

Correction Exercice 2 : Pompe doseuse

Question 1 : Equations :

- (E1) : $u(t) = R \cdot i(t) + e(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$ où
 - $u(t)$ est la tension d'alimentation du moteur (en V)
 - R est la résistance de l'induit (en Ω),
 - $i(t)$ est l'intensité consommée dans l'induit (en A)
 - $e(t)$ est la force contre-électromotrice (en V) ;
- (E2) : $J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = C_m(t) - C_s - C_f$ où
 - J est l'inertie du rotor (en kg.m^2)
 - $\omega(t)$ est la vitesse de rotation de l'axe moteur (en rad.s^{-1})
 - $C_m(t)$ est le couple moteur
 - C_s : couple frottement sec
 - C_f : couple frottement visqueux, $C_f = f * \omega(t)$
- (E3) : $e(t) = k_e \cdot \omega(t)$ avec k_e la constante de vitesse (en V.s.rad^{-1}) ;
- (E4) : $C_m(t) = k_t \cdot i(t)$ avec k_t la constante de couple (en N.m.A^{-1}).

Le couple récepteur rapporté au moteur correspond au couple de frottement car on travaille à vide pendant l'essai (sans la pression du fluide).

$$\Omega(p) = U(p) \frac{\frac{K_c}{K_e K_c + Rf}}{1 + \frac{RJ + Lf}{K_e K_c + Rf} p + \frac{LJ_e}{K_e K_c + Rf} p^2} - C_s(p) \frac{\frac{R}{K_e K_c + Rf} (1 + \frac{L}{R} p)}{1 + \frac{RJ + Lf}{K_e K_c + Rf} p + \frac{LJ_e}{K_e K_c + Rf} p^2}$$

Théorème de la valeur finale ou équations temporelles en régime permanent, sous un échelon de tension U et un couple C_s constant

Essai1 : $\Omega_1(\infty)(K_e K_c + Rf) = U_1 K_c - C_s R$

Essai2 : $\Omega_2(\infty)(K_e K_c + Rf) = U_2 K_c - C_s R$

Avec les valeurs fournies on trouve : $f \approx 1.05 \times 10^{-4} \text{ N.m.s}$ et $C_s \approx 9.08 \times 10^{-3} \text{ N.m}$.

En complément :

L'équation de fonctionnement est alors numériquement :

$$\Omega(p) = U(p) \frac{10.63}{1 + 3.812 \times 10^{-3} p + 2.65 \times 10^{-6} p^2} - C_s(p) \frac{69.2(1 + 6.96 \times 10^{-4} p)}{1 + 3.812 \times 10^{-3} p + 2.65 \times 10^{-6} p^2}$$

Les pôles sont $p_1 = -345$ et $p_2 = -1094$. Le dénominateur peut donc s'écrire sous la forme d'un produit $(1 + 2.9 \times 10^{-3} p)(1 + 9.1 \times 10^{-4} p)$. Le pôle p_1 , associé à la constante de temps $T_1 = 0.0038 \text{ s}$ est dominant sans plus. L'assimilation à un premier ordre sera osée.

Le coefficient d'amortissement du moteur seul est 1.17 ce qui confirme que l'on n'est pas loin du pôle double, et la pulsation propre est 614.5 rd/s.

Question 2 : Exploitation des courbes :

- Pic de courant : catastrophique, il fait griller tout ce qui est avant lui (et le moteur lui-même), pour éviter ça : trapèze de vitesse (courant max : 5 ampère d'après sujet).
- En adoptant $k \cdot \Omega \ll U$ pour $t < 0,003 \text{ s}$ alors i/U de la forme d'un premier ordre gain $1/R$ et constante de temps L/R . On a donc deux équations pour deux inconnues, on peut les déterminer. On met en place les mesures et les résultats sont cohérents avec les caractéristiques du moteur données. Les écarts s'expliquent en grande partie par l'hypothèse $k \cdot \Omega \ll U$ pour $t < 0,003 \text{ s}$.
- OU : on se place au pic du courant, donc $L \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$, et on procède à l'identification
- Analyse courbe vitesse : Pas de dépassement, amortissement ≥ 1 MAIS, tangente non nulle marquée à l'origine, on a donc deux pôles qui ne sont pas éloignés (éloigné = rapport de 1 à 10 entre les deux pôles), compliqué d'assimiler ça à un premier ordre. Confirmé par amortissement proche de 1 : plus on se rapproche de 1 et plus les pôles sont égaux.

