



$$u \in \mathcal{L}(E) \quad \text{rg}(u) = 1$$

$\uparrow$   
 $\dim = n$

$$\dim(\text{Im } u) = 1$$

$$\dim(\text{Ker } u) = n - 1$$

$\text{Ker } u \cap \text{Im } u$  : ser de  $\text{Im } u$  droite

$\rightarrow \text{Ker } u \cap \text{Im } u = \{0\} \Rightarrow$  supplémentaires

$\rightarrow \cap = \text{Im } u : \text{Im } u \subset \text{Ker } u$

$$E = \text{Ker } u \oplus \text{Im } u$$

$$\text{Im } u \subset \text{Ker } u$$

$$\text{Mat}(u, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} u(e_1) & \dots & u(e_n) & u(e_{n+1}) \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

$$\text{Mat}(u, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} u(e_1) & \dots & u(e_n) & u(e_{n+1}) \\ \alpha & & & \\ 0 & & & \\ \vdots & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix}$$

$\rightarrow u$  est DZ

$\rightarrow \text{tr } u = \alpha \neq 0$

$\rightarrow u^2 = \alpha u = \text{tr}(u)u$

$\rightarrow u$  n'est pas DZ

$\rightarrow \text{tr}(u) = 0$

$\rightarrow u^2 = 0 = \text{tr}(u)u$

$X^2 - \text{tr}(u)X$  est annulateur

$X(X - \text{tr}(u))$  sans racines simples