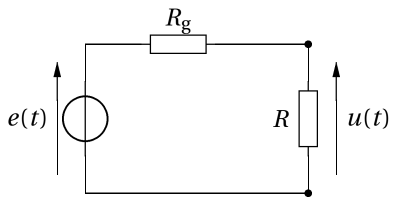
TP de physique n° 1 — Solution

1 — Influence des caractéristiques du GBF

1. En sortie ouverte, aucun courant ne parcourt la maille, et $\boxed{u_{\mathrm{v}}(t) = e(t)}$.

2. On branche une résistance R en sortie :



Structure en pont diviseur de tension :

$$\boxed{u(t) = \frac{R}{R+R_{\mathrm{g}}}e(t)} . \tag{1}$$

➤ On remarque que $u(t) < e(t)$: il existe une chute de tension aux bornes de R_{g} qui est traversée par un courant non nul.

3. On mesure au multimètre $U_{\mathrm{eff}} = \dfrac{E}{\sqrt{2}}$, c'est-à-dire la tension à vide.
On remarque que d'après (1) on a

$$\lim_{R\to\infty} u(t) = e(t) = u_{\mathrm{v}}(t) .$$

Dans la pratique, $R \to \infty$ revient à $R \gg R_{\mathrm{g}}$.
Un multimètre étant caractérisé par un résistance interne élevée, on mesure bien la tension à vide.

> Résistances internes à connaître :
> **Multimètre numérique** $R \approx 10\ \mathrm{M\Omega}$
> **Oscilloscope** $R \approx 1\ \mathrm{M\Omega}$

4. Suggestion de protocole : on remarque que pour $R = R_{\mathrm{g}}$, on a $u(t) = \frac{e(t)}{2}$.
On mesure la tension à vide au multimètre, soit $U_{\mathrm{v,eff}}$. On branche une boîte de résistances en sortie du GBF et on règle R jusqu'à obtenir au multimètre $\frac{U_{\mathrm{v,eff}}}{2}$; on a alors $R = R_{\mathrm{g}}$.

➤ On peut pendre une valeur quelconque de R, et de $U = \dfrac{R}{R+R_{\mathrm{g}}}U_{\mathrm{v}}$ on obtient $R_{\mathrm{g}}R\dfrac{U_{\mathrm{v}}-U}{U}$. Cependant, si R est grand devant R_{g}, U est très proche de U_{v} ce qui rend difficile la mesure de la différence $U_{\mathrm{v}} - U$; on obtient alors une incertitude importante sur l'évaluation de R_{g}.

On vérifie que $R_{\mathrm{g}} \ll 10\ \mathrm{M\Omega}$.

> Ordre de grandeur à connaître :
> La résistance interne d'un GBF est $R_{\mathrm{g}} = 50\ \Omega$.

2 — Étude du circuit *RLC* série

5. La tension aux bornes de R est $u(t) = Ri(t)$: il faut donc observer la tension aux bornes de la résistance pour avoir une grandeur proportionnelle à l'intensité $i(t)$ dans le circuit.

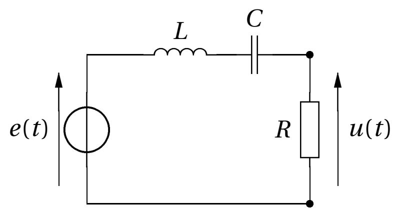
6. Attention aux branchements :

➤ Le GBF délivre une tension entre une borne de sortie et la masse.

➤ L'oscilloscope mesure des tensions par rapport à la masse.

➤ Il ne peut y avoir qu'une masse dans un circuit. Relier deux points différents à la masse revient à les court-circuiter.

Pour observer la tension aux bornes de R, il faut qu'une des bornes de R soit reliée à la masse, ce qui impose le câblage du circuit :



Faire le schéma du montage en indiquant le branchement du GBF et de l'oscilloscope pour observer sur la voie I la tension $e(t)$ envoyée aux bornes du circuit, et sur la voie II la tension proportionnelle à $i(t)$.
Réaliser le montage correspondant. On prendra $R = 220\ \Omega$, $C = 10\ \mathrm{nF}$; L est une bobine de 1000 spires.

7. On effectue un balayage en fréquence avec le GBF. On constate que le signal de sortie est très faible et basse fréquence et en haute fréquence, et présente un maximum d'amplitude pour quelques kilohertz. Il s'agit donc d'un **filtre passe-bande**.

