TD de physique des ondes no 3 — Interfaces entre deux milieux (acoustique)

1 — Transmission par une paroi

Un tuyau acoustique cylindrique est rempli d'air d'impédance Z_0. Une paroi de masse volumique ρ et d'épaisseur a est placée en $x = 0$. Une onde sinusoïdale est émise selon x croissant ; la surpression acoustique complexe est :

$$\underline{p}_i(x,t) = p_{i0}\exp\left(\mathrm{j}(\omega t - kx)\right).$$

On donne $c = 340\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $\mu_{\mathrm{air}} = 1300\ \mathrm{g\cdot m^{-3}}$.

1. L'amplitude transmise s'écrivant

$$\underline{p}_{\mathrm{t}}(0,t) = \underline{t}\,\underline{p}_{\mathrm{i}}(0,t),$$

pourquoi le coefficient $\underline{t}$ est-il *a priori* complexe ? À quelle condition peut-on assimiler la paroi à une masse surfacique σ, c'est-à-dire être considérée comme infiniment mince ? Montrer que sous cette hypothèse, le coefficient de transmission s'écrit :

$$\underline{t} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\frac{\sigma\omega}{2Z_0}}.$$

2. Déterminer le coefficient T de transmission en énergie.
Tracer l'allure du diagramme de Bode $G_{\mathrm{dB}} = 10\log T(\omega)$. Quelle est la nature du filtrage ? Déterminer la fréquence de coupure.

3. Où se trouve la fréquence de coupure f_{c} pour avoir une atténuation de 40 dB à 100 Hz ?

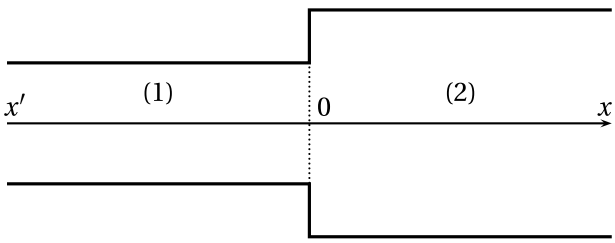
En déduire σ puis a dans le cas où la cloison est en briques, de masse volumique $\mu_0 = 1000\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$, et dans le cas où la cloison est en béton cellulaire, de masse volumique $\mu_0 = 450\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

L'approximation de la première question est-elle vérifiée ? Conclure quant aux capacités d'absorption d'une paroi.

---

2 — Discontinuité de section dans un tuyau sonore

Un tuyau sonore est composé de deux parties cylindriques de même axe $x'Ox$, de section respectives S_1 et S_2, raccordées en $x = 0$ où se présente une discontinuité de section. On note μ_0 la masse volumique du fluide dans le tuyau et c la célérité des ondes acoustiques.
Une onde acoustique plane harmonique incidente, de surpression $p_{\mathrm{i}}(x,t)$, se propage dans la partie (1) dans le sens des x croissants. La discontinuité en $x = 0$ donne naissance à une onde réfléchie de surpression $p_{\mathrm{r}}(x,t)$ et une onde transmise de surpression $p_{\mathrm{t}}(x,t)$. Ces deux dernières ondes sont supposées planes.



1. Justifier qu'en $x = 0$ la pression est continue.

2. Les résultats expérimentaux sont compatibles avec une continuité du débit massique, qu'il est difficile de justifier théoriquement. Nous admettons donc cette continuité.

Déterminer les coefficient de réflexion r et de transmission t relatifs aux amplitudes des surpression en fonction du rapport $\chi = D_2/D_1$, où D_1 et D_2 sont les diamètres des tuyaux (1) et (2).

3. Déterminer les coefficients de réflexion $R = |r|^2$ et de transmission $T = \left|t^2\right|$ pour les intensités acoustiques.

4. Tracer l'allure de $R(\chi)$ et préciser la signification physique de son minimum.

5. À quelles limites physiques correspondent les cas $\chi \to 0$ et $\chi \to \infty$, la section S_1 étant fixée ?
En déduire les conditions imposées à la vitesse ou à la surpression dans ces deux cas.

Un instrument à vent peut être considéré comme un tuyau de longueur L vérifiant l'une ou l'autre des deux conditions aux limites : tuyau ouvert ou tuyau fermé. Il se comporte pour certaines fréquences comme un résonateur siège d'un système d'ondes stationnaires de longueur d'onde λ. Ces fréquences sont les modes propres de l'instrument et correspondent aux notes qu'il est capable de générer. Un jeu de conditions aux limites sera dit *pair* si les conditions des deux extrémités sont de même nature (ouvert-ouvert ou fermé-fermé) et *impair* si elles sont de nature différente (ouvert-fermé).

6. Montrer par un raisonnement physique simple que la note fondamentale (note la plus basse générée par l'instrument) ne dépend que de la longueur L du tuyau, de la célérité c et de la parité. Donner l'expression de la fréquence correspondante.

