Seize théorèmes fondamentaux

Enfin, en 945/999/972...

1 Théorème de la page impaire

2 Théorème (mais pas trop) du rang

3 Théorème de l'intégrale importante

4 Théorème de la question $n + 1$

5 Théorème de l'implication, de l'équivalence et du quantificateur

Cette implication est absurde : vous vouliez dire « donc ». Cette équivalence est fausse (et serait absurde si elle était vraie) : vous vouliez dire « donc ». Ce $\forall$ est absurde : vous vouliez dire « Fixons $x_0 \in E$ ».

6 Théorème du rond

$(f \circ g)(x) = f\,(g(x))$. Et réciproquement.

7 Théorème de la majoration

Pour majorer un truc, on écrit le truc, suivi du signe $\leqslant$
Souvent, le reste suit sans mal : votre main va continuer toute seule.
Exemples :

$$\ln(1 + u) \leqslant ...$$

$$\left| \int_a^b f'(t) \sin(nt) dt \right| \leqslant ...$$

8 Théorème de l'inégalité stricte

— Boudiou de boubiou, on t'avait demandé une inégalité LARGE.
— Ta preuve est FAUSSE.
— D'ailleurs même l'inégalité stricte est FAUSSE (regarde en $x = 0$).
— On t'a dit 1000 fois de te concentrer sur les inégalités LARGES.

9 Théorème faux du passage d'inégalités à la limite mais seulement le membre de droite parce que celui de gauche ça ne nous arrange vraiment pas, alors bon...

Si pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant v_n$ et $v_n \underset{n \to +\infty}{\longrightarrow} \ell$, alors par passage du membre de droite de l'inégalité à la limite : $u_n \leqslant \ell$.

Les plus vifs auront noté que dans les hypothèses, l'inégalité peut n'avoir lieu qu'à partir d'un certain rang.

10 Théorème de la primitive

Primitiver f consiste à écrire $f = (\cdots)'$ puis chercher un truc à mettre entre les parenthèses, puis vérifier comment ledit truc se dérive, et non écrire $\displaystyle\int f(t)dt = \cdots$ puis aller chercher dans votre mémoire la bonne case du bon tableau dérivées/primitives.

11 Théorème 1–2–3–4–5

Pour écrire la matrice d'une application dans une base (ou entre deux bases) :

1. on ouvre une grande parenthèse à gauche ;
2. on la ferme un peu plus loin à droite ;
3. on écrit des machins en haut de ce qui deviendra la matrice ;
4. on écrit des machins à droite ;
5. après d'éventuels petits calculs, on écrit des coefficients dans la matrice.

12 Théorème des deux index

Les produits de matrices se font avec deux doigts, et optionnellement avec la formule

$$(AB)_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k} b_{k,j}$$

De fait, quand vous faites ce calcul avec un seul doigt ou – pire – seulement avec vos yeux qui basculent à grande vitesse d'une matrice à l'autre, c'est plus lent, plus difficile, et plus faux.

13 Deuxième théorème des deux index

$$(X - a)(X - b) = X^2 - (a + b)X + ab$$

Le bac est maintenant loin derrière vous ; on ne développe plus les produits n'importe comment : on ordonne/range les choses à la volée en réfléchissant D'ABORD à la tête des termes qui vont apparaître.

14 Théorème du poulpe (généralisation du précédent)

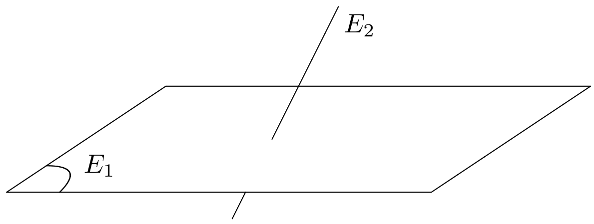
Quand on développe

$$K(X - \alpha_1)(X - \alpha_2)...(X - \alpha_n)$$

le coefficient constant vaut ... et celui devant X^{n-1} vaut ...

15 Grand théorème de l'algèbre linéaire

Pour comprendre la géométrie du problème on commence par faire ce dessin, puis on plisse les yeux :



16 Théorème de la base adaptée

Pour résoudre un problème d'algèbre linéaire, on construit une base adaptée au problème, et c'est presque terminé.
Ce théorème est souvent associé au précédent.