Question 3 : Assimiler le couple de frottement sec à un "relay" est logique : ce bloc permet de créer une grandeur qui dépend ici du sens du mouvement. Or c'est bien ce qui se passe, le couple de frottement sec C_s s'oppose au mouvement donc dépend du sens de celui-ci, ce qui n'est pas le cas de la charge (C_r) qui elle s'exerce toujours dans le même sens. Si un moteur non alimenté est soumis à une charge, il se met à tourner sous l'action de celle-ci et fonctionne en génératrice. En revanche, le couple de frottement sec ne provoque pas de mouvement, il s'oppose simplement au démarrage.

Mais le modèle ci-dessous serait encore plus exact : tant que la valeur de C_m ne dépasse pas celle de C_s , le moteur ne démarre pas, d'où la "zone morte" (phénomène d'hystérésis). Cela crée un retard (ici imperceptible) sur la courbe de vitesse. Celle de courant n'est pas retardée car la montée en courant est immédiate.

Les réponses avec les valeurs de J , f , C_s et C_r implémentées sont données ci-dessous.

$$\Omega(\infty) = 4864.5 \text{ tr/mn}$$

$$i(\infty) = 0.67 \text{ A}$$

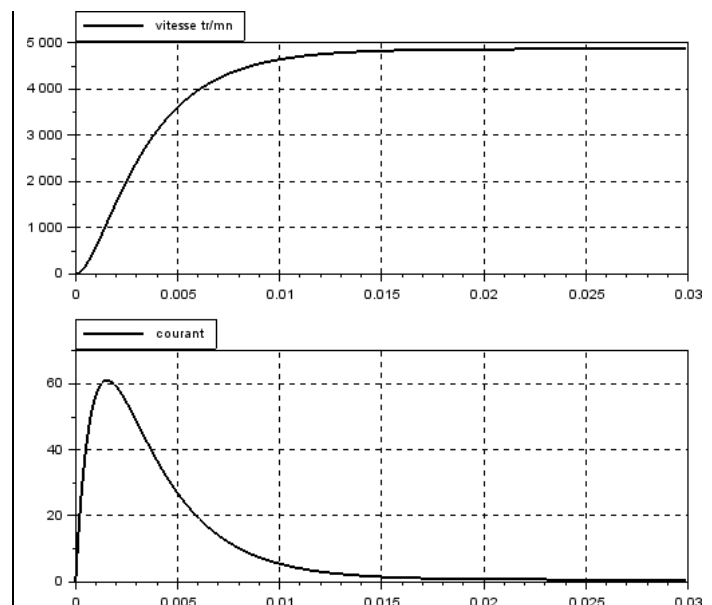
$$K_c i(\infty) = C_m$$

$$C_m = C_s + C_r + f \Omega$$

$$C_m(\infty) = 0.0612$$

$$0.0612/K_c \approx 0.66 \text{ A}$$

Si le coefficient de frottement fluide f , le couple de frottement sec C_s et le couple résistant C_r sont nuls, le courant en régime permanent le sera aussi

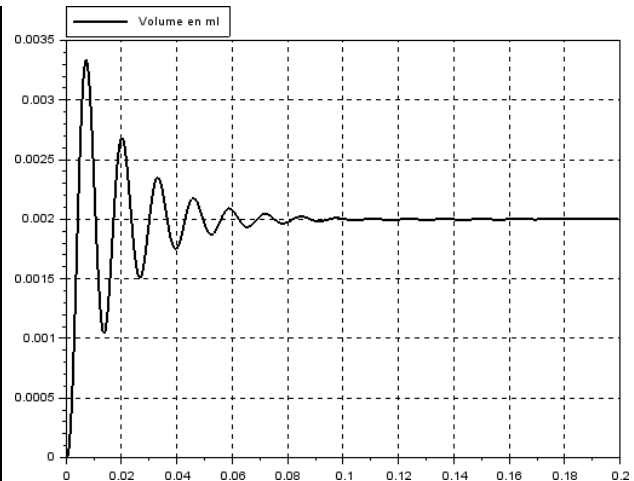


Question 4 :

La BO est de classe 1 mais l'intégrateur est placé après les perturbations (problème).

La première simulation est effectuée avec un correcteur réglé à 1 et pour un tir de 0.002 ml (échelon). L'erreur n'est pas mesurable et l'impact de C_s et C_r est totalement imperceptible.

