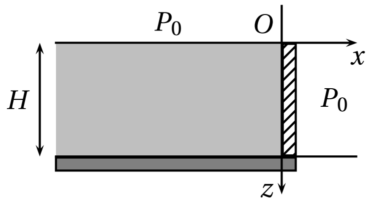
TD phénomènes de transport — Statique des fluides

1 — Actions sur une paroi

On considère la paroi d'un barrage, de hauteur H et de largeur L (selon Oy). On note P_0 la pression atmosphérique ambiante.



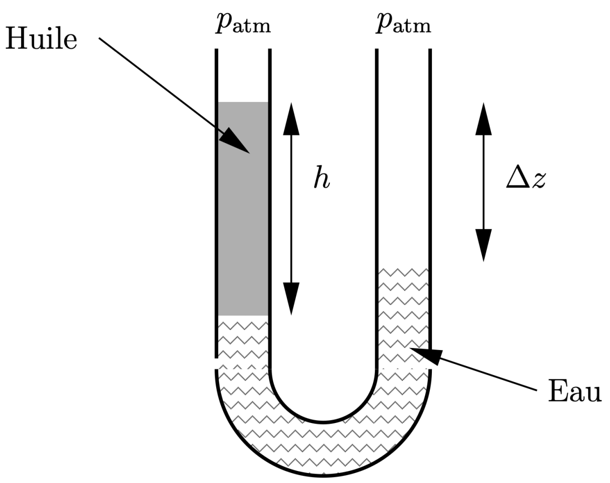
1. Quelle est la résultante des actions de pression s'exerçant sur la paroi ? On tiendra compte du fluide et de l'atmosphère.

2. Déterminer le moment $\mathcal{M}_{Oy}$ en O autour de l'axe Oy de ces actions de pression.

On définit le centre de poussée C : c'est le point tel que si la résultante des actions de pression est appliqué en ce point, son moment est égal au moment résultant $\mathcal{M}_{Oy}$ des actions de pression. Déterminer sa cote z_C.

2 — Mesure de la densité d'une huile

Un tube en U dont les branches sont très longues, de section $s = 1\ \text{cm}^2$, est ouvert aux extrémités. Il contient initialement de l'eau.
D'un côté, on verse $10\ \text{cm}^3$ d'huile. La différence de niveau entre les surfaces libres est $\Delta z = 15$ mm.

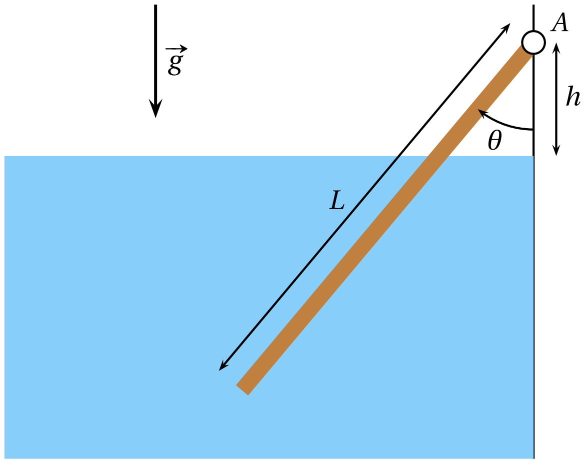


Calculer la densité de l'huile.

3 — Flottaison d'une barre en bois

Une barre mince de longueur L, constituée par un matériau plus léger que l'eau, est accrochée à un mur en un point A, autour duquel elle peut tourner. L'autre extrémité de la barre plonge dans l'eau.

Le point A est à une hauteur h par rapport au niveau de l'eau. On notera d la densité du matériau.



1. En écrivant l'équilibre des moments, calculer l'inclinaison θ de la barre.

2. Pour quelle valeur critique du rapport h/L la barre tombe-t-elle à la verticale ?

3. Application numérique : calculer θ pour $d = 0{,}65$, $h = 1$ m et $L = 3$ m.

4 — Cube flottant

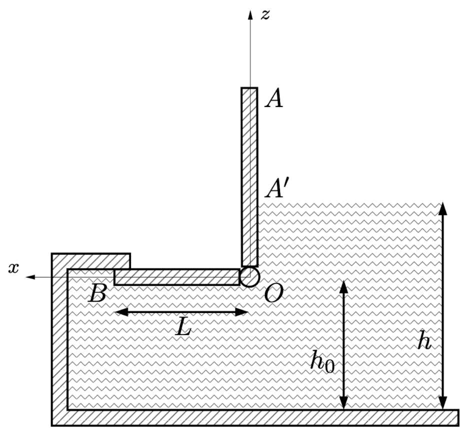
Un cube de masse m, de coté a, flotte sur un liquide de masse volumique ρ.

