



C'est parti!

À rendre le lundi 11 septembre 2023 dernier délai.

Ce DM est à rédiger directement sur cette feuille recto-verso... après avoir éventuellement fait un brouillon!

Je vous demande de ne pas consulter votre cours de première année. Il s'agit de faire un bilan à l'instant t_0 de ce que vous savez faire effectivement, et de votre qualité de rédaction. Nous avons un certain temps pour reprendre/améliorer tout ça!

Pour chaque exercice, je vous demande d'estimer votre niveau de confiance en ce que vous avez écrit : 1/10 signifie que vous avez fait du remplissage... dont vous n'êtes pas dupes! 9/10 signifie que vous êtes à peu près certain du caractère correct de ce que vous avez fait (ce qui inclus la rédaction!). Une estimation de 5/10 signifie que vous pensez avoir à peu près fait le travail, en étant conscient que la rédaction est probablement défailante (mais que vous ne savez pas trop comment faire mieux). Essayez de vous auto-évaluer honnêtement, de façon ni optimiste ni pessimiste.

1 Composition d'injections

Montrer que la composée de deux injections est injective.

On commencera impérativement par dessiner trois patates, nommer les trois ensembles et les deux applications en jeu.

Niveau de confiance en votre solution : /10

2 Une limite

Montrer que $(\cos(1/n))^{n^2}$ possède une limite quand n tend vers $+\infty$.

Niveau de confiance en votre solution : /10

3 Image surjective d'une famille génératrice

Montrer que si $u \in \mathcal{L}(E, F)$ est surjective et (e_1, \dots, e_n) est une famille génératrice de E , alors $(u(e_1), \dots, u(e_n))$ est une famille génératrice de F . (E et F sont deux \mathbb{K} -espaces vectoriels)

Niveau de confiance en votre solution : /10

4 Complexes

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer : $\{z \in \mathbb{C}; z^n = 1\} = \{e^{2ik\pi/n} \mid k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket\}$

Niveau de confiance en votre solution : /10

5 Une décomposition en éléments simples

Décomposer en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$ et $\mathbb{C}(X)$: $F = \frac{X^2 + X + 1}{(X - 1)(X + 2)(X^2 + 1)}$.

Niveau de confiance en votre solution : /10