TP de physique nº 9 — Oscillateur à résistance négative

Circuit *RLC* série

On considère un circuit RLC série constitué :
— d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r ;
— d'un condensateur de capacité C ;
— d'une résistance R_0.

1 — Rappel théorique

En régime libre, l'intensité vérifie l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R_0 + r}{L}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC} i(t) = 0\,,$$

soit sous forme canonique

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + 2m\omega_0\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 i(t) = 0 \quad \text{avec} \quad m = \frac{R_0 + r}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}\,.$$

On s'intéresse aux solutions vérifiant $i(t=0) = 0$. Elles peuvent s'écrire sous trois formes selon le régime observé :

régime apériodique pour $m > 1$, où

$$i(t) = A\left[\mathrm{e}^{r_1 t} - \mathrm{e}^{r_2 t}\right] \quad \text{avec} \quad \begin{cases} r_1 = -(m + \sqrt{m^2-1})\omega_0 \\ r_2 = -(m - \sqrt{m^2-1})\omega_0\,. \end{cases}$$

régime pseudo-périodique pour $m < 1$, où

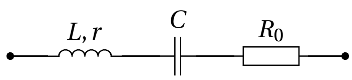
$$i(t) = A\mathrm{e}^{-rt}\sin(\Omega t) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \Omega = \omega_0\sqrt{1-m^2} \\ r = m\omega_0\,. \end{cases}$$

régime critique pour $m = 1$, où

$$i(t) = At\,\mathrm{e}^{-\omega_0 t}\,.$$

2 — Étude expérimentale

On souhaite identifier expérimentalement la nature du régime, et dans le cas du régime pseudo-périodique amorti, déterminer expérimentalement les paramètres ω_0 et m.



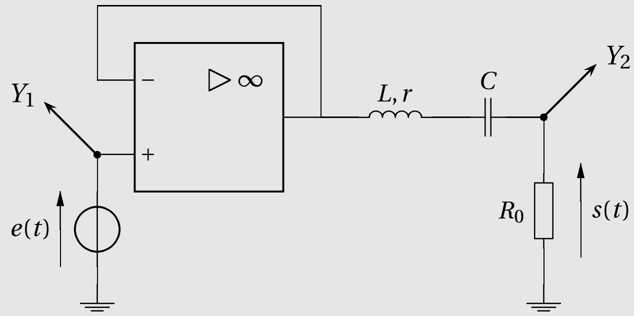
Le circuit RLC série est constitué :
— une boîte de résistances à décades ; de résistance réglable R_0 ;
— une bobine à noyau de fer réglable d'inductance L et de résistance interne r ;
— une boîte à décades de capacités C. On prendra $C = 100$ nF.

➤ Positionner le curseur du noyau de la bobine à mi-course (vers $L \approx 1$ H).
➤ Choisir $R_0 = 100\ \Omega$ et $C = 100$ nF.

Détermination de ω_0

1. En utilisant un GBF et un oscilloscope, proposer et réaliser un protocole expérimental permettant de déterminer la fréquence propre f_0 du circuit, où $\omega_0 = 2\pi f_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$.
Déterminer f_0. En déduire une estimation de la valeur de L.

Réaliser le montage suivant :



R_0 : boîte à décades de résistances

C : boîte à décades de condensateurs

L, r : bobine à noyau de fer réglable

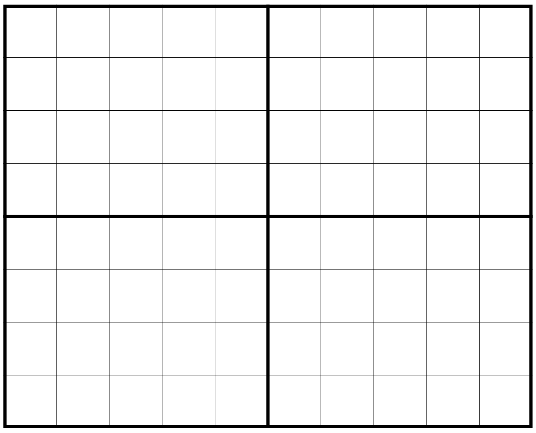
GBF : délivre $e(t)$ créneau avec $f = 20$ Hz
$e_{\text{min}} = 0$ V, $e_{\text{max}} = E = 10$ V

2. Quel est le rôle de l'ALI ? On rappelle que le GBF possède une résistance interne $R_\text{g} = 50\ \Omega$.

➤ Réaliser le montage, et visualiser les deux tensions indiquées à l'oscilloscope.

Détermination de *m*

3. Représenter l'allure des deux tensions observées à l'oscilloscope. On visualisera deux périodes du signal créneau.



Sensibilité voie 1 :
Sensibilité voie 2 :
Base de temps :

Quelle est la nature du régime ?

