N. Laillet
nlaillet.math@gmail.com

Chapitre 12
Séries entières et probabilités – résumé de cours

Point de méthode 1

Lorsqu'on fait des calculs de probabilités ou d'espérances, on a souvent affaire à des sommes de séries qu'il peut être facile de calculer comme des sommes de séries entières (de fonctions DSE ou de leurs dérivées).

Exemple 2

Recalculer l'espérance et la variance de la loi géométrique.

Proposition 3

Si X est une variable aléatoire discrète à valeurs dans $\mathbb{N}$, alors la série fonctions $\sum f_n$, où $f_n : t \mapsto \mathbb{P}(X = n)t^n$, converge normalement sur $[-1, 1]$. Sa somme vaut $\mathbb{E}\left(t^X\right)$, notée $G_X(t)$.

Définition 4

La fonction $G_X(t)$ ainsi définie est appelée fonction génératrice de X.

Proposition 5

Si X et Y sont indépendantes, alors $G_{X+Y} = G_X G_Y$.

Proposition 6

La variable aléatoire X est d'espérance finie ssi G_X est dérivable en 1 , auquel cas $\mathbb{E}(X) = G'(1)$.

Exemple 7

Calcul des fonctions génératrices des lois usuelles.

Remarque 8

1. Il est aussi possible de déterminer la variance à l'aide de la dérivée seconde de G.
2. La fonction génératrice caractérise la loi.