

DS n° 2

Le sujet comporte quatre parties indépendantes.

Merci de suivre les conseils suivants :

- laisser un espace en début de copie pour la note et les commentaires;
- laisser une marge à chaque page pour les commentaires et décompte des points;
- respecter et indiquer la numérotation des questions;
- souligner ou encadrer les résultats.

Partie I — Modulation (EA3 PC 2012)

1 — Modulation d'amplitude

Le montage de la figure II-1 représente schématiquement un modulateur d'amplitude; il comprend un multiplieur, qui délivre une tension de sortie $v_{s1} = k \times u_1 \times u_2$ (k étant une constante) et un sommateur qui délivre en sortie une tension v_s , égale à la somme des tensions d'entrée.

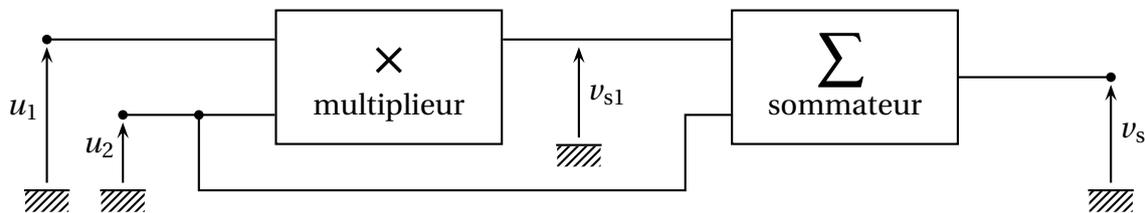


FIGURE II-1 – Schéma du modulateur d'amplitude

Les tensions sont sinusoïdales : $u_1(t) = U_m \cos(\omega_m t)$ et $u_2(t) = U_0 \cos(\omega_p t)$, avec $\omega_p \gg \omega_m$. La tension $u_1(t)$ est appelée « signal modulant » et $u_2(t)$ « signal de porteuse ».

1. Montrer que la tension de sortie $v_s(t)$ peut s'écrire sous la forme

$$v_s(t) = U_0 \cos(\omega_p t) [1 + m \cos(\omega_m t)]$$

et déterminer m en fonction de k et U_m .

2. Représenter graphiquement, de façon schématique, la tension $v_s(t)$, en supposant que $m < 1$.

2 — Modulation de phase — Méthode d'Armstrong

Pour certaines applications, il est souhaitable de moduler la phase du signal de porteuse, pour obtenir une tension de la forme $v_p(t) = U_0 \cos[\omega_p t + m \cos(\omega_m t)]$.

Une approche, imaginée par l'inventeur E. ARMSTRONG en 1933, permet très simplement d'obtenir un signal de ce type (pour les faibles modulations) en modifiant légèrement le montage de la figure II-1. Dans toute la suite, le taux de modulation m vérifie $m \ll 1$.

3. Montrer que le signal de porteuse modulée en phase peut s'écrire

$$v_p(t) \approx U_0 \cos(\omega_p t) + f(t) \sin(\omega_p t)$$

où $f(t)$ sera exprimée en fonction de m , U_0 , ω_m et t .

Pour obtenir la tension $v_p(t)$, un opérateur « Dp » est introduit dans le montage, comme indiqué sur la figure II-2.

Les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ sont inchangées par rapport à la sous-partie 1.

4. Quelle doit être la tension $u_2'(t)$ en sortie de l'opérateur « Dp » pour obtenir $v_s(t) = v_p(t)$, le taux de modulation m restant inchangé par rapport à sa valeur de la question 1 ?

Quelle transformation l'opérateur « Dp » doit-il réaliser sur la tension $u_2(t)$?