En revanche la réponse est totalement inacceptable car trop oscillante et le tir dépasserait de loin la quantité requise (67% de dépassement) : on ne peut pas autoriser le dépassement. Il faudra donc au minimum beaucoup baisser le gain, avec un risque que l'erreur devienne perceptible.



Question 5. L'erreur statique doit être nulle et la marge de phase égale à 75° . L'action du correcteur avance de phase sera surtout sur la stabilité, pour la précision on ne peut que l'espérer mais il faut poser le calcul.

On a alors en forme canonique :

$$C(p) = K \left(\frac{1 + a * T * p}{1 + T * p} \right)$$

A la pulsation critique souhaitée de 200 rd/s : $GdB(200) = 11.1$ dB et $\varphi(200) = -130.4^\circ$.

Il faudra donc simplement relever la phase de 25.4° :

$$a = \frac{1 + \sin(25.4)}{1 - \sin(25.4)} = 2.5$$

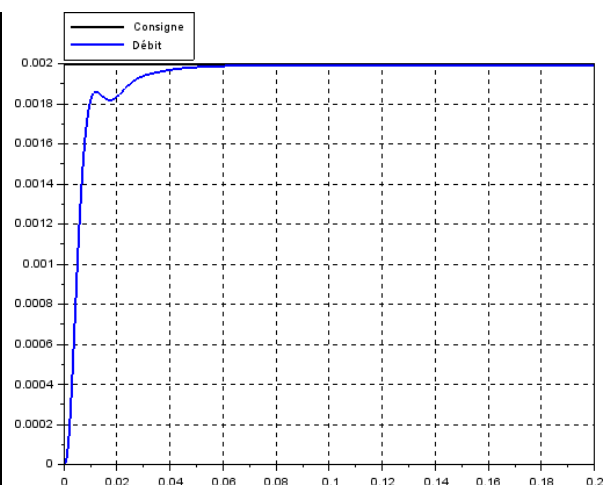
$$\text{et } T = \frac{1}{\sqrt{a}\omega_c} = 0.0032$$

Le correcteur relèvera le gain de : $10 \log(a) = 4$ dB.

Ce qui impose finalement : $20 \log K = -(11.1+4) \rightarrow K = 0.17$.

La réponse ne présente plus de dépassement, et la valeur finale est de 0.001992 ml, soit une erreur de $0.008 \cdot 10^{-3}$ ml nettement inférieure à la résolution requise de $2.5 \cdot 10^{-3}$ ml. On peut considérer qu'il n'y a pas d'erreur statique.

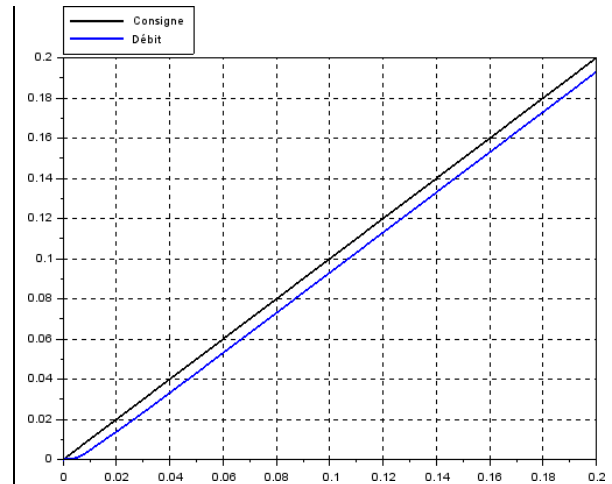
Sur la courbe ci-contre il y a une coquille dans la légende, en bleu il s'agit du volume.



