

### 1.3.2 Conclusion

Même si l'oral de Mathématiques reste un exercice difficile, l'objectif n'est pas de piéger les candidats, par exemple, à travers des calculs fastidieux, mais de révéler la capacité à la prise de recul vis-à-vis d'une situation donnée. Le candidat sera évalué sur sa faculté d'analyse et à la façon dont il pourra tirer partie de ses connaissances pour proposer une réflexion adaptée. Il faut aussi garder à l'esprit que l'épreuve orale de Mathématiques est une épreuve « longue ». L'objectif est de tenir la longueur et être actif tout au long de la prestation.

## 1.4 Mathématiques - filière PSI

### 1.4.1 Déroulement de l'épreuve

L'oral de mathématiques de la filière PSI se déroule en deux temps : un temps de préparation sur table d'une quinzaine de minutes environ suivi d'un exposé au tableau pouvant aller de 50 minutes à une heure.

À son entrée dans la salle, le candidat se verra proposer un premier exercice à préparer. Le deuxième sera donné pendant l'exposé et devra être traité directement. L'examineur décide du moment pour changer de sujet sans attendre nécessairement que le premier exercice soit traité intégralement. En pratique la durée de chaque exercice sera la plupart du temps comprise entre 20 et 35 minutes, à la discrétion de l'examineur.

Les deux exercices porteront de préférence sur des parties différentes du programme : algèbre puis analyse ou analyse puis probabilité par exemple. Le candidat pourra être interrogé sur la totalité des programmes de PCSI et de PSI. Un troisième exercice pourra parfois être proposé par l'examineur. Cette proposition ne doit pas être interprétée comme un signe ou une condition de réussite de l'épreuve et n'influe pas en elle-même sur la note finale.

Enfin, il convient de rappeler que la note finale obtenue par le candidat est toujours à interpréter comme un outil de classement relatif à l'ensemble des admissibles et non comme un jugement de valeur.

### 1.4.2 Remarques sur la session 2025 et conseils aux futurs candidats

La majorité des candidats de la session 2025 fait preuve d'une bonne maîtrise des concepts étudiés lors des deux années de classes préparatoires et a une approche pertinente de l'exercice de l'oral.

#### 1 Mise au point importante

Le jury souhaite, après la session 2025, mettre en exergue un certain nombre de points relatifs à la nature de l'épreuve orale de mathématiques, qui sont de nature à pénaliser le candidat qui n'y serait pas attentif dans la mesure où ils impactent directement le déroulé de l'épreuve et donc son évaluation.

En premier lieu, il est essentiel que les candidats prennent conscience qu'une épreuve orale de concours n'est pas une colle ni un cours particulier, et son principal acteur doit être le candidat.

Une attitude passive ou de « temporisation » dans l'attente d'une aide ne pourra être que pénalisante.

Il n'est par ailleurs absolument pas pertinent d'attendre de son examinateur que la solution de l'exercice soit donnée en fin d'oral, ou qu'une indication soit motivée ou contextualisée par ce dernier. Il est du ressort du candidat de résoudre l'exercice en exploitant au mieux les indications données. L'esprit d'initiative et la capacité des candidats à mener un raisonnement de façon autonome font partie des attendus du concours.

Il est important de comprendre par ailleurs que l'oral n'est pas une répétition des épreuves écrites et que l'on n'attend pas à ce que le candidat rédige une copie au tableau. Cependant, à l'inverse, il faut se servir du support écrit et ne pas se contenter d'avancer oralement des idées plus ou moins floues. Les théorèmes utilisés doivent en particulier être cités de manière précise et il faut en vérifier les hypothèses.

Le jury apprécie un candidat capable de lister tous les théorèmes qui peuvent s'appliquer à une situation donnée (interversion limite intégrale, diagonalisabilité d'une matrice,...) avant de réfléchir à celui qui semble le plus adapté à la situation. Cette phase de réflexion ne doit cependant pas se muer en une série de propositions faites à l'examinateur afin d'obtenir sa validation.

