

**Exercice 1** (CCINP 23)

On dispose d'une urne qui contient 3 jetons numérotés 1,2,3, dans laquelle on effectue des tirages avec remise. Soit  $Y$  la variable aléatoire correspondant au numéro du tirage où l'on obtient pour la première fois un chiffre différent du premier chiffre obtenu; et  $Z$  la variable aléatoire donnant le numéro du tirage où l'on obtient pour la première un troisième chiffre.

- Déterminer la loi de  $Y$ . Quelle est la loi de  $Y - 1$  ? En déduire l'espérance de  $Y$ .
- Déterminer la loi de  $(Y, Z)$ . En déduire la loi de  $Z$ .

**Exercice 2** (CCINP 23) Soit  $(X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$  une suite de variables aléatoires indépendantes suivant toutes une loi de Bernoulli de paramètre  $p$ . Soit  $N$  une variable aléatoire telle que  $N + 1$  suive la loi géométrique de paramètre  $p$ . On pose  $Y = \sum_{n=1}^N X_n$ , avec la convention :  $\sum_{n=1}^0 X_n = 0$ .

- Soit  $n \in \mathbf{N}^*$ . Donner la loi de  $S_n = X_1 + \dots + X_n$ .
- Soit  $x \in ]-1, 1[$ . Calculer, pour  $k \in \mathbf{N}^*$ ,  $\sum_{n=k}^{+\infty} \binom{n}{k} x^{n-k}$ .
- Calculer  $P(Y = k)$  et reconnaître la loi de  $Y + 1$ .