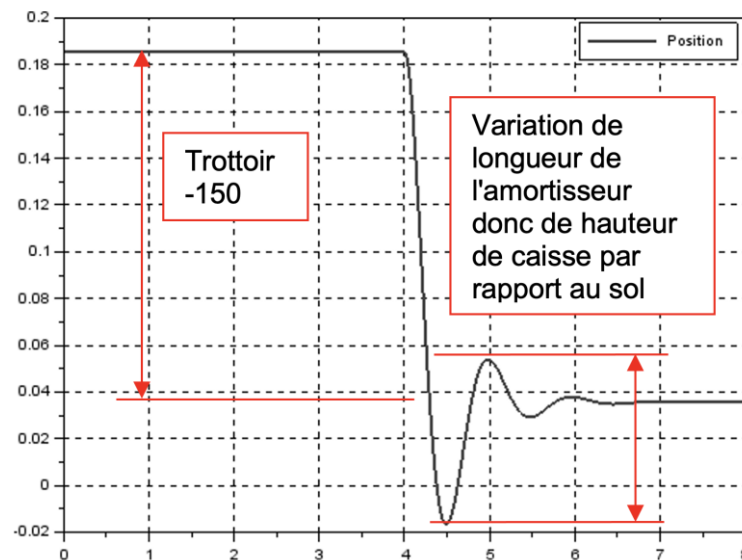


Correction Exercice 1 : Amortisseur

Question 1 : Dans le modèle fourni, la hauteur du centre de gravité est donnée à 0.4 m (longueur à vide du ressort). On fait donc démarrer la simulation à une hauteur supérieure à celle qu'il a sous le poids de la voiture (comme si on soulevait la caisse pour redonner au ressort sa longueur à vide puis on lâche la caisse ou comme si on posait brutalement la caisse sur les suspensions au début de la simulation). Entre 0 et 4 (s) le ressort prend donc sa longueur sous charge (Mg) puis il est soumis à l'échelon de trottoir.

Si on donne au centre de gravité de la masse une hauteur 0.185 (m) (longueur sous charge du ressort), on obtient la courbe ci-contre.



Question 2 : On ajoute un ensemble [Masse+Ressort+Amortisseur] en série avec la suspension proprement dite. Ici pas de facteur d'amortissement du pneu.

Attention lorsque l'on construit le modèle : l'amortisseur principal est toujours soumis à une charge de 350 kg, mais le pneu est soumis à une charge de $40 + 350 = 390$ (kg) et sa longueur à vide est celle du rayon du pneu (l'amortisseur principal est fixé au niveau de l'axe, donc seule la moitié inférieure de la roue travaille). Il faut donc ajouter un effort vertical sur le pneu.

Pour la roue :

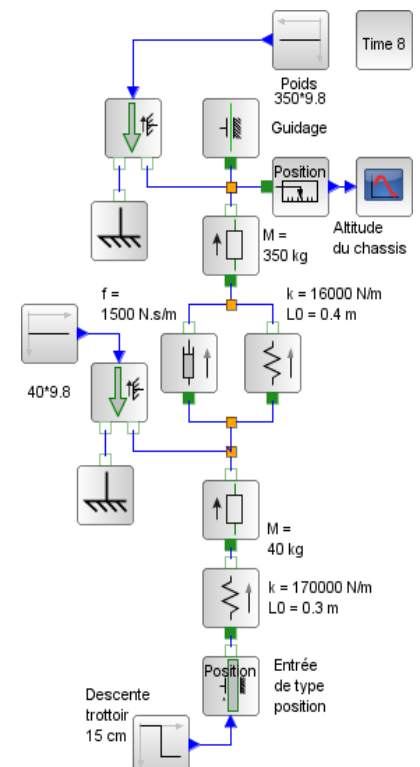
$$K(L_0 - L) = (M + m).G$$

$$L = 0,277 \text{ m}$$

Hauteur initiale de la caisse

$$L_i = 0,277 + 0,185 = 0,462 \text{ m}$$

Lorsque l'on ajoute le pneu cela ne change pas grand-chose pour l'amortisseur mais la hauteur de caisse varie alors d'un peu plus de 0.103 m. L'allure générale est la même. Dans la littérature, on trouve des valeurs de raideur de pneu voisines de 170000 N/m soit pratiquement 10 fois supérieure à celle de la suspension. Cela explique que l'on fasse parfois abstraction de la raideur du pneu.



