DM no 3

Solution

Connexion à Internet par LIFI — (Centrale MP 2024)

1 — Émission du signal lumineux

1. La maille du circuit émetteur permet d'écrire

$$u_{\rm e} = u_1 + r_{\rm e} i_1$$
.

Lorsque la diode émet de la lumière, on a $u_1 = V_{\rm sb}$, d'où

$$u_e = V_{sb} + r_e i_1$$
.

La diode émet lorsque $i_1 > 0$, soit lorsque $u_e > V_{sb}$. La diode émet de la lumière lorsque

$$u_{\rm e} > U_{\rm min}$$
 avec $U_{\rm min} = V_{\rm sb} = 2{,}90\,{\rm V}$.

2. Quand la diode émet de la lumière, on a

$$U_0 = V_{\rm sb} + r_{\rm e} i_0$$
.

On calcule $U_0 = 10,20 \text{ V}$.

La diode reçoit la puissance électrique $P=V_{\rm sb}i_0$. La puissance lumineuse émise est donnée par $\Phi_{\rm e0}=\eta P$, soit

$$\Phi_{\rm e0} = \eta V_{\rm sb} i_0$$

On calcule $\Phi_{e0} = 0.70 \,\mathrm{W}$.

3. Avec $a(t) = a_{\rm m} \cos(2\pi f_{\rm a} t)$, on a

$$m_1(t) = k_{\rm m} a_{\rm m} p_{\rm m} \cos(2\pi f_{\rm p} t + \alpha_{\rm p}) \cos(2\pi f_{\rm a} t)$$

ďoù

$$u_{\rm e}(t) = U_0 + k_{\rm m} a_{\rm m} p_{\rm m} \cos(2\pi f_{\rm p} t + \alpha_{\rm p}) \cos(2\pi f_{\rm a} t)$$

La tension $u_e(t)$ varie donc entre $u_{e,min} = U_0 - k_m a_m p_m$ et $u_{e,max} = U_0 + k_m a_m p_m$.

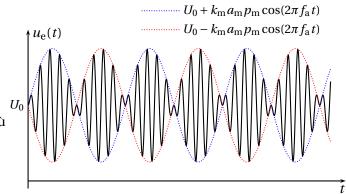
La diode émet toujours de la lumière si

$$u_{\rm e,min} > U_{\rm min} = V_{\rm sb}$$
,

soit si

$$kp_{\rm m}a_{\rm m} < U_0 - V_{\rm sb} = 7.30 \,\rm V$$

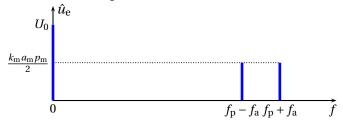
- **4.** La tension $u_e(t)$ est constituée :
- d'une composante continue U_0 ;
- d'une composante variable constituée d'une sinusoïde oscillant à la fréquence f_p dont l'enveloppe est modulée par une sinusoïde plus lente de fréquence $f_a = f_p/10$.



Linéarisons l'expression de $u_e(t)$:

$$\begin{split} u_{\mathrm{e}}(t) &= U_0 + \frac{k_{\mathrm{m}} a_{\mathrm{m}} p_{\mathrm{m}}}{2} \cos\left(\left[2\pi (f_{\mathrm{p}} - f_{\mathrm{a}})t + \alpha_{\mathrm{p}}\right]\right. \\ &\left. + \frac{k_{\mathrm{m}} a_{\mathrm{m}} p_{\mathrm{m}}}{2} \cos\left[2\pi (f_{\mathrm{p}} + f_{\mathrm{a}})t + \alpha_{\mathrm{p}}\right]. \end{split}$$

On en déduit le spectre :



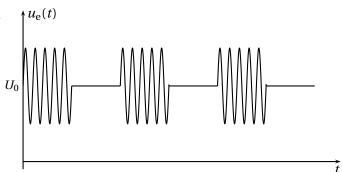
5. Dans le cas où a(t) est un signal créneau variant entre 0 et $a_{\rm m}$, on a une alternance de phases où

$$u_{\rm e}(t) = U_0 + k_{\rm m} a_{\rm m} p_{\rm m} \cos(2\pi f_{\rm p} t + \alpha_{\rm p})$$

et de phases où

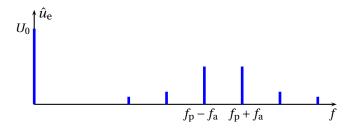
$$u_{\rm e}(t) = U_0$$

avec une période $1/f_a$.



Le spectre est constitué de la valeur moyenne U_0 ; pour chaque raie f_i du spectre du signal créneau, on retrouve les fréquences $f_p - f_i$ et $f_p + f_i$.

Ci-dessous la représentation du spectre en prenant en compte les 3 premiers harmoniques du signal créneau.



2 — Réception du signal lumineux et extraction de l'information

6. La diode rayonne de façon isotrope dans tout le demi-espace la puissance

$$\Phi_{\rm e} = K_{\rm e} i_1 = K_{\rm e} \frac{u_{\rm e}(t) - V_{\rm sb}}{r_{\rm e}} \, .$$

À la distance d, cette puissance est rayonnée à travers la demi-sphère de rayon d, de surface $2\pi d^2$.