7. Pour les applications suivantes, la vitesse du son dans l'air sera prise égale à $340\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. La flûte est un

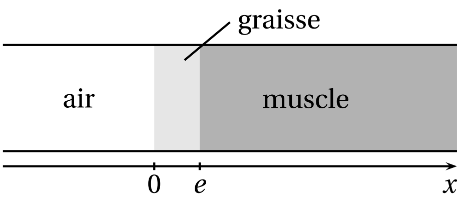
instrument considéré comme ouvert à ses deux extrémités. Déterminer la longueur de l'instrument pour que le son fondamental soit la note *mi* de fréquence 330 Hz.
L'anche de la clarinette est assimilée à une extrémité fermée. À longueur égale, la clarinette joue-t-elle plus haut ou plus bas que la flûte ?
Le plus long tuyau d'un grand orgue mesure 10,6 m et émet une note fondamentale à 16 Hz. Déterminer la parité de son jeu de conditions aux limites.

8. Montrer que les notes harmoniques, de fréquences supérieures au fondamental, sont régulièrement espacées en fréquence et que l'écart entre deux harmoniques successifs est indépendant des conditions aux limites. Établir l'expression de cet écart.

3 — Couche anti-reflet en échographie

1. Les impédances acoustiques de l'air et des tissus musculaires pour les ultrasons valent $Z_a = 400\ \mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$ et $Z_m = 1{,}7 \times 10^6\ \mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}$.
Calculer le coefficient de transmission des puissances sonores à l'interface air-muscle et commenter.

Pour supprimer l'onde réfléchie, on réalise une couche anti-reflet d'épaisseur e en graisse, d'impédance Z_g.



On note c_a, c_g et c_m la célérité du son dans chacun des trois milieux, et on pose $k_a = \omega / c_a$, $k_g = \omega / c_g$, $k_m = \omega / c_m$.
On cherche alors en notation complexe le champ des vitesse dans les trois milieux sous la forme

$$\underline{v}(x<0) = A_a\, e^{j(\omega t - k_a x)}$$
$$\underline{v}(x>e) = A_m\, e^{j(\omega t - k_m x)}$$
$$\underline{v}(0<x<e) = A_g\, e^{j(\omega t - k_g x)} + B_g\, e^{j(\omega t + k_g x)}$$

2. Justifier la forme de ces expression.

3. Quelle est la forme du champ de surpression dans les trois milieux ?

4. Écrire les conditions aux limites et en déduire les valeurs qu'il faut choisir pour e et Z_g.

5. Commenter la puissance acoustique reçue dans le muscle, dans cette configuration.

4 — Silencieux automobile

Dans la plupart des véhicules à combustion, les constructeurs ajoutent un « silencieux » avant l'extrémité du tuyau d'échappement. Le tuyau d'échappement est modélisé par un cylindre d'axe Ox, de section S_1. Le silencieux est un cylindre de section $S_2 > S_1$ et de longueur L.
Une onde incidente de fréquence f arrive des $x < 0$ et se propage selon les x croissants. La surpression engendrée est de la forme $\underline{p}_i(x,t) = P_i\, e^{i(\omega t - kx)}$. On assiste à la formation d'une onde réfléchie d'amplitude P_r en $x < 0$ et d'une onde transmise d'amplitude P_t en $x > L$.

1. Expliquer la formation de chaque onde et donner l'expression des surpressions dans les différentes zones.

2. Dans la section S_2, deux ondes d'amplitudes respectives P_1 et P_2, se propageant en sens opposés, se superposent. Exprimer les deux surpressions. Utiliser les continuités du débit volumique et de la surpression à l'entrée et à la sortie du cylindre de section S_2. En déduire les amplitudes P_1 et P_2.

3. Donner l'expression du coefficient de transmission $t_p = P_t / P_i$ en fonction des données du problème.

4. Montrer que le coefficient de transmissions en énergie T peut se mettre sous la forme

$$T = \frac{1}{1 + m \sin^2 \frac{\pi f}{f_0}}$$

où m est à déterminer.
Étudier les extrema de $T(f)$ et donner la valeur de T en ces extrema.

5. La plupart des automobiles émettent à 250 Hz. Donner la plus petite valeur de L pour que T soit minimum.

5 — Ondes acoustique

Une onde acoustique se déplace dans un tube horizontal fermé par une paroi fixe en O et par un piston mobile de surface S, de masse négligeable, situé au repos en $x = L$. On note μ_0 la masse volumique du fluide et χ_0 son coefficient de compressibilité isentropique.

1. Déterminer, dans le cadre de l'approximation acoustique, l'équation de d'Alembert vérifiée par la surpression $p(x,t)$ et la vitesse $\vec{v} = v(x,t)\,\vec{u}_x$.

2. On cherche la vitesse sous la forme

$$v(x,t) = f(x)\cos(\omega t + \phi)\,.$$

Trouver f à l'aide de la condition en $x = 0$.

3. Trouver une autre relation faisant intervenir $\tan(kL)$ à l'aide d'un condition aux limites.

4. On pose $\theta = kL$. Montrer que $\tan\theta = AL$, où A est à exprimer en fonction de μ_0, c, S et L notamment.

5. Trouver θ si $A = 0{,}3$.