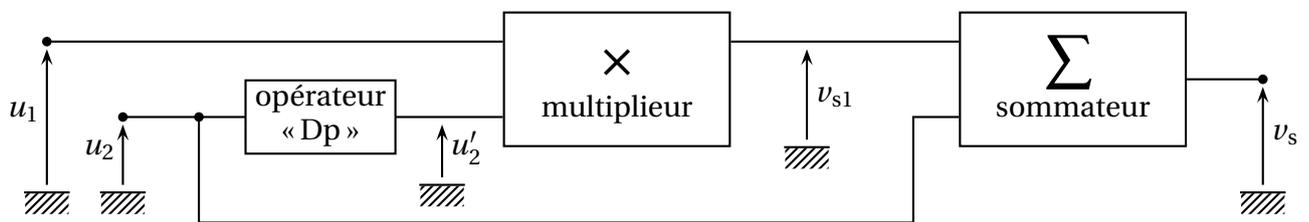


FIGURE II-2 – Schéma du modulateur de phase

3 — Réalisation de l'opérateur « Dp »

Le montage étudié pour réaliser l'opérateur « Dp » est représenté sur la figure II-3.

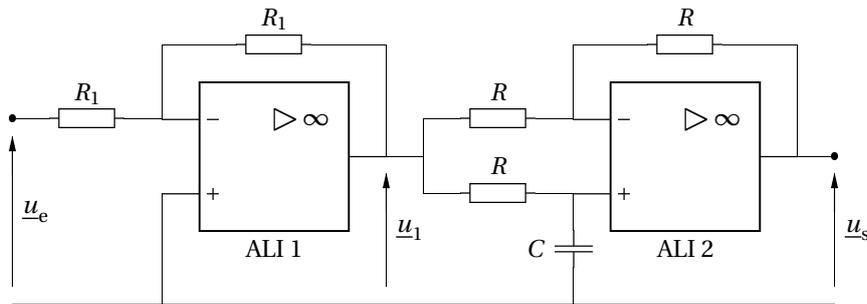


FIGURE II-3 – Opérateur « Dp »

Les ALI sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire. Les tensions sont sinusoïdales de pulsation ω ; les grandeurs soulignées indiquées sur la figure II-3 désignent les représentations complexes de ces tensions

5. Exprimer la tension \underline{u}_1 en fonction de la tension \underline{u}_e .

Préciser le rôle de l'ensemble formé de l'ALI 1 et les deux résistances identiques de valeur R_1 .

6. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_1}$ en fonction de R , C et ω .

En déduire la fonction de transfert globale du montage $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}_s}{\underline{u}_e}$.

7. Montrer que le seul effet de cet opérateur est d'introduire un déphasage φ_D entre la sortie $u_s(t)$ et l'entrée $u_e(t)$. Exprimer φ_D en fonction de R , C et ω .

8. Comment doit-on choisir le produit RC , en fonction de ω_p , pour que l'opérateur de la figure II-2 délivre effectivement le signal modulé en phase $v_p(t)$?

Formulaire

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad \sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \quad \sin p + \sin q = 2 \cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \sin\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

Partie II — Utilisation de panneaux solaires : conversion de puissance (Centrale PSI 2023)

La tension V_{ps} fournie par les panneaux solaires ne permet pas de recharger directement une batterie de tension 350 V. Un régulateur MPPT (*Maximum Power Point Tracking*) constitué d'un convertisseur électronique DC/DC a pour rôle d'optimiser les valeurs des paramètres électriques de fonctionnement entre le système photovoltaïque et la batterie. Le champ d'application de ces convertisseurs est large; on étudie ici un hacheur parallèle (convertisseur Boost) dont le schéma de principe est donné en figure I-1. Ce système est composé principalement d'une bobine d'inductance L et de deux interrupteurs T_r et D considérés comme idéaux. Le conducteur ohmique de résistance R modélise la batterie à charger. Un signal rectangulaire périodique de période T commande l'interrupteur T_r . Selon l'état des deux interrupteurs, on peut distinguer deux phases de fonctionnement :

- la phase active, de durée αT , lorsque l'interrupteur T_r est fermé et l'interrupteur D est ouvert; le coefficient α désigne le rapport cyclique;
- la phase de roue libre, de durée $(1 - \alpha)T$, lorsque l'interrupteur T_r est ouvert et l'interrupteur D est fermé.

