

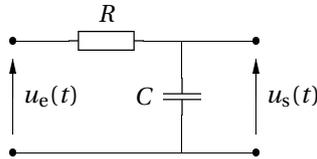
TP n° 12

Autour des cellules RC

► Notez sur votre compte-rendu les valeurs de R et C utilisées.

1 — Cellule RC unique

On considère une cellule RC en sortie ouverte :



La tension $e(t)$ est sinusoïdale, délivrée par un GBF.

□ 1 — Tracer expérimentalement le diagramme de Bode en gain.

□ 2 — Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ de la cellule sous la forme canonique

$$\underline{H}_1(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (1)$$

où l'on exprimera H_0 et ω_0 en fonction de caractéristiques du circuit.

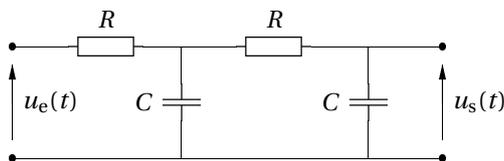
□ 3 — Déterminer H_0 et ω_0 à partir du diagramme de Bode expérimental. Comparer aux valeurs théoriques attendues.

□ 4 — Exprimer le retard de phase φ de $u_s(t)$ par rapport à $u_e(t)$.

Dans le cas où $RC\omega \ll 1$, montrer que le retard temporel τ de la tension de sortie est indépendant de la fréquence. Vérifier expérimentalement la validité de ce résultat.

2 — Double cellule RC

On considère deux cellules RC identiques en cascade :



□ 5 — Tracer expérimentalement le diagramme de Bode en gain, en le superposant au diagramme précédent.

□ 6 — Vérifier quantitativement l'ordre de chacun des deux filtres étudiés à partir des diagrammes de Bode.

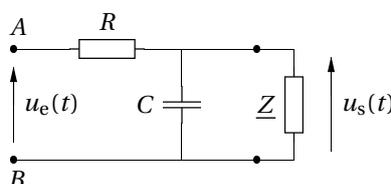
□ 7 — A-t-on $\underline{H}_2(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) \cdot \underline{H}_1(j\omega)$? Justifiez votre réponse.

Proposez, sans le réaliser, un montage à l'aide d'un ALI de façon à avoir $\underline{H}_2(j\omega) = \underline{H}_1(j\omega) \cdot \underline{H}_1(j\omega)$.

3 — Impédance itérative

3.1 Préliminaire

On considère une cellule RC branchée sur une impédance \underline{Z} :



On appelle impédance itérative \underline{Z}_i est la valeur de \underline{Z} telle que $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_i$: l'impédance d'entrée du montage est égale à l'impédance itérative.

□ 8 — Montrer que \underline{Z}_i est donnée par une équation du second degré que l'on explicitera.

On montre que l'impédance itérative est donnée par

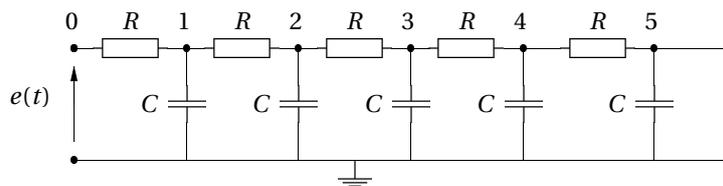
$$\underline{Z}_i = \frac{R}{2} \left[1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{16}{(RC\omega)^2}}} \right] - \frac{j}{C\omega} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{16}{(RC\omega)^2}}}}$$

□ 9 — Montrer que l'on peut réaliser expérimentalement \underline{Z}_i à l'aide d'une résistance R_c et d'un condensateur C_c dont on précisera les valeurs en fonction de R , C et ω . Faut-il les associer en série ou en parallèle?

Vous trouverez sur cahier-de-prepa le fichier Zi . py dans lequel est définie une procédure Zi (R, C, f) qui admet en argument les valeurs de R et C ainsi que la fréquence f , et qui retourne les valeurs de R_i et C_i .

3.2 Étude expérimentale

On considère une ligne constituée de 5 cellules RC identiques en cascade.



Résumé de l'épisode précédent...

On a vu que pour une ligne RC , l'amplitude de la tension aux bornes des condensateurs varie selon

$$U_n = U_0 e^{-n/n_0} \quad \text{avec} \quad n_0 = \frac{1}{\sqrt{\pi RC f}}$$

sous réserve des hypothèses suivantes :

H1 : la ligne est infinie, soit $n_{\max} > 5n_0$.

H2 : on peut passer à la limite continue, soit $RC\omega \ll 1$.

□ 10 — Réaliser le montage de la ligne sur la plaquette d'essai. Le signal d'entrée, sinusoïdal, est délivré par un GBE

□ 11 — Pour les fréquences $f = 10$ Hz, $f = 20$ Hz, $f = 35$ Hz et $f = 50$ Hz, relever les amplitudes (ou les valeurs efficaces) U_0 à U_5 .

□ 12 — La loi $U_n = U_0 e^{-n/n_0}$ est-elle vérifiée?

On justifiera par une construction graphique adaptée.

Si elle n'est pas vérifiée, quelle hypothèse n'est pas vérifiée?

□ 13 — Pour chacune des fréquences précédentes :

- déterminer à l'aide de la procédure python les valeurs de R_i et C_i permettant de réaliser l'impédance itérative;
- réaliser le montage en reliant l'impédance itérative \underline{Z}_i en bout de ligne (aux bornes de la sortie 5);
- reprendre les mesures de tensions U_i pour les mêmes fréquences que précédemment.

□ 14 — La relation $U_n = U_0 e^{-n/n_0}$ est-elle vérifiée? On reprendra la construction graphique de la question 12.

□ 15 — À partir de la définition de l'impédance itérative montrer que lorsque le nombre de cellules RC tend vers l'infini, l'impédance d'entrée¹ de la ligne tend vers l'impédance itérative \underline{Z}_i , quelle que soit l'impédance branchée en sortie de ligne.

Indication : on établira une relation de récurrence entre \underline{Z}_n et \underline{Z}_{n+1} , où \underline{Z}_n est l'impédance d'entrée d'une ligne comportant n cellules, et on considérera la limite $n \rightarrow \infty$.

□ 16 — À l'aide de la propriété précédente, justifier le résultat de la question 14.

1. L'impédance d'entrée est l'impédance vue des deux bornes d'entrée.