8. La loi des mailles donne

$$E = \left(R + \mathrm{j}L\omega + \frac{1}{\mathrm{j}C\omega}\right)\underline{I}$$

d'où

$$\underline{I} = \frac{1}{R + \mathrm{j}\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}E = \frac{\frac{1}{R}}{1 + \mathrm{j}\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right)}E$$

soit avec $\omega = 2\pi f$

$$\underline{I}(f) = \frac{\frac{1}{R}}{1 + \mathrm{j}\left(\frac{2\pi Lf}{R} - \frac{1}{2\pi RCf}\right)}E .$$

L'expression est de la forme

$$\underline{I}(f) = \frac{\alpha}{1 + \mathrm{j}Q\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)} E$$

avec $\boxed{\alpha = \frac{1}{R}}$.

L'identification respective des termes en f et en $1/f$ du dénominateur conduit à

$$\begin{cases} \dfrac{Q}{f_0} &= \dfrac{2\pi L}{R} \\ Q f_0 &= \dfrac{1}{2\pi RC} \end{cases}$$

On en déduit

$$\boxed{Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}} \quad \text{et} \quad \boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}.$$

9. À la fréquence $f = f_0$, on a $i(t) = \dfrac{e(t)}{R}$: le courant et la tension d'entrée sont en phase.

On en déduit que la tension $u(t)$ aux bornes de R et la tension d'entrée sont en phase.

On visualise ces deux tensions en mode XY à l'oscilloscope : lorsque l'ellipse devient un segment de droite, ces tension sont en phase et on est à la fréquence f_0.

On mesure $\boxed{f_0 = 7{,}55\ \text{kHz}}$.

Avec $C = 10$ nF, on en déduit $\boxed{L = 44{,}4\ \text{mH}}$.

10. Soit $U_{\max} = U(f_0)$ l'amplitude maximale de la tension de sortie. Les fréquences f_1 et f_2 sont définies par

$$U(f_1) = U(f_2) = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{U(f_0)}{\sqrt{2}}.$$

On rappelle la relation

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{Q}.$$

On mesure $U(f_0) = 11{,}2$ V. On calcule $\dfrac{U(f_0)}{\sqrt{2}} = 7{,}92$ V.

On cherche les deux fréquences pour lesquelles l'amplitude de la tension aux bornes de R prend cette valeur.

On mesure $f_1 = 6{,}99$ kHz et $f_2 = 8{,}16$ kHz. On en déduit $\boxed{Q = 6{,}5}$.

11. L'amplitude de l'intensité est

$$I(f) = \frac{I(f_0)}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)^2}}.$$

Comme

$$I(f_{1,2}) = \frac{I(f_0)}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{f_{1,2}}{f_0} - \frac{f_0}{f_{1,2}}\right)^2}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

on en déduit que

$$1 + Q^2\left(\frac{f_{1,2}}{f_0} - \frac{f_0}{f_{1,2}}\right)^2 = 2$$

soit

$$Q\left(\frac{f_{1,2}}{f_0} - \frac{f_0}{f_{1,2}}\right) = \pm 1.$$

On peut donc écrire

$$\underline{I}(f_{1,2}) = \frac{I_0}{1 \pm \mathrm{j}} = \frac{1}{1 \pm \mathrm{j}} \frac{\underline{e}}{R}.$$

Le déphasage entre $i(t)$ et $e(t)$ pour $f = f_1$ et $f = f_2$ est donc donné par $\varphi = -\arg(1 \pm \mathrm{j})$, soit $\boxed{\varphi = \pm 45°}$.

On fait varier la fréquence jusqu'à ce que la mesure de déphasage par l'oscilloscope indique $\pm 45°$.

On obtient $\varphi = 45°$ pour $f_1 = 7{,}1$ kHz et $\varphi = -45°$ pour $f_1 = 8{,}1$ kHz.

On en déduit $Q = 7{,}6$.

➤ Cette méthode est plus approchée[1], mais permet une évaluation rapide de l'ordre de grandeur de Q.

