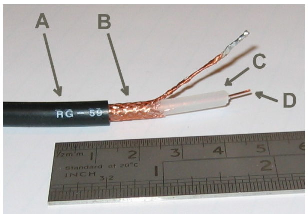
TP n° 11 Ondes dans un câble coaxial

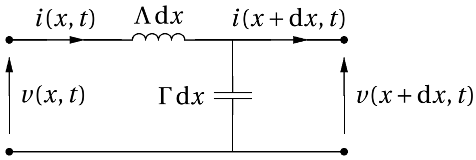
Les câbles coaxiaux sont utilisés pour transmettre des informations. Ils sont conçus pour transmettre des signaux sans trop d'atténuation et pour assurer une protection contre les perturbations extérieures. On les utilise notamment pour les câbles d'antenne de télévision, pour transmettre des signaux audio-numériques, ainsi que pour des interconnexions dans les réseaux informatiques ; toutefois, la fibre optique est préférée pour des transmissions sur des distances supérieures au kilomètre, son atténuation étant bien inférieure à celle du câble coaxial.



Un câble coaxial est formé de deux très bons conducteurs, de même longueur L, l'un entourant l'autre :

- le conducteur central (D), appelé *âme*, est en général massif (en cuivre) ;
- le conducteur extérieur (B) est un blindage constitué d'une tresse métallique, parfois enroulée sur une feuille d'aluminium.

Les deux conducteurs sont séparés par un isolant (C), le plus souvent en téflon ou en polyéthylène. C'est un diélectrique de permittivité relative ε_r comprise entre 2 et 5.
L'ensemble est entouré d'une gaine isolante (A), en PVC, polyéthylène, téflon ou caoutchouc synthétique.
On modélise un élément de longueur dx du câble par le schéma électrique



Rappel des résultats théoriques

La tension et l'intensité sont couplées par les équations

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x} = -\Lambda \dfrac{\partial i(x,t)}{\partial t} \\ \dfrac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -\Gamma \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} \end{cases}.$$

On en déduit l'équation de d'Alembert pour l'onde de tension $u(x,t)$ (l'onde de courant $i(x,t)$ vérifie la même équation) :

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0 \quad \text{avec} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\Gamma\Lambda}}.$$

Dans le cas d'une onde progressive dans le sens des x croissants, la tension et le courant sont proportionnels :

$$u^+(x,t) = Z_c i^+(x,t) \quad \text{avec} \quad Z_c = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}}.$$

La grandeur Z_c est l'impédance caractéristique du câble.
Pour une onde progressive dans le sens des x décroissants, on a $u^-(x,t) = -Z_c i^-(x,t)$.
Le coefficient de réflexion en tension lorsque le câble est branché sur une résistance R est donné par

$$r_u = \frac{R - Z_c}{R + Z_c}.$$

Dans ce TP, les liaisons avec le GBF et l'oscilloscope seront réalisées avec des câbles coaxiaux. On utilisera si besoin des fiches de connexion en T pour relier plusieurs câbles au même point.

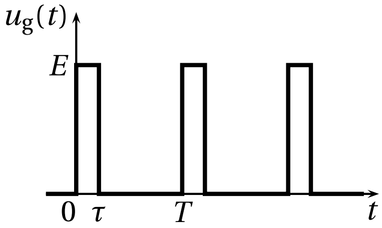
1 — Mesure de la vitesse de propagation

1.1 Réglage du GBF et mesures préparatoire

1. Le multimètre « CHY 24C LCR Meter » permet de mesurer une inductance ou une capacité.

1.a) En branchant le multimètre à l'entrée du coaxial, faut-il placer la sortie du câble en court-circuit ou en circuit ouvert pour mesurer sa capacité ? Mesurer ainsi la capacité C du câble.
1.b) Faut-il placer la sortie du câble en court-circuit ou en circuit ouvert pour mesurer son inductance ? Mesurer ainsi l'inductance L du câble.

2. Régler le GBF de façon à ce qu'il délivre un signal constitué d'impulsions rectangulaires de durée τ, délivrées avec une période $T = 1/f$.



On prendra $E = 12$ V et $f = 850$ kHz. À l'aide de la fonction SYMÉTRIE du GBF, on choisira un rapport cyclique $\alpha = 20$ % (affichage 20 - - 80). Le rapport cyclique est défini comme la durée de l'impulsion sur la durée d'une période : $\alpha = \dfrac{\tau}{T}$.