On considère le régime libre $s(t) = R_0 i(t)$. On note u_k le k-ième maximum de la tension $s(t)$. Deux maxima successifs sont séparés d'une pseudo-période $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-m^2}}$.

On montre que

$$u_k = u_0 \exp\left(-\frac{2\pi m k}{\sqrt{1-m^2}}\right). \tag{1}$$

4. Mesurer les valeurs u_k pour un régime libre. On utilisera les curseurs horizontaux de l'oscilloscope, et on pourra utiliser le mode « moyennage » (cf. TP précédent) si le signal est bruité (sur 16 valeurs par exemple).

5. Quelle représentation graphique utiliser pour vérifier simplement si la relation (1) est compatible avec les valeurs mesurées ? On cherchera à se ramener à une régression linéaire.

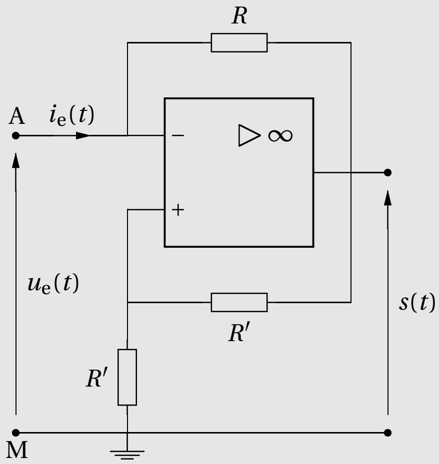
6. Effectuer la représentation graphique précédente. En déduire la valeur de m par régression linéaire.

7. Déduire des résultats précédents la valeur de la résistance interne r de la bobine.

8. Faire varier R_0 jusqu'à obtenir le régime critique qui correspond à $m = 1$, soit $\dfrac{R_{0,\text{c}} + r}{2}\sqrt{\dfrac{C}{L}} = 1$.
Est-ce la valeur attendue de R_0 à partir de la détermination de r faite à la question précédente ?

Oscillateur à résistance négative

La résistance négative



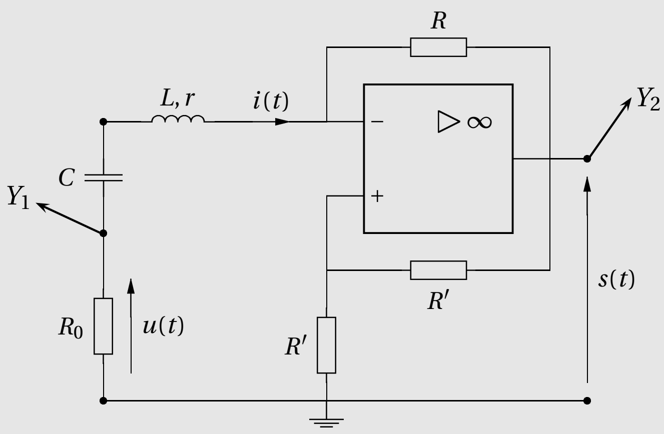
Lorsque l'ALI fonctionne en régime linéaire, on a $u_e(t) = -Ri_e(t)$: vu des bornes A et M, le dipôle se comporte comme une résistance négative $-R$.
Intégré à un montage RLC série, la résistance négative peut « annuler » la résistance de ce montage (c'est un dipôle actif, qui apporte la puissance nécessaire pour compenser la puissance dissipée par effet Joule dans le montage).
Lorsque l'ALI est en régime linéaire, l'intensité $i(t)$ dans le circuit vérifie l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}^2 i(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R_0 + r - R}{L}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i(t)}{LC} = 0\,.$$

9. Pour quelles valeurs de R a-t-on des oscillations (elles peuvent être amorties ou amplifiées) ?

10. Pour quelle valeur critique de R_c de R a-t-on des oscillations sinusoïdales ? Quelle est leur fréquence ?

Réaliser le montage suivant :



R_0 : boîte à décades de résistances

C : boîte à décades de condensateurs

L, r : bobine à noyau de fer réglable

R : boîte à décades de résistances

$R' = 10\ \mathrm{k}\Omega$

Il n'y a plus de GBF dans ce montage !

11. Chercher la valeur R_c de R pour laquelle on observe des oscillations quasi-sinusoïdales. Comparer avec la valeur attendue.

12. Mesurer la fréquence des oscillations et comparer avec la valeur attendue.

13. À l'aide de Latis Pro et de la platine d'acquisition Sysam, relever le spectre de $u(t)$ pour la valeur critique R_c de R et effectuer une analyse spectrale. Commenter le spectre obtenu.

14. Même question pour une valeur de R nettement supérieure à R_c. Commenter aussi l'allure de $u(t)$.