La puissance interceptée par une surface s_r à la distance d de la diode est donc donnée par

$$\Phi_{\rm r} = \frac{s_{\rm r}}{2\pi d^2} \Phi_{\rm e} = \frac{s_{\rm r}}{2\pi d^2} K_{\rm e} \frac{u_{\rm e}(t) - V_{\rm sb}}{r_{\rm e}} \,.$$

Il apparaît alors le courant $i_2 = K_r \Phi_r$, soit

$$i_2(t) = \frac{s_r}{2\pi d^2} K_r K_e \frac{u_e(t) - V_{sb}}{r_e}.$$

La tension $u_r(t) = ri_2(t)$ vaut alors

$$u_{\rm r}(t) = \frac{s_{\rm r}}{2\pi d^2} K_{\rm r} K_{\rm e} \frac{r}{r_{\rm e}} [u_{\rm e}(t) - V_{\rm sb}]$$

7. Le bloc F est un **filtre passe-haut**. Son rôle est d'éliminer la composante continue de la tension.

Sa fonction de transfert est

$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \frac{r_2}{r_2 + \frac{1}{\mathrm{i}C_2\omega}} = \frac{\mathrm{j}r_2C_2\omega}{1 + \mathrm{j}r_2C_2\omega},$$

soit
$$\underline{\underline{H}}(j\omega) = \frac{\frac{j\omega}{\omega_c}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_c}}$$
 avec $\omega_c = \frac{1}{r_2 C_2}$.

8. On a $u_{r1} = Ku_r(t)$, soit

$$u_{\rm rl}(t) = KK_{\rm r}K_{\rm e}\frac{rs_{\rm r}}{2\pi d^2r_{\rm e}}\left[U_0 - V_{\rm sb} + k_{\rm m}a_{\rm m}p_{\rm m}\cos(\omega_{\rm p}t + \alpha_{\rm p})\cos(\omega_{\rm a}t)\right]$$

Après suppression de la composante continue par le filtre F, on obtient

$$u_{\rm r2}(t) = KK_{\rm r}K_{\rm e}\frac{r\,s_{\rm r}}{2\pi\,d^2\,r_{\rm e}}k_{\rm m}a_{\rm m}p_{\rm m}\cos(\omega_{\rm p}\,t + \alpha_{\rm p})\cos(\omega_{\rm a}\,t).$$

La tension $u_{r3}(t) = k_m u_{r2}(t) p(t)$ vaut alors

$$u_{r3}(t) = KK_rK_e \frac{r s_r}{2\pi d^2 r_e} k_m^2 a_m p_m^2 \cos^2(\omega_p t + \alpha_p) \cos(\omega_a t).$$

On a donc

$$u_{\rm r3}(t) = U_{\rm 3m} \cos^2(\omega_{\rm p} t + \alpha_{\rm p}) \cos(\omega_{\rm a} t)$$

avec

$$U_{3\text{m}} = KK_{\rm r}K_{\rm e}\frac{r\,s_{\rm r}}{2\pi\,d^2r_{\rm e}}k_{\rm m}^2a_{\rm m}p_{\rm m}^2$$

On linéarise

$$u_{\rm r3}(t) = \frac{U_{\rm 3m}}{2} \left[1 + \cos(2\omega_{\rm p}t + 2\alpha_{\rm p}) \right] \cos(\omega_{\rm a}t)$$

soit

$$\begin{split} u_{\rm r3}(t) &= \frac{U_{\rm 3m}}{2} \left[\cos(\omega_{\rm a} t) + \frac{1}{2} \cos[(2\omega_{\rm p} - \omega_{\rm a}) t + 2\alpha_{\rm p}] \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \cos[(2\omega_{\rm p} + \omega_{\rm a}) t + 2\alpha_{\rm p}] \right] \end{split} \label{eq:ur3}$$

On en déduit le spectre :

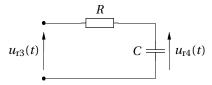


9. Le signal informatif est $a(t) = a_{\rm m} \cos(\omega_{\rm a} t)$, sinusoïdal de pulsation $\omega_{\rm a}$.

La composante basse fréquence de $u_{\rm r3}(t)$ est $\frac{U_{\rm 3m}}{2}\cos(\omega_{\rm a}t)$, proportionnelle à a(t).

Le bloc inconnu doit donc être un filtre passe-bas.

On peut proposer un filtre de premier ordre :



La pulsation de coupure $\omega_{\rm c} = \frac{1}{RC}$ doit être telle que

$$\omega_{\rm a} \ll \omega_{\rm c} \ll 2\omega_{\rm p}$$
.

3 — Débit binaire du LiFi

10. Le débit descendant correspond à une fréquence d'horloge

$$f_{\rm ck}$$
 = 10 MHz

Avec une fréquence de porteuse de l'ordre de $f_{\rm p} = 1 \times 10^3$ MHz, on a bien $f_{\rm p} > 100 f_{\rm ck}$, condition pour réaliser une bonne modulation.

11. La fréquence de l'onde lumineuse est reliée à sa longueur d'onde selon

$$f_{\rm b} = \frac{c}{\lambda_{\rm b}} = \frac{3 \times 10^8}{470 \times 10^{-9}}$$

soit
$$f_b = 6.4 \times 10^{14} \text{ Hz}$$
.

L'onde lumineuse servant de porteuse pour la sousporteuse de fréquence $f_{\rm p}$, une bonne modulation nécessite

$$f_{\rm p} < \frac{f_{\rm b}}{100} = 6.4 \times 10^{12} \,{\rm Hz}.$$

La fréquence du signal binaire modulant la sousporteuse doit alors vérifier

$$f_{\rm ck} < \frac{f_{\rm p}}{100} = 6.4 \times 10^{10} \; \rm Hz$$

soit $f_{ck,max} = 64$ GHz. Le débit maximal correspondant est alors de 64 Gbit·s⁻¹.

Le débit permis par la technologie est nettement plus élevé que le débit obtenu avec une liaison Wifi.