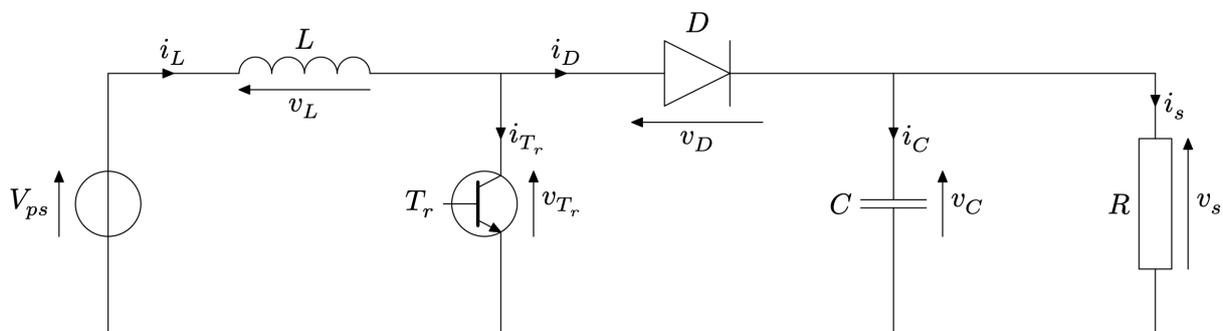


FIGURE I-1 – Schéma de principe d'un convertisseur Boost

Dans l'étude qui suit, nous faisons les hypothèses suivantes :

- le régime périodique est établi;
- la tension d'alimentation V_{ps} est continue et constante;
- la valeur de la capacité C est suffisamment grande afin de pouvoir considérer la tension de sortie v_s comme supérieure à V_{ps} .

1 — Préliminaire

1. Quel type de source permet de décrire l'association série du générateur de tension V_{ps} et de la bobine d'inductance L ?

Quel type de source permet de décrire l'association parallèle de la résistance R et du condensateur de capacité C ?

2. Justifier pourquoi les interrupteurs T_r et D ne peuvent pas être fermés simultanément.

Justifier pourquoi les interrupteurs T_r et D ne peuvent pas être ouverts simultanément.

2 — Phase active $0 \leq t < \alpha T$

3. On admet que $v_s > 0$. Justifier que la diode est bloquée. Représenter alors le schéma du circuit équivalent pour cette phase active supposée débuter à l'instant $t = 0$.

4. En déduire l'expression de $i_L(t)$ avec pour condition initiale $i_L(t = 0) = i_{L,\min}$.

5. Indiquer le temps caractéristique associé à l'ensemble résistance-condensateur. En déduire une condition sur C pour que la tension v_s puisse être considérée comme constante.

3 — Phase de roue libre $\alpha T \leq t < T$

6. Représenter le schéma équivalent du convertisseur Boost durant la phase de roue libre.
7. On pose $i_L(t = \alpha T) = i_{L,\max}$. En déduire l'expression de $i_L(t)$ en fonction de V_{ps} , v_s , L , αT et $i_{L,\max}$.

4 — Valeurs moyennes sur une période

8. Déterminer deux expressions distinctes de la valeur de l'ondulation de l'intensité $i_{L,\max} - i_{L,\min}$, en fonction de α , T , L , V_{ps} et v_s .
9. Représenter l'allure de l'évolution de l'intensité $i_L(t)$ sur une durée de deux périodes.
10. En déduire $\langle v_L(t) \rangle$ et $\langle v_s(t) \rangle$, les valeurs moyennes sur une période des tensions $v_L(t)$ et $v_s(t)$, en fonction de V_{ps} et α .
11. Justifier la dénomination de hacheur-survolteur associée au convertisseur Boost. Déterminer la valeur du rapport cyclique α pour permettre la recharge de la batterie étudiée si la tension aux bornes de l'association des panneaux solaires est de 72 V.

5 — Point de vue énergétique

12. Déterminer la puissance moyenne $\langle P_L \rangle$ reçue par la bobine au cours du fonctionnement du convertisseur.

Comment peut-on alors décrire le rôle de la bobine dans les deux phases du fonctionnement d'un point de vue énergétique?

13. Établir l'expression de la puissance moyenne $\langle P \rangle$ fournie par la source de tension V_{ps} en fonction de $i_{L,\max}$, $i_{L,\min}$ et V_{ps} .

