



C'est parti !

À rendre le lundi 7 septembre 2026 dernier délai. Le vendredi 4, c'est mieux !

Ce DM est à rédiger directement sur cette feuille recto-verso... après avoir éventuellement fait un brouillon !

Je vous demande de ne pas consulter votre cours de première année (et bien entendu – pitié – pas d'IA). Il s'agit de faire un bilan à l'instant t_0 de ce que vous savez faire effectivement, et de votre qualité de rédaction. Nous avons un certain temps pour reprendre et améliorer tout ça.

Pour chaque exercice, je vous demande d'estimer votre niveau de confiance en ce que vous avez écrit : 1/10 signifie que vous avez fait du remplissage... dont vous n'êtes pas dupes ! 9/10 signifie que vous êtes à peu près certain du caractère correct de ce que vous avez fait (ce qui inclut la rédaction !). Une estimation de 5/10 signifie que vous pensez avoir à peu près fait le travail, en étant conscient que la rédaction est probablement défailante (mais que vous ne savez pas trop comment faire mieux). Essayez de vous auto-évaluer honnêtement, de façon ni trop optimiste ni trop pessimiste.

1 Composition de surjections

Montrer que la composée de deux surjections est surjective.

On commencera impérativement par dessiner trois patates, nommer les trois ensembles et les deux applications en jeu.

Niveau de confiance en votre solution : /10

2 Une limite

Montrer que $\left(\ln\left(e + \frac{1}{n}\right)\right)^{n \cos(1/n)}$ possède une limite quand n tend vers $+\infty$.

Niveau de confiance en votre solution : /10

3 Image injective d'une famille libre

Montrer que si $u \in \mathcal{L}(E, F)$ est injective et $(e_1, \dots, e_n)$ est une famille libre de E , alors $(u(e_1), \dots, u(e_n))$ est une famille libre de F . (E et F sont deux $\mathbb{K}$ -espaces vectoriels)

Niveau de confiance en votre solution : /10

4 Complexes

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que les complexes z vérifiant $z^{2n} = 1$ sont ceux de la forme $e^{ik\pi/n}$, avec k décrivant $\llbracket 0, 2n-1 \rrbracket$

Niveau de confiance en votre solution : /10

5 Une décomposition en éléments simples

Décomposer en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$: $F = \frac{X^2 - X + 1}{(X-1)(X+2)(X^2+2)}$.

Niveau de confiance en votre solution : /10