



Khôlles : quinzaine numéro 2

Du 29 septembre au 10 octobre 2025

1 Première semaine : séries et algèbre linéaire

- Encore des séries numériques (tout).
- Tout exercice de première année en algèbre linéaire... et en particulier ceux sans la moindre idée (géniale ou non) mais nécessitant seulement la connaissance des définitions et une méthodologie sans faille : comment montrer une injectivité, une liberté, une inclusion, une égalité d'applications, une implication (spoiler : pour $A \Rightarrow B$ on suppose A et on l'oublie provisoirement pour ce concentrer sur B , en écrivant évidemment aucune implication).

2 Deuxième semaine : algèbre linéaire

En algèbre linéaire, la recherche/construction de bases adaptées pour résoudre un problème constitue un objectif central. Les calculs effectifs se feront bien entendu essentiellement avec du pivot de Gauss (plutôt que du bricolage local).

- Tout exercice de première année en algèbre linéaire.
- Théorème du rang – version géométrique – et formule du rang.
- Sommes directes de (plus de) deux sous-espaces. Lien avec le découpage des bases.
- Images et noyaux itérés. Les endomorphismes nilpotents sont trigonalisables.
- Hyperplans et formes linéaires (histoire de suivre le programme officiel, mais...).
- Calcul matriciel : changements de bases, réduction du rang ($PAQ = J_r$).

3 Questions de cours

- (S1) Si une série réelle est absolument convergente, alors elle est convergente.
- (S1) Exponentielle d'une somme de complexes.
- (S1+S2) Séries alternées : convergence, et contrôle du reste.
- (S1+S2) L'image d'une famille génératrice par une application linéaire surjective... est génératrice.
- (S2) Grassmann ($\dim(E_1 + E_2)$) par construction d'une base adaptée.
- (S2) Formule du rang (aka « théorème du rang »).
- (S2) Un sous-espace H d'un espace E de dimension finie est le noyau d'une forme linéaire non nulle si et seulement s'il est de dimension $\dim(E) - 1$.

4 Coming next

Prochaine quinzaine : fin de l'algèbre linéaire ; début de la réduction.