

Exercice 1 (CCINP 23)

On dispose d'une urne qui contient 3 jetons numérotés 1,2,3, dans laquelle on effectue des tirages avec remise. Soit Y la variable aléatoire correspondant au numéro du tirage où l'on obtient pour la première fois un chiffre différent du premier chiffre obtenu; et Z la variable aléatoire donnant le numéro du tirage où l'on obtient pour la première un troisième chiffre.

- a) Déterminer la loi de Y . Quelle est la loi de $Y - 1$? En déduire l'espérance de Y .
- b) Déterminer la loi de (Y, Z) . En déduire la loi de Z .

Exercice 2 (CCINP 23) Soit $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ une suite de variables aléatoires indépendantes suivant toutes une loi de Bernoulli de paramètre p . Soit N une variable aléatoire telle que $N + 1$ suive la loi géométrique de paramètre p . On pose $Y = \sum_{n=1}^N X_n$, avec la convention : $\sum_{n=1}^0 X_n = 0$.

- a) Soit $n \in \mathbf{N}^*$. Donner la loi de $S_n = X_1 + \dots + X_n$.
- b) Soit $x \in]-1, 1[$. Calculer, pour $k \in \mathbf{N}^*$, $\sum_{n=k}^{+\infty} \binom{n}{k} x^{n-k}$.
- c) Calculer $P(Y = k)$ et reconnaître la loi de $Y + 1$.