Question 3 :

Mise en équation : on isole la caisse et les passagers, on applique pour commencer le TRS :

$$\text{A l'équilibre : } -k[Z_0 - (L_0 + R)] - Mg = 0 \Leftrightarrow k[L_0 + R - Z_0] = Mg$$

Lorsque le profil de la route varie, on applique le TRD :

$$\begin{aligned} -k(Z(t) - Z_e - L_0) - f * \frac{d(Z(t) - Z_e)}{dt} - M * g &= M * \frac{d^2(Z(t))}{dt^2} \\ -k \left(Z(t) - Z_e - \left(\frac{M * g}{k} - R + Z_0 \right) \right) - f * \frac{d(Z(t) - Z_e)}{dt} - M * g &= M * \frac{d^2(Z(t))}{dt^2} \\ -k(Z(t) - Z_e + R - Z_0) - f * \frac{dZ(t)}{dt} + \frac{dZ_e}{dt} &= M * \frac{d^2(Z(t))}{dt^2} \\ -k(Z(t) - Z_e + R - Z_0) - f * \frac{dZ(t)}{dt} + \frac{dZ_e}{dt} &= M * \frac{d^2(Z(t))}{dt^2} \end{aligned}$$

Avec $(R - Z_0)$ constant et en posant $Z(t) + R - Z_0 = z(t)$, on a :

$$\frac{dZ(t)}{dt} = \frac{dz(t)}{dt} \text{ et } \frac{d^2Z(t)}{dt^2} = \frac{d^2z(t)}{dt^2}$$

L'équation temporelle devient alors :

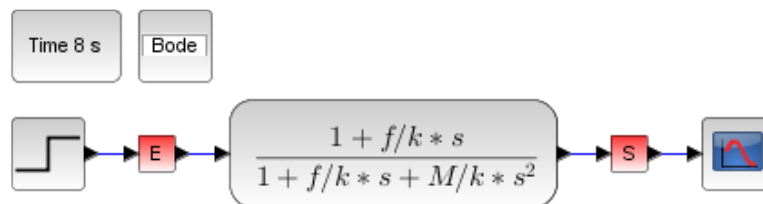
$$kZ_e(t) + f \frac{dZ_e(t)}{dt} = M \frac{d^2z(t)}{dt^2} + f \frac{dz(t)}{dt} + kz(t)$$

Dans le domaine de Laplace :

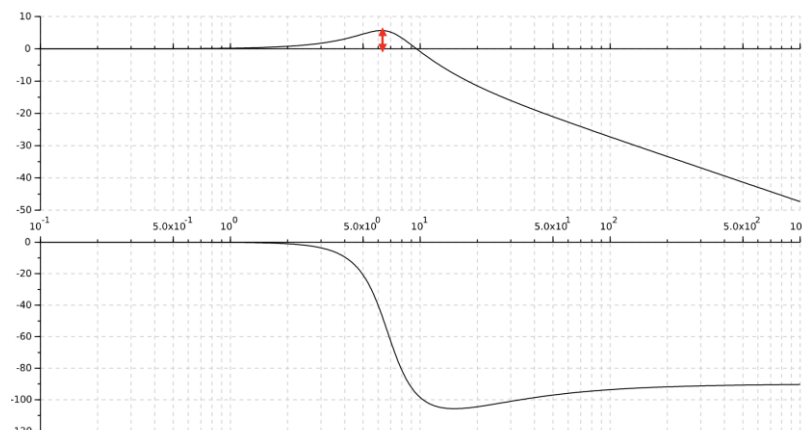
$$(k + fp)Z_e(p) = (Mp^2 + fp + k)Z(p)$$

