

TD d'électromagnétisme n° 1

Introduction à l'électrostatique

1 — Calculs de charge en coordonnées sphériques

On considère une boule $\mathcal{D}$ de rayon a , de centre O .
Calculer la charge portée par une sphère de rayon r , en considérant les cas $r > a$ et $r < a$, si la sphère Σ :

1. est uniformément chargée en volume avec la densité volumique de charge ρ_0 ;
2. porte la densité volumique de charge $\rho(r) = \rho_0 \left(1 - \frac{r}{a}\right)$ en coordonnées sphériques ;
3. est chargée en surface avec la densité surfacique de charge σ_0 uniforme.

2 — Calculs de charge en coordonnées cylindriques

On considère un cylindre $\mathcal{D}$ de rayon a , d'axe Oz , de longueur infinie.

Calculer la charge portée par un cylindre de hauteur H et de rayon r , en considérant les cas $r > a$ et $r < a$, si le cylindre :

1. est uniformément chargé en volume avec la densité volumique de charge ρ_0 ;
2. porte la densité volumique de charge $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{a}$ en coordonnées cylindriques ;
3. est chargé en surface avec la densité surfacique de charge σ_0 uniforme.

3 — Couche chargée

On considère une couche d'épaisseur $2a$ ($-a \leq z \leq a$), infinie selon Ox et Oy , portant la densité volumique de charge uniforme ρ_0 .

Calculer la charge portée par un cylindre de section S , d'axe Oz , compris entre $-z$ et $+z$ pour $0 < z < a$ et $z > a$.

4 — Espace chargé

La densité volumique de charge

$$\rho(M) = \frac{K}{4\pi a^2 r} e^{-r/a},$$

où K et a sont deux constantes et $r = OM$, est répartie dans tout l'espace.

1. Quelles sont les dimensions des constantes K et a ?
2. Calculer la charge totale contenue dans tout l'espace.

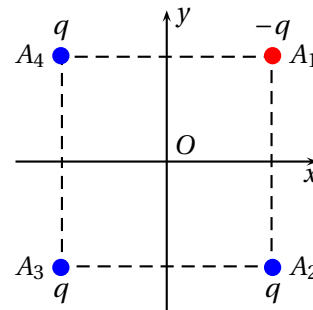
5 — Doublet

On considère un doublet constitué de deux charges opposées : $q > 0$ située en $P(a > 0, 0, 0)$ et $-q$ située en $N(-a, 0, 0)$ en coordonnées cartésiennes.

Étudier les symétries et les invariances de cette distribution de charges.

6 — Champ au centre d'un carré

On considère quatre charges ponctuelles, avec $q > 0$:



1. En examinant les symétries de la distribution, déterminer la direction de $\vec{E}(O)$, champ électrique en centre de la figure.
2. Établir l'expression de $\vec{E}(O)$.