



Khôlles : quinzaine numéro 7

Du 20 au 31 janvier 2025

1 Première semaine

- Encore de l'intégration.
- Probabilités : rappels de première année, avec en particulier les probabilités composées, du conditionnement et Bayes. Passage au formalisme de deuxième année avec la dénombrabilité, la σ -additivité, la continuité (dé)croissante.
- Conditionnement, indépendance.
- Variables aléatoires : loi ; lois usuelles : Bernoulli, binomiale, géométrique et de Poisson.

2 Deuxième semaine

Toutes les probabilités, avec en particulier l'espérance et la variance

- Couples de lois. Lois conjointes et marginales. Indépendance. Somme de deux Poissons (ou binomiales) indépendantes. Coalitions : si $Y = f(X_1, \dots, X_p)$ et $Z = g(X_{p+1}, \dots, X_n)$ avec $X_1, \dots, X_n$ mutuellement indépendantes, alors Y et Z sont indépendantes.
- Espérance : théorème du transfert. Si X et Y sont indépendantes d'espérance finie, alors XY aussi, avec $\mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$. Inégalité de Markov.
- Variance : son existence est équivalente à l'absolue convergence de $\sum x_n^2 \mathbb{P}(X = x_n)$. Variance d'une somme de variables indépendantes, de $aX + b$; inégalité de Bienaymé-Tchebychev ; inégalité de Cauchy-Schwarz. Covariance.
- Loi faible des grands nombres.
- Fonctions génératrices : elles sont de rayon de convergence minoré par 1, définies et continues sur $[0, 1]$. Dérivable en 1 si et seulement si la variable a une espérance finie. Fonction génératrice d'une somme d'indépendantes.

3 Questions de cours

- [S1] Théorème de continuité croissante (probabilité d'une réunion dénombrable croissante (ou non !) d'événements).
- [S1] Bayes, formule des probabilités totales.
- [S1+S2] Probabilités composées.
- [S2] La somme de deux Poissons indépendantes est une Poisson.
- [S2] Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.
- [S2] Loi faible des grands nombres.

4 Coming next

Prochaine quinzaine : début des préhilbertiens.