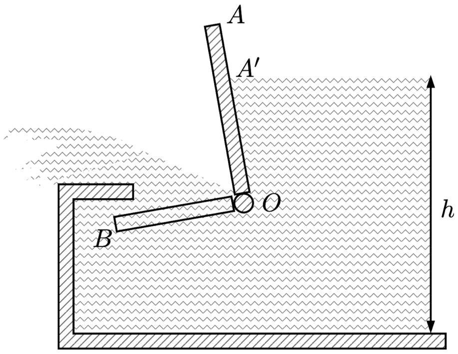
1. Quelle est la hauteur de cube immergée ?

2. À partir de sa position de repos, on l'enfonce de b (tout en maintenant une partie du cube émergée), et on lâche. Montrer que le cube effectue des oscillations verticales dont on déterminera la période.

5 — Trop plein

Une porte de trop-plein est représentée ci-dessous. Lorsque le niveau h de l'eau est trop haut, la porte AOB s'ouvre en tournant autour d'un axe perpendiculaire au plan de la figure, et laisse passer l'eau.





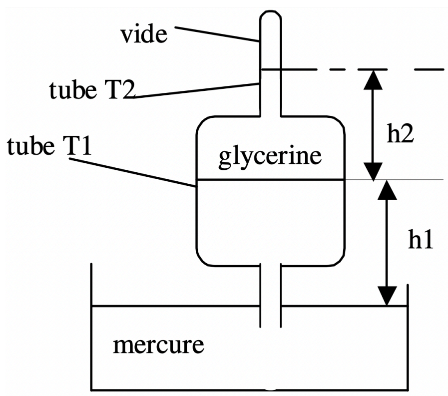
On négligera l'épaisseur de la porte. On pourra poser $H = h - h_0$.

1. Calculer le moment en O des forces de pression exercées par l'eau et l'air sur la porte.

2. En négligeant le poids de la porte, en déduire la hauteur h de liquide pour laquelle la porte bascule. Le résultat dépend-il de la pression atmosphérique ?

6 — Baromètre différentiel à deux liquides

Les sections respectives S_0, S_1 et S_2 de la cuve de mercure, du tube T_1 et du tube T_2 cylindriques respectent les proportions $\dfrac{S_0}{S_1} = 10$ et $\dfrac{S_1}{S_2} = 20$.
Le mercure, de masse volumique $\rho_1 = 13{,}6\ \mathrm{kg\cdot L^{-1}}$ et la glycérine, de masse volumique $\rho_2 = 1{,}26\ \mathrm{kg\cdot L^{-1}}$, ont leur surface de séparation dans la tube T_1.
On donne $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. La pression au dessus de la glycérine est pratiquement nulle (tension de vapeur de la glycérine très faible).



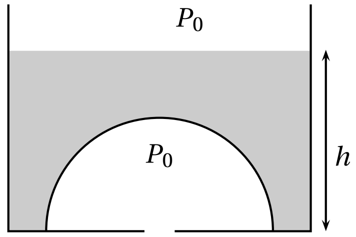
1. La pression atmosphérique est $P°$, et les dénivellation des deux liquides sont h_1 et h_2. Établir la relation entre $P°$, h_1 et h_2 à l'équilibre.

2. Quand la pression atmosphérique augmente légèrement de $P°$ à $P° + \Delta P$, la surface libre de la glycérine monte de la quantité z. Donner ΔP en fonction de ρ_1, ρ_2, S_2/S_1, S_1/S_0, g et z.

3. Calculer ΔP en millibar pour $z = 30$ mm. En déduire en mm/millibar la sensibilité de ce baromètre différentiel ainsi que son pouvoir amplificateur B par rapport au baromètre de Torricelli (baromètre à mercure : simple tube retourné sur une cuve de mercure).

7 — Forces de pression

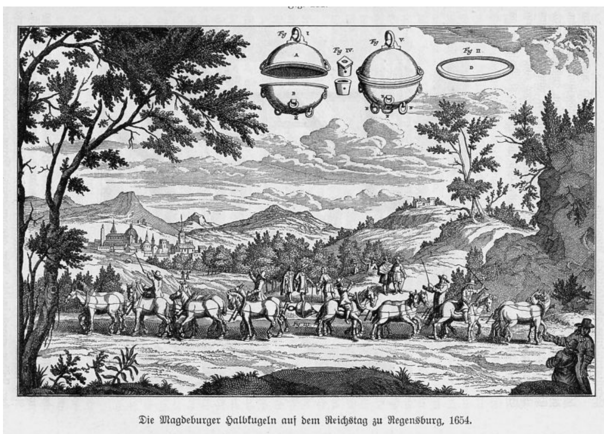
Une demi-sphère de rayon R repose sur le fond d'un récipient rempli sur une hauteur $h > R$ d'un liquide de masse volumique μ.



