



Khôlles : quinzaine numéro 2

Du 3 au 14 octobre 2022

1 Première semaine : séries et algèbre linéaire

- Séries alternées.
- Séries quelconques : convergence absolue, produits de Cauchy (résultat admis mais à connaître lorsque les deux sont absolument convergentes).
- Tout exercice de première année en algèbre linéaire... et en particulier ceux sans la moindre idée – géniale ou non – mais nécessitant seulement la connaissance des définitions et une méthodologie sans faille (comment montrer une implication ? une inclusion ? une égalité d'applications ? ...)

2 Deuxième semaine : algèbre linéaire

En algèbre linéaire, la recherche/construction de bases adaptées pour résoudre un problème constitue un objectif central. Les calculs effectifs se feront bien entendu essentiellement avec du pivot de Gauss (plutôt que du bricolage local).

- Tout exercice de première année en algèbre linéaire.
- Théorème du rang – version géométrique – et formule du rang.
- Sommes directes de (plus de) deux sous-espaces. Lien avec le découpage des bases.
- Images et noyaux itérés. Les endomorphismes nilpotents sont trigonalisables.
- Hyperplans et formes linéaires (histoire de suivre le programme officiel, mais...).
- Calcul matriciel : changements de bases, réduction du rang ($PAQ = J_r$).

3 Questions de cours

- (S1) Règle de d'Alembert (que je pratique peu mais qui est une bonne question de cours).
- (S1) Séries alternées : convergence, et contrôle du reste.
- (S1+S2) Si une série réelle (ou complexe) est absolument convergente, alors elle est convergente.
- (S1+S2) Exponentielle d'une somme de complexes.
- (S1+S2) L'image d'une famille libre par une application injective... est libre.
- (S2) Grassmann ($\dim(E_1 + E_2)$) par construction d'une base adaptée.
- (S2) Formule du rang (aka « théorème du rang »).
- (S2) Un sous-espace H d'un espace E de dimension finie est le noyau d'une forme linéaire non nulle si et seulement s'il est de dimension $\dim(E) - 1$.

4 Coming next

Prochaine quinzaine : fin de l'algèbre linéaire ; début de la réduction.