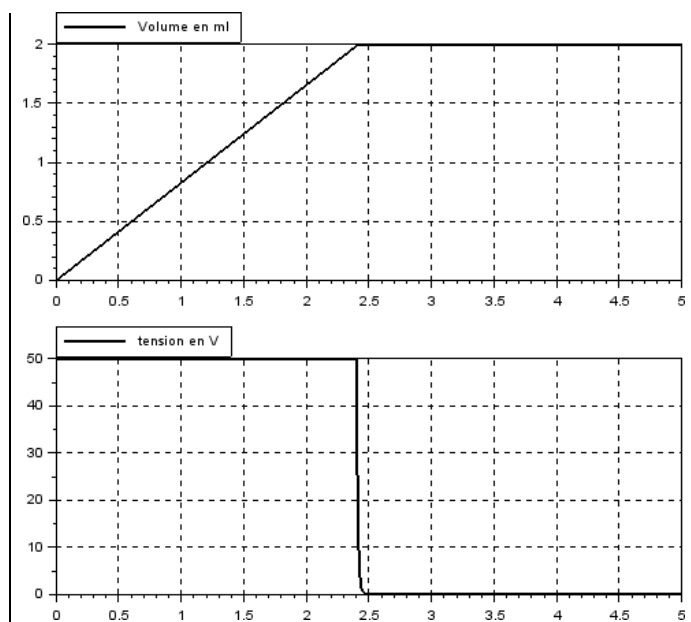
Pour une consigne en rampe de 1 ml/s, l'erreur de trainage égale 0.007 ml, on ne respecte donc pas l'exigence d'une erreur < 0.1%.

On est toutefois loin du temps de réponse attendu puisque celui-ci est plutôt voisin de 0.04 s >> 0.01 s.

Enfin si on va voir la tension au démarrage, pour un tir de 2 ml, on constate qu'elle dépasse 40 000 V.



En supposant que l'on impose une saturation telle que la tension de commande ne dépasse pas 50 V (avec une tension nominale à 48 V) on sera totalement en dehors des clous pour le temps de réponse puisque l'on dépasse allègrement les 2 s.



Question 6 : Une boucle de vitesse interne réduira le temps de réponse de l'ensemble « moteur+boucle de vitesse » qui remplacera le moteur seul. Par ailleurs, si on utilise un correcteur PI dans la boucle, on élimine l'influence de la perturbation et une correction proportionnelle peut suffire à satisfaire l'exigence d'erreur de traînée.

Avec ce que l'on a déterminé précédemment, la BO de la boucle interne est :

$$BO_{\Omega}(p) = C(p) \frac{K_m G_q}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} = \frac{K_i (1 + T_i p)}{T_i p} \frac{K_m G_q}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)}$$

Le réglage le plus simple est la compensation du pôle dominant. Il s'agit ici du premier ordre mécanique qui a une constante de temps bien supérieur au premier ordre électrique. La boucle ouverte devient :

$$BO_{\Omega}(p) = \frac{K_i K_m G_q}{T_i p (1 + T_e p)} \text{ et } T_i \approx 0.0029 \text{ s}$$

Question 7 : La boucle fermée donne :

$$BF_{\Omega}(p) \frac{\Omega(p)}{\text{Signal}(p)} = \frac{\frac{K_i K_m}{T_i p (1 + T_e p)}}{1 + \frac{K_i K_m G_q}{T_i p (1 + T_e p)}} = \frac{1/G_q}{1 + \frac{T_i}{K_i K_m G_q} p + \frac{T_i T_e}{K_i K_m G_q} p^2}$$

La BO de position sera :

$$BO(p) = C(p) \frac{1}{p} \left(\frac{1/G_q}{1 + \frac{T_i}{K_i K_m G_q} p + \frac{T_i T_e}{K_i K_m G_q} p^2} \right) G_q$$

Le gain est unitaire tout simplement parce que l'on utilise le même capteur pour réaliser l'acquisition de vitesse et celle de position :

$$BO(p) = C(p) \frac{1}{p \left(1 + \frac{T_i}{K_i K_m G_q} p + \frac{T_i T_e}{K_i K_m G_q} p^2 \right)}$$

Réglage K_i :

Si on cherche à optimiser le temps de réponse, il suffit de régler K_i pour obtenir un facteur d'amortissement de 1 en boucle fermée (ou 0.69 si on tolère le dépassement).

Ainsi pour un réglage sans dépassement, le discriminant est nul si :

$$T_i^2 - 4K_i K_m G_q T_i T_e = 0 \rightarrow K_i = \frac{T_i}{4K_m G_q T_e} \approx 9.42 \times 10^{-4}$$

Avec ce réglage :

$$BO(p) = C(p) \frac{1}{p(1 + 4T_e p + 4T_e^2 p^2)} = C(p) \frac{1}{p(1 + 2T_e p)^2}$$

En complément :

Créer cette boucle interne (boucle de vitesse) revient à réinjecter la vitesse, donc la dérivée de la position, en amont du moteur : on obtient ainsi le même effet que si l'écart, contenant le retour en position, était traité par un correcteur dérivé.

