

C'est parti!

Pour le lundi 5 septembre 2022

1 Une relation de récurrence du premier ordre

Étudier la suite de premier terme $u_0 = 0$, et vérifiant la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2} \cos(u_n) + \frac{1}{4}.$$

Cet exercice ne sera pas corrigé si vous ne suivez pas ce plan :

- étude préliminaire conduisant à un graphe relativement précis de « la fonction en jeu » (disons f) ainsi que de l'escalier usuel;
- tel intervalle est stable par f ;
- tous les u_n sont dans tel intervalle pour telle raison;
- la suite converge pour telle raison;
- la limite vérifie telle relation pour telle raison;
- la limite vérifie telles inégalités pour telle raison, donc vaut...

2 Un calcul de somme

1. Justifier la convergence de $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$.
2. Décomposer en éléments simples la fraction

$$\frac{1}{X(X+1)(X+2)}.$$

3. Calculer, pour $N \geq 1$:

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

et enfin

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}.$$

