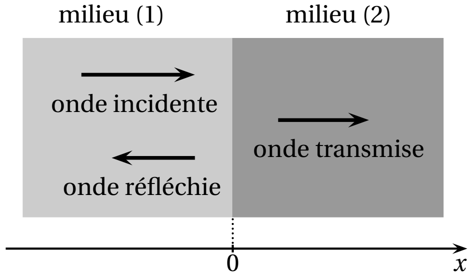
Physique des ondes — V — Interfaces entre deux milieux

Réflexion et transmission d'une onde sonore entre deux milieux



On considère deux milieux semi-infinis séparées par une interface plane en $x = 0$, appelée **dioptre acoustique**, donc les caractéristiques sont :

$x < 0$ **(milieu 1) :** μ_{10}, c_1, impédance acoustique Z_1 ;

$x > 0$ **(milieu 2) :** μ_{20}, c_2, impédance acoustique Z_2.

Conditions aux limites

On note $p(x,t)$ la surpression acoustique : $P(x,t) = P_0 + p(x,t)$.

onde incidente : $p_{\mathrm{i}}(x,t) = f(t - x/c_1)$ et $v_{\mathrm{i}}(x,t) = f(t - x/c_1)/Z_1$;

onde réfléchie : $p_{\mathrm{r}}(x,t) = g(t + x/c_1)$ et $v_{\mathrm{r}}(x,t) = -g(t + x/c_1)/Z_1$;

onde transmise : $p_{\mathrm{t}}(x,t) = h(t - x/c_2)$ et $v_{\mathrm{t}}(x,t) = h(t - x/c_2)/Z_2$.

	onde dans milieu 1 ($x < 0$)	onde dans milieu 2 ($x > 0$)
surpression	$p(x,t) = f\left(t - \dfrac{x}{c_1}\right) + g\left(t + \dfrac{x}{c_1}\right)$	$p(x,t) = h\left(t - \dfrac{x}{c_2}\right)$
vitesse	$v(x,t) = \dfrac{1}{Z_1}\left[f\left(t - \dfrac{x}{c_1}\right) - g\left(t + \dfrac{x}{c_1}\right)\right]$	$v(x,t) = \dfrac{1}{Z_2} h\left(t - \dfrac{x}{c_2}\right)$

> À l'interface entre les deux milieux, il y a continuité de la vitesse et de la surpression :
>
> $$v_{\mathrm{i}}(0,t) + v_{\mathrm{r}}(0,t) = v_{\mathrm{t}}(0,t) \quad \text{et} \quad p_{\mathrm{i}}(0,t) + p_{\mathrm{r}}(0,t) = p_{\mathrm{t}}(0,t)\,,\ \ \forall t.$$

➤ De façon plus générale, on montre qu'il y a continuité débit volumique à l'interface.

Coefficients de réflexion en amplitude

On définit $r_{\mathrm{v}} = \dfrac{v_{\mathrm{r}}(0,t)}{v_{\mathrm{i}}(0,t)}$ et $r_{\mathrm{p}} = \dfrac{p_{\mathrm{r}}(0,t)}{p_{\mathrm{i}}(0,t)}$. On établit $\boxed{r_{\mathrm{v}} = \dfrac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} = -r_{\mathrm{p}}}$.

Coefficients de transmission en amplitude

On définit $t_{\mathrm{v}} = \dfrac{v_{\mathrm{t}}(0,t)}{v_{\mathrm{i}}(0,t)}$ et $t_{\mathrm{p}} = \dfrac{p_{\mathrm{t}}(0,t)}{p_{\mathrm{i}}(0,t)}$. On établit $\boxed{t_{\mathrm{v}} = \dfrac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}}$ et $\boxed{r_{\mathrm{p}} = \dfrac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}}$.

➤ La transmission se fait sans changement de signe : $t_{\mathrm{v}} > 0$ et $t_{\mathrm{p}} > 0$. Dans le cas d'ondes harmoniques, les ondes incidentes et transmises sont en phase.

➤ La réflexion se fait avec un changement de signe (déphasage π dans le cas d'ondes harmoniques) pour la surpression ou la vitesse selon le signe de $Z_1 - Z_2$.