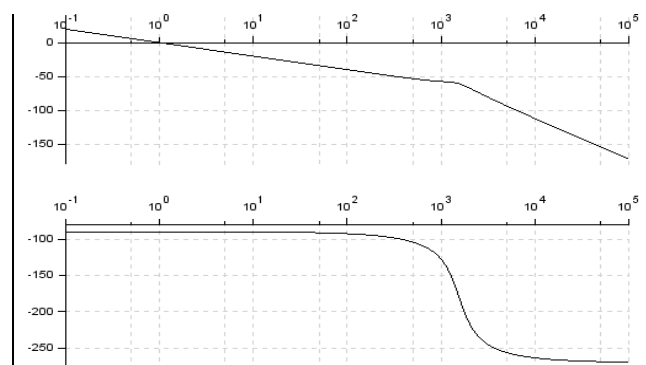
Question 8 : On souhaite avoir une phase à -105° à la pulsation critique de 200 rd/s. On obtient ce résultat à "tâtons" pour $K_i \approx 0.0024$.

Question 9 :

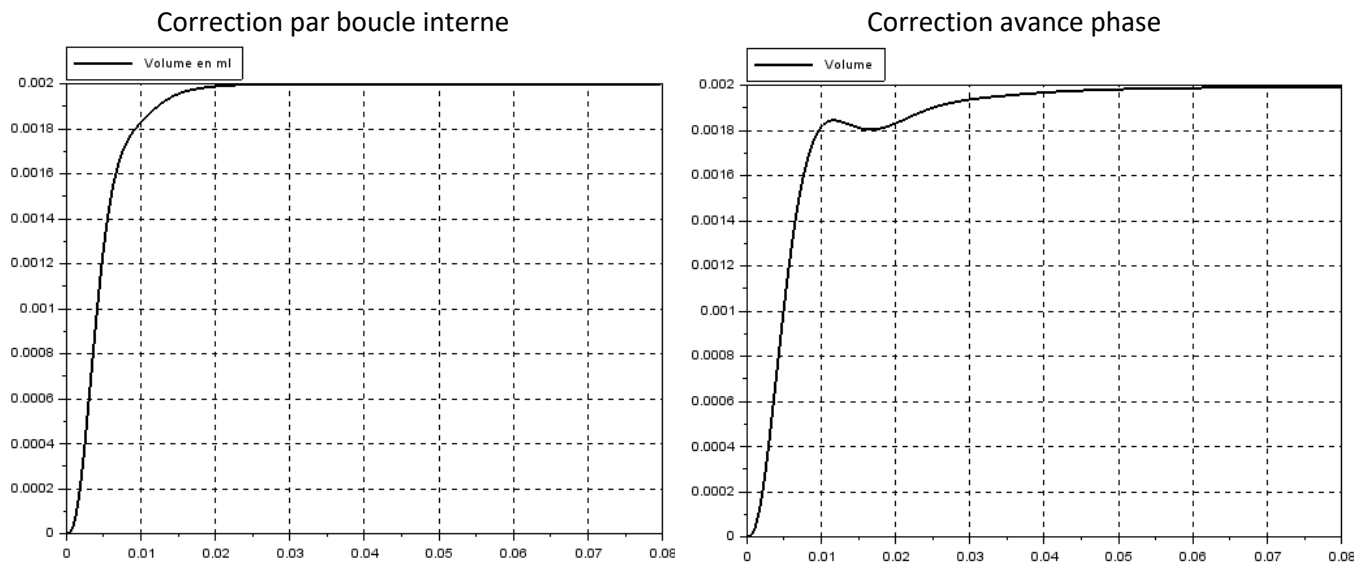
Pour la valeur de K_i précédente, on relève à 200 rd/s :

$GdB(200) = -46 \text{ dB}$ et $\varphi(200) = -105^\circ$

Il faut donc relever de 20 log K = 46, soit K = 200.



On donne ci-dessous la réponse indicielle :



La correction avec boucle interne donne une nettement meilleure réponse que la correction par simple avance de phase. L'erreur de traînage est comme précédemment de l'ordre de 0.005 ml soit encore trop élevée.

Le problème est que pour la boucle interne, il faudrait rajouter un capteur de vitesse.

En revanche, il n'y a pas de miracle : la réponse est meilleure mais la tension aux bornes du moteur dépasse 50 000 V pour un tir de 2 ml.