14. On dit que le convertisseur Boost fonctionne en mode continu si le courant dans l'inductance ne s'annule jamais sur une période de commutation.

En déduire l'expression de la puissance minimale P_{\min} fournie par le générateur pour que le convertisseur fonctionne en mode continu. On exprimera le résultat en fonction de α , T , L , et V_{ps} .

Partie III — Les explosions nucléaires (Centrale PC 2010)

Les recherches sur le noyau d'uranium ont mis en évidence le phénomène de fission nucléaire en 1939; ces travaux ont trouvé leur première application lors de l'explosion de la bombe d'Hiroshima, le 6 août 1945. Il va de soi que l'invention de la « bombe atomique » n'est peut-être pas le plus grand progrès de l'Humanité. Mais en l'état actuel des choses, cette arme existe, et il est souhaitable d'en aborder l'aspect physique pour mieux en saisir les tenants et les aboutissants scientifiques.

On rappelle en coordonnées sphériques :

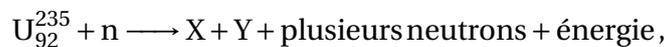
$$\Delta f(r) = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df}{dr} \right); \quad \overrightarrow{\text{grad}} f(r) = \frac{df}{dr} \vec{e}_r.$$

On rappelle de plus la relation $\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} N) = \Delta N$.

On donne le nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

La désintégration de l'uranium 235

L'élément uranium se présente essentiellement sous la forme de deux isotopes; le plus répandu à l'état naturel, U^{238} , possède 92 protons et 146 neutrons; l'autre isotope est U^{235} dit isotope « fissile ». Lorsqu'un noyau U^{235} est heurté par un neutron (noté n), il peut « fissionner », suivant la réaction suivante :



où X et Y sont deux noyaux le plus souvent radioactifs.

Le nombre moyen de neutrons émis dans la désintégration d'un noyau U^{235} est $\nu \approx 2,5$. On voit ainsi la possibilité d'une réaction en chaîne, utilisable de manière contrôlée dans une centrale nucléaire, ou de manière explosive dans une bombe. L'énergie libérée par la désintégration d'un noyau U^{235} est en moyenne de $170 \times 10^6 \text{ eV}$ ($1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$). Lorsque la masse du bloc d'uranium devient supérieure à une valeur critique, la réaction en chaîne s'emballe et devient explosive.

1 — Diffusion de neutrons

1. Quelle serait l'énergie libérée par la désintégration totale d'un kilogramme de U^{235} ?
2. L'énergie libérée par l'explosion d'une tonne de trinitrotoluène, un explosif chimique classique encore dénommé TNT, est de $4,2 \times 10^9 \text{ J}$. En déduire l'énergie libérée par la désintégration supposée totale d'un kilogramme de U^{235} , exprimée en équivalent tonnes de TNT. Commenter le résultat.
3. Soit $N(x, y, z, t)$ le nombre de neutrons par unité de volume, et \vec{J} le vecteur densité de flux de neutrons.

On donne l'équation fondamentale de la neutronique :

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\text{div} \vec{J} + \left(\frac{\nu - 1}{\tau} \right) N(x, y, z, t). \quad (1)$$

- 3.a) Donner l'interprétation des deux termes situés à droite de l'égalité.
- 3.b) Quelle interprétation proposez-vous pour la constante τ ?
- 3.c) Expliquer pour $\nu - 1$ intervient dans le terme de droite, et pas ν .

2 — Masse critique

On cherche à déterminer la masse du bloc d'uranium (ou masse critique) pour laquelle la réaction en chaîne peut s'emballer et devenir explosive.

On suppose que le problème est à géométrie sphérique : $N = N(r, t)$ et $\vec{J} = J(r, t) \vec{e}_r$.

4. On cherche une solution de la forme $N(r, t) = N_1(r) e^{v't/\tau}$.

Montrer que l'équation (1) conduit alors à une équation différentielle du second ordre en $N_1(r)$ que l'on explicitera.

5. On pose $g(r) = r N_1(r)$.

Montrer que $g(r)$ est solution d'une équation différentielle très classique.

