

Contrôle 2 PSI

On pose $S_1(n) = \sum_{k=1}^n k^2$

On donne $S_2(n) = (S_1(n))^2$

Soit 3 réelles a, b, c

$$a, b > 0 \quad c > 1$$

On cherche les entiers du triplet

$$(a, b, c) \text{ tq } S_a(n) = (S_b(n))^c$$

1) Donner les valeurs $S_1(n)$ et $S_2(n)$ et justifier les résultats

2a) Ecrire un script python qui vérifie l'égalité $S_a(n) = (S_b(n))^c$

b) Ecrire un script qui teste toutes ces valeurs de a, b, c tq

$$a > 1 \quad a \leq 20 \quad 0 \leq b \leq 10 \quad 10 < c \leq 20 \quad n \leq 20$$

3) on pose $\Delta_n = \sum_{k=0}^{n-1} k^a + \frac{(k+1)^a}{2}$

Trouver un équivalent à $\Delta_{n+1} - \Delta_n$ lorsque n tend vers $+\infty$.

3a) ~~On suppose $\forall n \in \mathbb{N}$~~

~~$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$~~ On pose $U_n = U_{n+1}$
suite de terme positif eq

$$U_n \sim n^c$$

$n \rightarrow +\infty$

$$\text{Pg} \quad \sum_{k=1}^n u_k \sim \frac{n^{c+1}}{c+1}$$

c) Pg
$$D_n = \frac{(n+1)^{\alpha+1}}{\alpha+1} - \frac{n^{\alpha+1}}{\alpha+1} + \frac{1}{2} n^\alpha$$

d) Ecrire un script qui
vérifie le développement
asymptotique de $S_n(n)$

Suite 456 non traitée

Il s'agit de démontrer que
d/No. $a=3$ $b=1$ et $c=2$
sont les seuls couples d'entiers
possibles