12. La fonction de transfert du montage est

$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \frac{\underline{u}}{\underline{e}} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{Q}{\omega_0}\mathrm{j}\omega + \frac{Q\omega_0}{\mathrm{j}\omega}}.$$

Pour $\omega \ll \omega_0$, on a

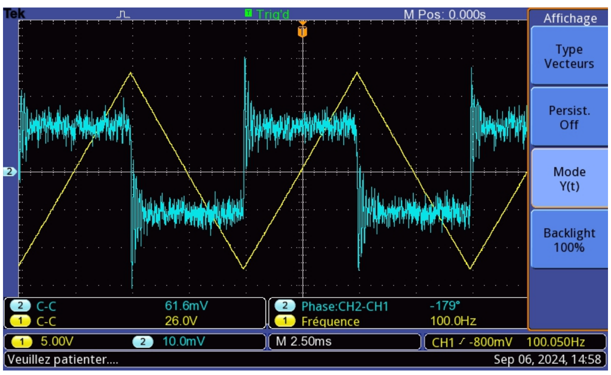
$$1 + \frac{Q}{\omega_0}\mathrm{j}\omega + \frac{Q\omega_0}{\mathrm{j}\omega} \approx \frac{Q\omega_0}{\mathrm{j}\omega}$$

et

$$\underline{H} \approx \frac{\mathrm{j}\omega}{Q\omega_0}.$$

On retrouve un dérivateur : $\underline{u} = Q\omega_0 \mathrm{j}\omega \underline{e}$.

On peut prendre comme signal d'entrée un signal triangulaire de fréquence $f \ll f_0$ (on choisit $f = 100$ Hz. La dérivée d'un tel signal est un signal en créneaux.



➤ Le signal de sortie est « bruité » : les harmoniques de rang élevé du signal d'entrée ne sont plus dans le domaine de fréquence pour lequel le filtre effectue une dérivation. On n'obtient donc pas exactement la dérivée du signal d'entrée.

1. La mesure du déphasage est plus délicate.

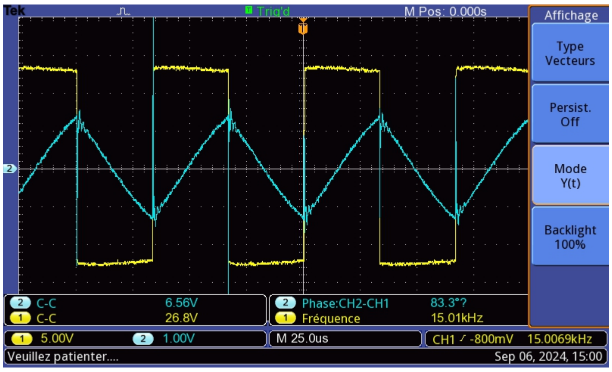
13. Pour $\omega \gg \omega_0$, on a

$$1+\frac{Q}{\omega_0}\mathrm{j}\omega+\frac{Q\omega_0}{\mathrm{j}\omega}\approx\frac{Q}{\omega_0}\mathrm{j}\omega$$

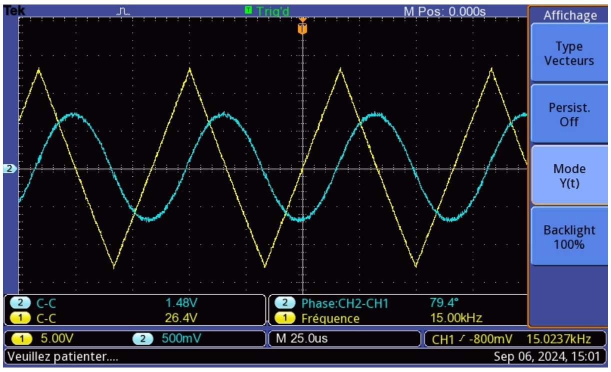
et

$$\underline{H}\approx\frac{\omega_0}{Q}\frac{1}{\mathrm{j}\omega}.$$

On retrouve un intégrateur.
En prenant un signal carré de fréquence $f \gg f_0$ (on choisit $f = 15$ kHz), on doit obtenir un signal triangulaire.



Si l'on prend un signal d'entrée triangulaire, on obtient le résultat suivant :



Attention : le signal de sortie ressemble à une sinusoïde, mais ce n'en est pas une !

Le signal triangulaire est constitué de segments affines, qui donnent des courbes du second degré par intégration : la courbe est constituée d'arcs de parabole.

SI on ajoute une composante continue au signal d'entrée : le signal de sortie n'est pas modifié. Le filtre intègre les fréquences $f \gg f_0$; en revanche, la composante continue, de fréquence nulle, est « coupée » par le filtre (on a $\lim_{\omega\to 0} G(\omega) = 0$).