



# Khôlles : quinzaine numéro 6

*Du 6 au 17 janvier 2024*

## 1 Première semaine

- Séries entières (tout).
- Intégration :
  - Rappels du cours d'intégration de première année (sommes de Riemann, inégalités, théorème fondamental).
  - Intégrales convergentes : cas de base ; la convergence absolue implique la convergence, mais...
  - IPP et changement de variable : je recommande le passage par des segments (plus tard, les changements de variables pourront se faire directement modulo quelques précautions). Fonctions intégrables : cas de base ; théorèmes de comparaison.
  - Interversions de symboles : convergence dominée, et intégration d'une somme de série, sous la condition de convergence de  $\sum \int_I |f_n|$ .
  - Intégrales à paramètres : continuité, caractère  $\mathcal{C}^1$  puis  $\mathcal{C}^k$  (on ne domine que la dernière) puis  $\mathcal{C}^\infty$  (on les domine toutes – au moins à partir d'un certain rang).

## 2 Deuxième semaine

Toute l'intégration. Et le début des probabilités, avec en particulier les probabilités composées, du conditionnement et Bayes. Passage au formalisme de deuxième année avec la dénombrabilité, la  $\sigma$ -additivité, la continuité (dé)croissante.

## 3 Questions de cours

- (S1) Rayon de convergence de la série entière primitivée/dérivée.
- (S1) Unicité du développement en série entière, en cas d'existence : via  $f^{(n)}(0) = n!a_n$  ou bien via l'expression intégrale des coefficients de la série de Taylor, pour une série complexe de rayon de convergence non nul.
- (S1+S2) Théorème d'intégration par parties et théorème de changement de variable (preuve).
- (S1+S2) Riemann-Lebesgue dans le cas  $\mathcal{C}^1$ .
- (S1+S2) Convergence des intégrales  $\int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha}$  et  $\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha}$ .
- (S2) La fonction  $\Gamma$  est de classe  $\mathcal{C}^1$ .
- (S2) Théorème de continuité croissante (probabilité d'une réunion dénombrable croissante (ou non!) d'événements).

## 4 Coming next

Prochaine quinzaine : toutes les probabilités.