6. On cherche une fonction $r \rightarrow N_1(r)$ telle que $N_1(r = R) = 0$, que $N_1(r)$ ne s'annule pas pour $r \in]0, R[$ et telle que $N_1(r)$ tende vers une limite finie quand r tend vers zéro.

On pourra poser $\alpha^2 = \pm \frac{\nu' - \nu + 1}{D\tau}$ selon le signe de $\nu' - \nu + 1$ pour mener la discussion.

Montrer que c'est possible si

$$\nu' = (\nu - 1) - \frac{\pi^2 D\tau}{R^2}.$$

7. Interpréter le fait que ν' augmente si R croît.

8. Quelle est la différence fondamentale entre les cas $\nu' > 0$ et $\nu' < 0$?

9. Exprimer le rayon minimal R_c tel qu'il puisse y avoir réaction en chaîne, en fonction de D , τ et ν .

10. On donne pour U_{92}^{235} de masse volumique $\rho = 19 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$:

$$\pi^2 D\tau = 2,2 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \quad \text{et} \quad \nu = 2,5.$$

Calculer la valeur du rayon critique R_c , ainsi que la masse critique M_c (masse de la boule d'uranium de rayon R_c).

11. Pour des raisons évidentes, on ne peut pas stocker sans précaution une masse d'uranium supérieure à la masse critique. Quelle disposition raisonnable pouvez-vous suggérer pour le conditionnement d'une arme nucléaire, embarquée dans un missile? Comment pourrait-on déclencher l'explosion?

Partie IV — Chimie (d'après Banque PT 2024)

1 — Thermodynamique de décomposition de la phosphine

On considère la décomposition thermique de la phosphine PH_3 sur catalyseur de silice $\text{SiO}_2(\text{s})$ selon la réaction



On suppose que les enthalpies et les entropies standard de réaction sont indépendantes de la température.

1. Dans les données, on peut lire « $\Delta_f H^\circ(\text{P}_4(\text{s})) = 0$ ». En déduire une information sur l'espèce $\text{P}_4(\text{s})$.
2. Déterminer la valeur de l'enthalpie standard de la réaction. Commenter son signe.
3. En justifiant, déterminer le signe de l'entropie standard de la réaction.
4. À $T = 800 \text{ K}$, on donne $K^\circ = 5 \times 10^6$.

Déterminer la valeur de l'enthalpie libre de réaction à cette température.

5. Déterminer la valeur de l'entropie standard de réaction. Est-ce en accord avec la question 3?

2 — Mesure de l'enthalpie standard de dissolution du chlorure d'ammonium

Le chlorure d'ammonium, de formule NH_4Cl , est un solide constitué d'ions NH_4^+ et Cl^- .

On cherche à évaluer l'enthalpie standard de dissolution du chlorure d'ammonium dans l'eau. On place $m_e = 200 \text{ g}$ d'eau distillée dans un calorimètre de capacité thermique $C = 80 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. À l'équilibre thermique, on mesure $\theta_1 = 21,0 \text{ }^\circ\text{C}$. On ajoute alors une masse $m = 20 \text{ g}$ de chlorure d'ammonium de masse molaire $M_{\text{NH}_4\text{Cl}}$. Après dissolution totale, la température d'équilibre du mélange est $\theta_2 = 15,0 \text{ }^\circ\text{C}$. La capacité thermique de la solution peut être assimilée à celle de l'eau pure, dont la capacité thermique massique est $c_e = 4,2 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$.

6. Écrire l'équation de la réaction de dissolution du chlorure d'ammonium dans l'eau distillée en précisant les états physiques des constituants.

7. En exposant clairement les étapes du raisonnement, exprimer littéralement l'enthalpie standard de la réaction de dissolution $\Delta_{\text{diss}} H^\circ$ en fonction des paramètres du problème.

Faire ensuite l'application numérique.

Données

Enthalpies standard de formation, supposées indépendantes de la température :

$$\Delta_f H^\circ(\text{P}_4(\text{s})) = 0; \Delta_f H^\circ(\text{PH}_3(\text{g})) = 5,6 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

Masses molaires :

$$M(\text{H}) = 1,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}; M(\text{N}) = 14,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}; M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$$