



# Probabilités

## 1. Définitions :

- Espace probabilisé (essentiellement : une réunion dénombrable disjointes d'événements est un événement dont la probabilité est...).
- Probabilité conditionnelle.
- Système complet d'événements.
- Indépendance d'événements, puis de variables aléatoires.
- Lois usuelles.
- Loi marginale.
- Espérance et variance. Covariance.
- Fonction génératrice.

## 2. Théorèmes :

- Continuité (dé)croissante (cas disjoints, cas général).
- Bayes.
- Probabilités composées.
- Probabilités totales.
- Transfert.
- Coalitions.
- $\mathbb{E}(X) = \sum_{k=1}^{+\infty} \mathbb{P}(X \geq k)$ . Preuve dans le cas fini.  
*Idéalement preuve générale, mais elle est fine !*
- Inégalités de Markov et Bienaymé-Tchebychev.
- Cauchy-Schwarz.
- Espérance et variance à l'aide de la fonction génératrice.
- Espérance d'une somme ; d'un produit d'indépendantes.
- Variance d'une somme de variables indépendantes ou non.
- Somme de deux Poisson indépendantes.
- Fonction génératrice d'une somme de variables indépendantes.
- Caractérisation des géométriques par  $\mathbb{P}(X > n + k | X > n) = \mathbb{P}(X > k)$ .
- Approximation d'une binomiale par une Poisson.
- Loi faible des grands nombres.

## 3. Connaître/savoir faire aussi :

- Exprimer un événement comme union, intersection, complémentaire...
- Distinguer  $\mathbb{P}(A \text{ et } B)$  et  $\mathbb{P}(A|B)$ .
- Savoir utiliser... et se passer des probabilités totales en décrivant un événement comme une réunion dénombrable disjointe.
- Espérance et si possible variance des lois usuelles.
- Savoir (retrouver) les fonctions génératrices des principales lois.
- Savoir retrouver la valeur de l'espérance mais aussi de la variance à l'aide de la fonction génératrice (sans considérations de convergences : par exemple en supposant que le rayon est  $> 1$ ).
- Voir la variance comme un cas particulier de la covariance, et utiliser la bilinéarité de celle-ci.