

Exercice 1:

$A \in M_n(\mathbb{C})$ | $a_{ij} = 1$ si $i \neq j$. On note P_n son polynôme caractéristique
 $= i$ sinon

1. Montrer $P_{n+1} = (X-n)P_n - X(X-1)\dots(X-n+1)$

2. En déduire que A admet n valeurs propres distinctes

Exercice 2:

On considère une urne avec 1 boule blanche et une boule noire. On répète plusieurs fois le procédé suivant: - On tire une boule. Si elle est noire, on la remet dans l'urne et on ajoute une blanche. Sinon, on arrête de tirer.

On note Y le rang d'apparition de la boule blanche et on convient que $Y=0$ si on ne tire jamais de boule blanche

1. Loi et espérance de Y .

2. Variance.

Correction

Par ex 1 q2:

Montrer par récurrence sur $n \in \mathbb{N}^*$:

$$\forall k \in \{0, n-1\}, (-1)^{n-k} P_n'(k) > 0.$$

ex 2. q2: Calculer $E(Y(Y+1))$