➤ Utiliser l'OFFSET du GBF, et visualiser la tension à l'oscilloscope en mode DC.

1.2 Câble en sortie ouverte

1. Le câble est en sortie ouverte, le générateur est branché à l'entrée. On visualise à l'oscilloscope la tension $u(0,t)$ à l'entrée du câble.

1.a) Représenter le signal observé à l'oscilloscope et expliquer.
1.b) Le câble ayant une longueur $\ell = 50$ m, en déduire une estimation de la célérité c de propagation du signal.

Comparer avec la valeur théorique $c_{\text{th}} = \dfrac{1}{\sqrt{\Lambda\Gamma}}$.
1.c) En utilisant la valeur de la célérité mesurée, déterminer :
— la période minimale $T_{\min}$ du signal pour qu'il n'y ait jamais plus d'une impulsion à la fois dans le câble ;
— la durée maximale $\tau_{\max}$ pour que la fin de l'impulsion « aller » ait quitté le générateur avant que le début de l'impulsion « retour » n'atteigne l'oscilloscope.

2. Observer sur la voie II de l'oscilloscope la tension $u(\ell,t)$ en sortie du câble, et expliquer la valeur observée.

1.3 Câble en sortie court-circuitée

On place l'extrémité du câble coaxial en court-circuit à l'aide d'une fiche BNC-banane.

3. Représenter le signal observé à l'oscilloscope et expliquer.

2 — Impédance caractéristique du câble

2.1 Détermination expérimentale de Z_c

On branche à l'extrémité du câble une résistance R réglable (boite de résistances).

4. Proposer et réaliser un protocole afin de déterminer l'impédance caractéristique Z_c du câble.

5. À partir des équations couplées vérifiées par $u(x,t)$ et $i(x,t)$, on montre que $Z_c = \sqrt{\dfrac{\Lambda}{\Gamma}}$. Quelle valeur obtient-on avec les grandeurs mesurées à la question 1 ?

2.2 Influence de l'impédance caractéristique du câble

On reprend la configuration du câble en sortie ouverte.

6. Relever à l'oscilloscope l'amplitude E du signal délivré par le GBF **quand le câble n'est pas branché**.

7. Que devient cette amplitude E' quand le câble est branché sur le GBF ?

8. Quelle relation a-t-on entre la tension $u(0,t)$ et le courant $i(0,t)$ relatifs à l'impulsion entrée à l'entrée $x=0$ du câble ?

Proposer un montage équivalent prenant en compte la résistance interne R_g du GBF, et interpréter la valeur E' mesurée.

9. Pourquoi n'observe-t-on pas une troisième « écho » qui serait dû à la réflexion de l'impulsion de retour sur le GBF ?

3 — Ondes stationnaires dans le câble

Le GBF délivre un signal sinusoïdal de fréquence f.
Le câble étant en sortie ouverte, on a réflexion totale à l'extrémité $x=\ell$.
Comme dans l'expérience de la corde de Melde, on observe des ondes stationnaires avec un phénomène de résonance pour des valeurs discrètes f_n de la fréquence. Les nœuds de tension coïncident avec les ventres de courant, et réciproquement.
Comme pour la corde de Melde, on considère que l'on a un nœud de tension au niveau de l'excitation en $x=0$ (sortie du GBF).

10. Le câble n'étant pas relié au GBF, régler de dernier de façon à ce qu'il délivre un signal sinusoïdal d'amplitude[1] $E=8$ V, de fréquence $f=100$ kHz (en se plaçant sur la gamme de fréquence 5 MHz).

11. Quand le câble est en sortie ouverte, a-t-on un nœud ou un ventre de tension en $x=\ell$?
Montrer que l'entrée du câble (en x= 0) est :

un ventre de tension pour $f_n = n\dfrac{c}{2\ell}$,

un nœud de tension pour $f_n = (2n+1)\dfrac{c}{4\ell}$.

Proposer et réaliser un protocole pour déterminer la célérité des ondes dans la ligne pour différentes valeurs de la fréquences.

12. Tracer le graphe $c(f)$ et discuter du résultat obtenu.

1. Attention : le GBF affiche la valeur crête-à-crête.