

Semaine 01 – Colle du lundi 16/09 à 8h

Nom	Énoncé et commentaires	Note
	<p>1. On considère la fonction d'une variable réelle $f : x \mapsto \int_x^{+\infty} e^{-t^2} dt$.</p> <p>(a) [Py] Tracer le graphe de la fonction f sur $[0.01, 10]$.</p> <p>(b) [Py] Tracer le graphe de la fonction $x \mapsto xf(x)$ sur $[0.01, 100]$. Conclure sur le comportement asymptotique de f en $+\infty$.</p> <p>(c) [Py] Calculer $\int_0^{+\infty} f(x) dx$.</p> <p>(d) Montrer que la fonction f est définie sur \mathbb{R}.</p> <p>(e) Démontrer la conjecture de la question 2.</p> <p>(f) Démontrer la conjecture de la question 3.</p>	
	<p>1. Déterminer, en fonction de la valeur de $\alpha > 0$, la nature de $\int_1^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{\sin(x)}{x^\alpha}\right) dx$.</p>	
	<p>1. On considère les intégrales</p> $I = \int_0^{+\infty} \frac{dt}{1+t^3} \quad \text{et} \quad J = \int_0^{+\infty} \frac{t dt}{1+t^3}$ <p>(a) Montrer que les intégrales I et J convergent.</p> <p>(b) Montrer en utilisant le changement de variable $u = 1/t$ que $I = J$.</p> <p>(c) En déduire la valeur de I.</p>	