Soit

$$Z(p) = Z_e(p) \frac{1 + \frac{f}{k}p}{1 + \frac{f}{k}p + \frac{M}{k}p^2}$$

Question 4 :

On obtient :



Graphiquement, la résonance se situe aux environs de 6 rd/s et vaut un peu moins de 6 dB. On a une fréquence de 0,95 Hz, correspondant à un signal de période 1,05 (s). Analytiquement, on trouve pour le second ordre du dénominateur, une pulsation propre $\omega_0 = 6.76$ rd/s et un facteur d'amortissement $\xi = 0.32$, soit une fréquence de résonance de 6 rd/s et une résonance maxi de 4.87 dB. La pulsation du "1^{er} ordre inversé" est de 15 rd/s, ce qui a tendance à augmenter légèrement le gain dans la zone précédant cette pulsation (environ 1 dB, on peut le déterminer analytiquement) ce qui explique la résonance voisine de 6 dB.

Question 5 : Au point de résonance, on a $\omega = \omega_0 = 6 \text{ rad/s}$.

$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T_{\text{période}}}$$

$$T_{\text{période}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{\omega_0}$$

La relation suivante reste vraie : $V = \frac{D_{\text{période}}}{T_{\text{période}}}$.

$$D_{\text{période}} = T_{\text{période}} \cdot V = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{\omega_0} \cdot V$$

Pour une vitesse de 30 km/h :

$$D_{\text{période}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{30}{3,6} = 8,72 \text{ m}$$

Pour une vitesse de 130 km/h :

$$D_{\text{période}} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{130}{3,6} = 37,8 \text{ m}$$

Le résultat paraît logique, plus la voiture va vite et plus la distance entre les ralentisseurs augmente pour rester à la résonance.

Question 6 : À l'allure correspondant à la raisonnée de la question 4 (6 rd/s), la suspension multiplie par plus de deux ($10^{6/20}$) l'amplitude des défauts périodique de la route. Les PO et les MO ne provoqueront donc jamais un débattement supérieur à 5 mm.

Si on considère que le défaut maxi est d'amplitude 16 mm (correspondant à ± 8 mm) et de période 25 m, cela signifie que si on roule à $V = \frac{D_{\text{période}}}{T_{\text{période}}} = \frac{25}{1,05} = 23,9 \text{ m/s} = 85,9 \text{ km/h}$, la caisse de la voiture a un débattement de 32 mm un peu plus d'une fois par seconde.

Si on veut, avec les grandes ondes que l'amplitude soit en dessous de 5mm, c'est-à-dire un affaiblissement de $20 \cdot \log(5/8) = -4$ dB il faut atteindre la pulsation un peu inférieure à 13 rd/s soit 2 Hz et donc une période de 0.48 s. Cela impliquerait une allure de $25/0.48 = 52 \text{ m/s}$ soit une allure de 187.5 km/h.

Question 7 : Pour une vitesse qui tend vers l'infini, quelle que soit le profil de la route, l'amortissement sera total. On peut donc être amené à penser que c'est le bon comportement à avoir sur la route, mais il ne faut pas oublier qu'il y a également les sièges qui vont servir d'amortisseur, et que passé 50 km /h, les points du permis partent à une vitesse non négligeable. On rappelle le tableau ci-dessous.

Excès de vitesse	Classe de contravention	Nombre de points retirés
Excès de vitesse inférieur à 20 km/h	3 ^e classe	1
Excès de vitesse ≤ 20 km/h si vitesse maximale autorisée ≤ 50 km/h	4 ^e classe	1
Excès de vitesse ≥ 20 km/h et inférieur à 30 km/h	4 ^e classe	2
Excès de vitesse ≥ 30 km/h et inférieur à 40 km/h	4 ^e classe	3
Excès de vitesse ≥ 40 km/h et inférieur à 50 km/h	4 ^e classe	4
Excès de vitesse supérieur à 50 km/h	5 ^e classe	6