Le fond du récipient est percé d'une petite ouverture de façon qu'à l'intérieur de la demi-sphère, la pression soit égale à la pression atmosphérique.
Calculer la force minimale à exercer pour soulever la demi-sphère.

8 — Hémisphères de Magdebourg

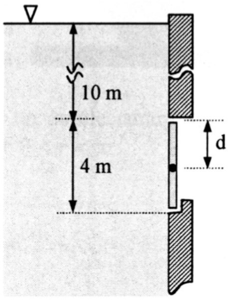
Otto von Guericke, bourgmestre de Magdebourg, avait joint deux hémisphères métalliques de 28 cm de rayon et réalisé le vide à l'intérieur à l'aide d'une pompe à vide de son invention.
Lors de la première expérience qu'il mena le 6 mai 1654 devant l'empereur Ferdinand II à Ratisbonne, deux attelages de 15 chevaux ne purent séparer les deux hémisphères tant que le vide fut maintenu.



Quelle force aurait-il fallu exercer de chaque côté pour séparer les hémisphères ?

9 — Vanne d'un réservoir

Une porte rectangulaire de 2 m de large est placée dans la paroi verticale d'un réservoir contenant de l'eau. On souhaite que cette porte s'ouvre automatiquement quand le niveau d'eau par rapport au bord supérieur de la porte dépasse 10 m.



À quelle distance d doit être située l'axe de rotation pour qu'il y ait ouverture automatique au-delà d'un niveau d'eau de 10 m ?

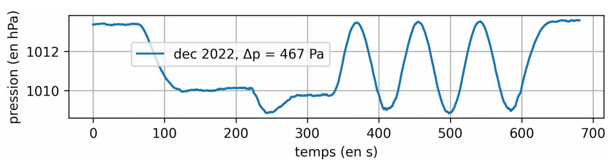
10 — Juste un doigt !

Un récipient contient une masse $m = 150$ g d'eau, comme indiqué sur la balance électronique.

Qu'indique la balance quand on immerge l'extrémité (une phalange) de l'index sans appuyer sur la balance ?

11 — Quand la routourne tourne !

Lors des fêtes de Noël, une grande roue est installée dans la ville de Reims. Un physicien est monté dans une cabine de cette roue, muni d'un capteur de pression.
On donne le relevé obtenu :



La différence de pression mesurée lors des oscillations est $\Delta p = 467$ Pa.

1. Pourquoi observe-t-on une variation de la pression quand la roue tourne ? Combien fait-elle de tours sur l'enregistrement ?

2. La masse molaire de l'air, considéré comme un gaz parfait, est $M = 29\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$. La température est de 10 °C.
Estimer le diamètre de la grande roue.

3. Dans la phase où la roue tourne à vitesse angulaire constante, estimer la vitesse v de la cabine que l'on supposera placée sur le périmètre de la roue, ainsi que son accélération.

12 — Modèle de l'atmosphère

L'air atmosphérique est considéré comme un gaz parfait de masse molaire $M = 29\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$. Le champ de pesanteur et uniforme, de valeur $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.
La verticale ascendante est repérée par $\vec{e}_z$. Au niveau du sol, en $z = 0$, on donne $P_0 = P(0) = 10^5$ Pa et $T(0) = T_0 = 310$ K.

1. Dans le cas de l'atmosphère isotherme, montrer que la pression varie avec l'altitude selon la loi

$$P(z) = P_0\, \mathrm{e}^{-\frac{z}{H_1}}\,,$$

où l'on donnera l'expression puis la valeur numérique de H_1.

2. On modélise l'atmosphère par une variation affine de la température avec l'altitude selon

$$T(z) = T_0 + \lambda z$$

où $\lambda = -5 \times 10^{-3}\ \mathrm{K \cdot m^{-1}}$ est appelée gradient thermique de l'atmosphère.
Déterminer la loi $P(z)$.

3. Si $z \ll H_1$, que peut-on dire (numériquement) de $\dfrac{|\lambda|\, z}{T_0}$?
Linéariser alors les expressions de $P(z)$ obtenues avec les deux modèles précédents. Que constate-t-on ?