➤ Si $Z_2 = Z_1$, on a $r_{\mathrm{p}} = r_{\mathrm{v}} = 0$: il n'y a pas d'onde réfléchie. L'onde incidente est intégralement transmise (elle ne « voit pas » l'interface) ; on dit qu'il y a **adaptation d'impédance**, ou que les impédances acoustiques de deux milieux sont adaptées.

➤ Dans le cas $Z_2 \to \infty$ (c'est-à-dire $Z_2 \gg Z_1$), on a $r_{\mathrm{p}} = 1$ et $r_{\mathrm{v}} = -1$: il y a réflexion totale, avec changement de signe pour la vitesse.

➤ Dans le cas $Z_2 \to 0$ (c'est-à-dire $Z_2 \ll Z_1$), on a $r_{\mathrm{p}} = -1$ et $r_{\mathrm{v}} = 1$: il y a réflexion totale, avec changement de signe pour la surpression.

Coefficients de réflexion et de transmission pour les puissances sonores

On définit $R = \dfrac{I_\mathrm{r}(0,t)}{I_\mathrm{i}(0,t)}$ et $T = \dfrac{I_\mathrm{t}(0,t)}{I_\mathrm{i}(0,t)}$.

> Les coefficients de réflexion et de transmission pour la puissance sonore sont donnés par :
>
> $$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}\,.$$
>
> Les coefficients de réflexion et de transmission en puissance vérifient :
>
> $$R + T = 1\,.$$
>
> Cette relation traduit la conservation de l'énergie sonore à l'interface.

➤ Les coefficients de transmission et de réflexion en puissance ne dépendent pas du sens de propagation de l'onde à travers l'interface (leurs expressions sont invariantes par permutation des indices 1 et 2).

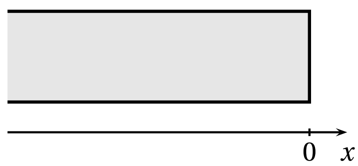
> Lorsque les deux milieux ont même impédance acoustique ($Z_2 = Z_1$), il y a **adaptation d'impédance**. L'onde incidente est intégralement transmise ; il n'y a pas d'onde réfléchie. Toute l'énergie de l'onde incidente est transmise :
>
> $$R = 0 \quad \text{et} \quad T = 1\,.$$

➤ Une interface ne transmet correctement les ondes acoustiques que si les impédances des deux milieux sont proches.

Complément sur les tuyaux sonores

Extrémité fermée

On considère à un tuyau fermé en $x = L$, dans lequel une onde incidente donne naissance à une onde réfléchie en $x = 0$.
La vitesse normale à la paroi est nulle : $v(x=0,t) = 0$, $\forall t$, d'où $v_\mathrm{i}(0,t) + v_\mathrm{r}(0,t) = 0$.
On a donc $\boxed{r_\mathrm{v} = -1}$ et $\boxed{r_\mathrm{p} = 1}$.

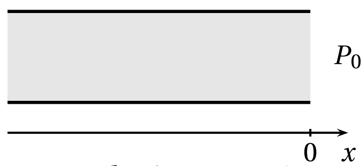


➤ Dans le cas d'une onde harmonique, on observe un **nœud de vitesse** et un **ventre de surpression** au niveau de l'extrémité fermée.

➤ L'extrémité fermée se comporte comme une impédance infinie ($Z_2 \to \infty$).

Extrémité fermée

On considère à un tuyau fermé en $x = L$, dans lequel une onde incidente donne naissance à une onde réfléchie en $x = 0$.
La pression est continue à l'extrémité ouverte : $P(x=0,t) = P_0$. On a donc $p(0,t) = p_\mathrm{i}(0,t) + p_\mathrm{r}(0,t) = 0$. On a donc $\boxed{r_\mathrm{p} = -1}$ et $\boxed{r_\mathrm{v} = 1}$.



➤ Dans le cas d'une onde harmonique, on observe un **nœud de surpression** et un **ventre de vitesse** au niveau de l'extrémité fermée.

➤ L'extrémité fermée se comporte comme une impédance nulle ($Z_2 = 0$).

Changement brusque de section

À l'interface, on a continuité :

— de la surpression : $p(0^-,t) = p(0^+,t)$;

— du débit volumique : $S_1\, v(0^-,t) = S_2\, v(0^+,t)$.