

À rendre le mardi 30 septembre 2025 dernier délai (le lundi 29 dans mon casier, c'est mieux).

1. Travailler le corrigé du DM 2 : à sa réception si vous avez le temps, puis avec votre copie une fois rendue. Comme toujours : comprendre les détails signalés sur vos copies, ainsi que les erreurs plus profondes.
2. Chercher et rédiger la première partie du sujet de centrale MP 2011 joint. Vous pouvez chercher au delà de la partie I, mais je pense que vous avez mieux à faire, ne serait-ce qu'en maths.
3. Soit $g \in \mathcal{L}(E)$ (avec E un espace vectoriel de dimension finie) tel qu'il existe $N \in \mathbb{N}^*$ tel que $g^N = 0$.
 - (a) Montrer qu'il existe un entier $r \geq 1$ tel que $g^r = 0$ et $g^{r-1} \neq 0$.
Dans la suite, on fixe $x_0 \in E$ tel que $g^{(r-1)}(x_0) \neq 0$.
 - (b) Montrer que $(x_0, g(x_0), \dots, g^{(r-1)}(x_0))$ est libre.
 - (c) En déduire que $r \leq \dim(E)$.
Ainsi, l'indice de nilpotence d'un nilpotent est toujours majoré par la dimension de l'espace ambiant.
4. Montrer que si E est un espace vectoriel de dimension 3 et que $f \in \mathcal{L}(E)$ vérifie $f^3 = 0$ mais $f^2 \neq 0$, alors il existe une base $\mathcal{B}$ dans laquelle :

$$\text{Mat}(f, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$