13 — Océan isotherme

La masse volumique de l'eau dans un océan varie avec la pression selon la loi

$$\rho = \rho_0 [1 + a(P - P_0)]\,.$$

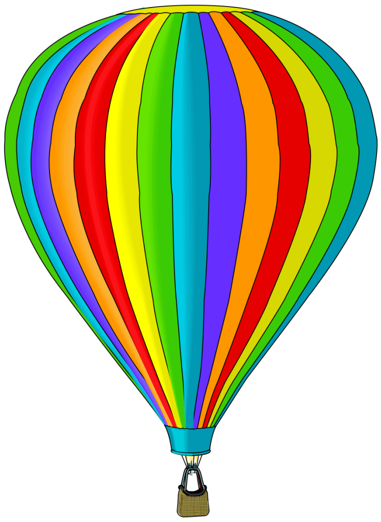
1. La profondeur étant notée $z > 0$, déterminer la loi $P(z)$.

2. Que devient cette loi pour les profondeurs « faibles » ? Préciser.

3. On donne $a = 10^{-10}\ \mathrm{Pa^{-1}}$, et pour $z = 0$, $P = P_0 = 10^5$ Pa et $\rho = \rho_0 = 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.
Calculer P pour $z = 1$ km. Comparer (erreur relative) avec la pression obtenue en considérant l'eau comme incompressible.

14 — Montgolfière

Soit une montgolfière avec un volume $V_0 = 2000\ \mathrm{m}^3$ de masse d'air chaud sous son enveloppe.



La masse de la nacelle avec son enveloppe est $M = 300$ kg. La température extérieur est de 25 °C.
Il a fallu chauffer jusqu'à 400 K l'air de la montgolfière pour qu'elle décolle.
Combien de personnes peuvent monter dans la montgolfière ?

Indications : le volume V_0 de l'enveloppe est constant, mais la masse m_i d'air qu'elle contient varie avec la température. L'ouverture intérieur de l'enveloppe permet de réaliser en permanence l'équilibre de pression entre l'air froid extérieur et l'air chaud intérieur.
On note M_e la masse molaire de l'air, μ_e, T_e et P_e la masse volumique, la température et la pression de l'air extérieur, μ_i et T_i la masse volumique et la température de l'air intérieur.

Questions pour guider la résolution :

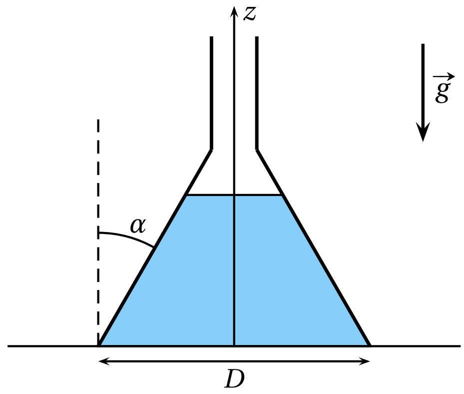
1. Exprimer la masse m_i de l'air chaud en fonction de P_e, V_0, M_e et RT_i.

2. Trouver la condition pour que la poussée d'Archimède compense le poids de la montgolfière, de l'air chaud qu'elle contient et des personnes transportées.
Il est de bon ton de savoir que $M_\mathrm{e} = 29\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$.

---

15 — Quand l'entonnoir décolle

Déterminer l'équation permettant de connaître la hauteur d'eau z_0 à partir de laquelle l'entonnoir de masse M décolle.



On donne $D = 10$ cm, $\alpha = 30°$, $M = 300$ g.

---

16 — Atmosphère de Mars

Estimer littéralement puis numériquement l'épaisseur de l'atmosphère de Mars, puis sa masse. Données :

— pression atmosphérique à la surface de Mars : $P_0 = 6{,}0$ mbar ;

— composition de l'atmosphère martienne : 96 % de CO_2 ;

— masse de Mars : $M_\mathrm{S} = 6{,}3 \times 10^{23}$ kg ;

— masse de la Terre : $M_\mathrm{T} = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg ;

— distance Mars-Soleil : $D_\mathrm{MS} = 2{,}3 \times 10^{8}$ km ;

— masses molaires : $M(\mathrm{O}) = 16{,}0\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, $M(\mathrm{C}) = 12{,}0\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$;

— rayon moyen de la Terre : $R_\mathrm{T} = 6{,}4 \times 10^{3}$ km ;

— rayon moyen de Mars : $R_\mathrm{S} = 3{,}4 \times 10^{3}$ km ;

— température en surface de Mars : $T_\mathrm{M} = -63$ °C.