

Ex 1

$$E = \mathbb{R}_3[X] \quad \forall i \in \{0, 3\}, \quad L_i(t) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^3 \frac{t-k}{i-k}$$

1) Calculer  $L_i(j)$   $\forall (i, j) \in \{0, 3\}^2$ .

En déduire que  $(L_0, L_1, L_2, L_3)$  forme 1 base de  $E$ .

$$2) \quad \Phi: E \times E \longrightarrow \mathbb{R} \\ (p, q) \longmapsto \sum_{k=0}^3 (p(k) + q(k))(q(k) + p(k))$$

Req  $\Phi$  définit 1 produit scalaire sur  $E$ .

3) Trouver 1 base orthogonale de  $E$  pour le produit scalaire  $\Phi$

$$\underline{\text{Ex 2}} \quad (E): \quad x^2 y^1 - x(2x^2 - 1)y' - (2x^2 + 1)y = 0$$

Trouver les solutions de  $(E)$  développables en série entière.

Déterminer le rayon de convergence.