Un oral est par nature une discussion avec l'examinateur. Il est nécessaire que le candidat ne reste pas tout le temps face à son tableau. Il doit parler de manière claire et intelligible. Par ailleurs, il faut aussi qu'il soit à l'écoute et qu'il sache réagir positivement lors qu'on lui donne une indication, la meilleure solution étant de commencer par la noter à l'écrit au tableau. Par contre, cela ne signifie pas qu'il faille attendre de la part de l'examinateur une approbation permanente ou la solution à tous les problèmes.

Il convient de noter que l'examinateur ne cherchera jamais à piéger un candidat, et que les questions posées ne le sont pas dans l'intention de le déstabiliser. Il est donc important d'y répondre avec honnêteté et rigueur plutôt que d'essayer de deviner les intentions de l'examinateur.

## 2 Conseils pratiques.

- Il est recommandé de commencer son exposé en précisant les questions traitées (en partie ou intégralement) lors de la préparation. Ce bref résumé ne dispense cependant pas de présenter les détails des questions traitées dans un second temps.
- Il convient de tenir un tableau organisé et lisible et de cantonner les abréviations à un usage raisonnable et classique. Il est préférable de demander l'autorisation à l'examinateur avant d'effacer.
- L'introduction d'abréviations orales dans un exposé est souvent du plus mauvais effet. On citera l'usage de « diagose » et « trigose », de « la fonction expo » ou du « delta » du trinôme.
- Dans le cas où l'on souhaite faire usage de résultats qui ne sont pas dans le programme officiel (étude des matrices nilpotentes, théorème de Césaro, ...), il est nécessaire de pouvoir en donner une démonstration. Notons cependant qu'aucun exercice n'est posé avec pour prérequis implicite l'usage d'un tel résultat.

- Il est important, durant la préparation, de bien prendre connaissance de l'énoncé dans son intégralité, et de travailler à identifier quelles parties du cours pourraient aider à sa résolution.
- L'épreuve étant d'une durée limitée, il faut être efficace, sans perte de rigueur toutefois, dans l'exposé de ce qui a été réalisé en préparation. Les digressions orales sans but précis sont à proscrire. Il n'est cependant absolument pas pertinent de mener l'oral avec précipitation au risque de multiplier les erreurs.

### 1.4.3 Points de vigilance.

Le jury rappelle que les interrogations orales peuvent porter sur la totalité des programmes de PCSI et de PSI. Certains chapitres semblent globalement moins maîtrisés que d'autres. Nous pouvons citer par exemple le dénombrement et les probabilités dans leur ensemble, le calcul différentiel et notamment les équations différentielles ainsi que les nombres complexes.

Nous rappelons également que la liste qui suit n'est pas à interpréter comme un jugement porté sur la qualité des prestations des candidats de la session 2025, mais comme une liste de points à surveiller lors de la préparation à l'oral.

#### Généralités.

- Le jury souhaite rappeler que l'un des attendus de l'oral est la capacité à restituer de façon précise et complète les définitions des notions au programme ainsi que les énoncés des théorèmes. Il est du plus mauvais effet de se contenter d'une vague approximation ou d'un dessin pour définir une fonction continue par morceaux ou énoncer un théorème d'interversion.
- Les candidats, bien peu nombreux qui se sont présentés à l'oral en ayant fait l'impasse sur des parts entières du programme (souvent en probabilités), ont été lourdement sanctionnés.
- De nombreux candidats peinent à mener des calculs sans erreur. Cela concerne les calculs d'équivalents pour étudier la nature d'une série ou d'une intégrale, les calculs algébriques et notamment la gestion puissance mais aussi les calculs de déterminants. Par ailleurs, s'il n'est pas nécessaire de connaître par cœur toutes les formules de trigonométrie, il faut savoir les retrouver rapidement.
- Les manipulations de sommes (finies ou de séries) posent de nombreux problèmes aux candidats : nous rappelons que les changements d'indices sont un attendu du programme de PCSI.
- Les candidats manquent souvent de recul relativement aux calculs dans le corps des nombres complexes : les résolutions d'équations polynomiales de degré 2 à coefficients complexes (le signe du discriminant n'est pas bien défini), l'interprétation géométrique du module et de l'argument et les manipulations de nombres sous forme trigonométrique posent régulièrement problème.

