



## Khôlles : quinzaine numéro 4

*Du 13 au 24 novembre 2023*

Les modifications d'emploi du temps en maths induisent un programme un peu spécial.

- Pour rappel : il y aura : :
  - 2H de cours (normal) le mardi 14 de 8H à 10H en salle 422 ;
  - un TD exceptionnel pour le groupe 2 le mardi de 16H à 18H en salle 331 ;
  - le cours du mercredi 15 ne durera qu'une heure, de 13H30 à 14H30 en salle 424 ;
  - le cours du jeudi 16 de 8H à 10H sera assuré tant bien que mal par monsieur Choimet en salle 413 : il fera TD en classe entière ;
  - le TD du jeudi 16 de 10H à 12H n'aura pas lieu (avancé au mardi 14) ;
  - les TD du vendredi 17 auront lieu le mardi 21 en 432 de 14H à 18H, en parallèle des TD de physique ;
  - madame Gilles fera cours tout le vendredi matin !
- Le cours n'avancera donc pas vraiment la semaine prochaine, d'où le programme de colle identique pour les deux semaines.
- Pour le TD du mardi 13, préparez les exercices 12, 13 et 28.
- Pour le TD du jeudi 15, vous êtes priés de travailler les exercices 1, 9, 17 et 21.

### 1 Programme

Toute la réduction. En particulier :

- Liens entre la multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.
- Utilisation de polynômes annulateurs pour la réduction (attention, pas de polynôme minimal). Polynôme caractéristique.
- CN de diagonalisabilité :  $\chi_u$  scindé. CS :  $\chi_u$  scindé à racines simples. CNS :  $\chi_u$  scindé, et les sous-espaces propres ont pour dimension la multiplicité de la valeur propre.
- CNS algébrique de diagonalisabilité : existence d'un polynôme annulateur scindé à racines simples (plus précisément : le produit des  $X - \lambda$ , pour  $\lambda$  décrivant le spectre).
- Trigonalisation (guidée).
- Applications : commutant, équations polynomiales, systèmes différentiels linéaires.

### 2 Questions de cours

- (S1) Les sous-espaces propres d'un endomorphisme sont en somme directe.
- (S1+S2) Si  $u$  et  $v$  commutent, alors les sous-espaces propres de l'un sont stables par l'autre.
- (S1+S2) Si  $P$  est un polynôme annulateur de  $u$ , alors  $\text{Sp}(u) \subset \text{Rac}(P)$  ; avec égalité lorsque  $P$  est le polynôme caractéristique.
- (S2) En dimension  $n$ , si  $u \in \mathcal{L}(E)$  possède  $n$  valeurs propres distinctes, alors  $\mathcal{C}(u) = \mathbb{K}[u]$ .
- (S2) Si  $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$  possède  $n$  valeurs propres distinctes, alors l'équation  $B^2 = A$  possède  $2^{n-1}$  ou  $2^n$  solutions.

### 3 Coming next

Prochaine quinzaine : suites et séries de fonctions ; début des séries entières.