### Algèbre.

- Pour montrer qu’une partie d’un espace vectoriel est un sous-espace vectoriel, il n’est pas toujours pertinent d’essayer de montrer la stabilité par combinaison linéaire. Il peut être plus efficace de voir que cette partie est le noyau ou l’image d’une application linéaire bien choisie.
- Le théorème du rang est source d’erreur quasi-systématique dès lors que l’espace d’arrivée diffère de celui de départ.
- La notion de sous-espace vectoriel stable par une application linéaire est souvent mal maîtrisée dès lors qu’on ne parle pas d’une droite ou d’un plan.
- Des candidats n’utilisent pas, dans le cadre du théorème spectral, le fait que l’on puisse choisir une base *orthonormée* de vecteurs propres ou une matrice  $P$  *orthogonale* et peinent alors à résoudre des exercices généralisant le cours sur l’étude de  $S_n^+$  et de  $S_n^{++}$ .
- De façon plus générale, l’énoncé du théorème spectral pour les endomorphismes auto-adjoints n’est pas toujours bien compris. Quand  $u$  est un endomorphisme auto-adjoint, les candidats, ont parfois tendance à choisir une base orthonormée dans laquelle la matrice de  $u$  est auto-adjoint réelle puis à utiliser le théorème spectral sur cette matrice.
- L’interprétation de relations entre des puissances d’une même matrice à l’aide d’un polynôme annulateur pose parfois problème, alors qu’elle est souvent utile à la résolution d’exercices.
- L’étude des isométries vectorielles et des matrices orthogonales reste un point délicat pour de nombreux candidats. On rappelle en particulier qu’une telle matrice n’est pas « de norme un » et qu’il est important de ne pas confondre ces automorphismes avec les endomorphismes auto-adjoints.

### Analyse.

- Les énoncés précis des différents théorèmes d’interversion au programme sont souvent mal restitués, et leur usage est trop souvent approximatif. Il convient, avant de se lancer dans un long calcul, de vérifier que les hypothèses du théorème souhaité sont vérifiées.
- La définition du rayon de convergence d’une série entière est souvent méconnue, de même que son lien à la convergence. Rappelons qu’une telle série (de rayon de convergence  $R$ ) ne converge pas nécessairement uniformément sur l’intervalle ouvert  $] - R, R[$ .
- D’une façon générale, la nuance entre les différents modes de convergence d’une série de fonctions n’est pas maîtrisée par de nombreux candidats.
- Pour les intégrales généralisées, la nature est souvent bien mieux traitée dans le cas des bornes infinies que dans le cas des bornes finies. De nombreux candidats ne savent pas que  $t \mapsto \log t$  est intégrable sur  $]0, 1]$  et ont du mal à le démontrer quand on leur demande. Notons par ailleurs que dans ce type d’étude il convient de mentionner la continuité (par morceaux) de la fonction à l’intérieur des bornes en plus d’étudier son comportement au voisinage de celles-ci.

- Les exercices de résolution (guidée) d'équations aux dérivées partielles mettent trop souvent les candidats en échec. Le jury rappelle que l'usage de la règle de la chaîne fait partie des attendus du programme de PSI. Similairement, la définition de la matrice hessienne d'une application est rarement connue des candidats.
- Le théorème sur les séries alternées est généralement bien appliqué pour démontrer la convergence d'une série, mais la majoration du reste est souvent oubliée.

### **Probabilités.**

- Les probabilités font partie du champ des mathématiques, et ne doivent donc en aucun faire l'objet d'une impasse ou servir de prétexte à un relâchement de rigueur. La session 2025 ne fait hélas pas exception, et de nombreux candidats ont été pénalisés par cet état de fait.
- Trop peu de candidats pensent à vérifier que les probabilités calculées sont à valeurs dans  $[0,1]$ , ou que la somme des termes d'une distribution de probabilités à déterminer vaut 1. Cela permet pourtant de détecter rapidement une erreur de calcul pénalisante, notamment pendant la préparation.
- Pour établir l'indépendance de variables aléatoires, le jury attend un argument plus précis qu'une vague évocation du lemme des coalitions. Il semble nécessaire de préciser les hypothèses du théorème et de vérifier qu'elles s'appliquent dans le cadre de l'exercice.

