

Partie I : Nuisances sonores (CCINP PC 2023)

Dans un système de renouvellement d'air, de l'air vicié est aspiré et de l'air neuf insufflé dans la pièce à traiter. Entre l'aspiration et le soufflage, l'air a traversé des éléments générateurs de bruits (ventilateur, gaines...) qui peuvent parfois s'avérer gênants.

1 — Correction acoustique et théorie de la réverbération de Sabine

Afin d'assurer le confort acoustique des occupants d'une pièce d'habitation vis-à-vis des bruits qui lui sont propres, une solution consiste à recouvrir les parois de la pièce avec des matériaux absorbants appropriés. Cette méthode, appelée correction acoustique, permet d'optimiser selon l'usage de la pièce sa durée de réverbération liée à la multiplicité des échos sonores renvoyés par les parois.

On considère un fluide, caractérisé à l'équilibre par un champ des vitesses uniformément nul et des champs de pression et de masse volumique uniformes et stationnaires, notés respectivement p_0 et ρ_0 . Lorsque l'équilibre est rompu au passage d'une onde sonore se propageant selon l'axe (O, \vec{u}_x) , le fluide est alors caractérisé à l'instant t en tout point M d'abscisse x de l'écoulement supposé parfait par :

- un champ de pression $p(x, t) = p_0 + p_1(x, t)$ où la quantité p_1 est appelée surpression ou pression acoustique ;
- un champ de masse volumique $\rho(x, t) = \rho_0 + \rho_1(x, t)$;
- un champ des vitesses $\vec{v}(x, t) = \vec{0} + \vec{v}_1(x, t) = v_1(x, t) \vec{u}_x$.

Q 1. La propagation de la perturbation dans le fluide est traitée dans l'approximation acoustique.

Préciser le cadre de cette approximation.

Q 2. On rappelle l'équation de la dynamique des fluides (équation d'Euler) limitée aux seules forces pressantes (effets de la pesanteur négligés en particulier)

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right) = -\text{grad } p.$$

En déduire après linéarisation l'équation de couplage entre v_1 et p_1 .

Q 3. Établir de la même façon une seconde équation de couplage linéarisée à partir de l'équation locale de conservation de la masse.

Q 4. Le fluide évolue de façon isentropique sous l'effet des ondes sonores. Montrer que $\rho_1 = \rho_0 \chi_S p_1$ où χ_S est le coefficient de compressibilité isentropique du fluide à l'équilibre.

On rappelle que $\chi_S = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_S$.

Q 5. Déduire de l'ensemble des résultats précédents que la pression acoustique $p_1(x, t)$ obéit à une équation de d'Alembert. Donner l'expression de la célérité c des ondes sonores en fonction de $\chi_{S,0}$ et ρ_0 .

Q 6. On suppose que le fluide évoluant de façon isentropique se comporte en outre comme un gaz parfait. Justifier que $p\rho^{-\gamma} = \text{cte}$, où γ est le rapport entre les capacités thermiques à pression et volume constants du fluide.

En déduire que la célérité des ondes sonores s'écrit $c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}}$.

L'onde est plane, progressive, sinusoïdale de pulsation ω , de la forme $p_1(x, t) = p_{1,m} \cos(\omega t - kx)$ pour la pression acoustique, avec $k = \frac{\omega}{c}$.

Q 7. Déduire de l'une des équations de couplage établies aux questions **Q 2** et **Q 3** l'expression du rapport $Z_c = \frac{p_1}{v_1}$, appelé impédance caractéristique du milieu, en fonction de ρ_0 et c . Que devient la relation entre p_1 et v_1 dans le cas d'une onde se propageant dans le sens inverse ?

Q 8. La densité volumique d'énergie sonore $\langle e \rangle_T$ associée à l'onde s'écrit en moyenne sur une période $T = 2\pi/\omega$:

$$\langle e \rangle_T = \frac{1}{2} \rho_0 \langle v_1^2 \rangle_T + \frac{1}{2} \chi_{S,0} \langle p_1^2 \rangle_T.$$

Quelle est la signification physique de chacun des termes composant cette expression ?

Exprimer $\langle e \rangle_T$ pour l'onde considérée en fonction de $p_{1,m}$, ρ_0 et c .

Q 9. On appelle intensité sonore I la grandeur définie par $I = |\langle p_1 v_1 \rangle_T|$. Vérifier que cette grandeur est homogène à une puissance surfacique. Montrer que l'intensité sonore est proportionnelle à la densité volumique d'énergie sonore $\langle e \rangle_T$ pour l'onde considérée.

Le fluide est l'air d'une pièce d'habitation, au centre de laquelle se trouve une source sonore ponctuelle et isotrope, émettant de façon continue un son harmonique. En un point donné de la pièce, on distingue le champ direct dû à l'onde divergente émise par la source qui n'a pas encore rencontré d'obstacles, du champ réverbéré dû à l'ensemble des ondes ayant eu une ou plusieurs réflexion sur les parois et les objets de la pièce. Dans la théorie de l'acousticien américain Sabine, la densité volumique d'énergie sonore du champ réverbéré $\langle e_r \rangle_T$ est supposée uniformément répartie dans toute la pièce à un instant donné. Dans ces conditions, on montre que l'intensité sonore correspondante s'écrit : $I_r = \frac{c \langle e_r \rangle_T}{4}$.

On notera que I_r et $\langle e_r \rangle_T$ sont des quantités moyennées sur une période T de la source, mais sont susceptibles de varier sur une échelle de temps caractéristique τ beaucoup plus grande.

On néglige dans la suite l'absorption due à l'air, mais pas celle due aux parois et objets de la pièce. On note V le volume de la pièce, S la surface totale des parois et des objets de la pièce, α_m leur coefficient d'absorption moyen, défini comme le rapport entre la puissance sonore absorbée au niveau des parois et des objets et la puissance sonore incidente.

À l'instant $t = 0$, on coupe la source sonore. On se propose d'établir la loi de décroissance $I_r(t)$ de l'intensité sonore du champ réverbéré au cours du temps.

Q 10. Exprimer la puissance sonore \mathcal{P}_a absorbée par les parois et les objets de la pièce en fonction de I_r , α_m et S . Exprimer de même l'énergie sonore moyenne $\mathcal{E}(t)$ dans la pièce à l'instant t en fonction de son volume V , de I_r et c .

Q 11. À l'aide d'un bilan d'énergie, montrer que l'intensité réverbérée $I_r(t)$ obéit à l'équation différentielle du premier ordre

$$\frac{dI_r}{dt} + \frac{\alpha_m S c}{4V} I_r = 0.$$

Donner la loi d'évolution $I_r(t)$. On introduira un temps caractéristique τ et on notera $I_r(t = 0) = I_{r,0}$.

On définit le temps de réverbération T_r comme la durée nécessaire pour que le niveau d'intensité sonore L_I dans la pièce décroisse de 60 dB par rapport à son niveau initial, soit

$$\Delta L_I = L_I(t = T_r) - L_I(t = 0) = -60 \text{ dB}.$$

On rappelle que le niveau sonore est défini par $L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}$ où $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ est l'intensité sonore au seuil d'audibilité à 1000 Hz.

Q 12. Exprimer le temps de réverbération T_r en fonction de τ . Vérifier que l'on retrouve la formule semi-numérique de Sabine $T_r = 0,16 \frac{V}{\alpha_m S}$, où le rapport V/S est exprimé en m et T_r en s.

On prendra $c = 3,4 \times 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (air à la température $T_0 = 293 \text{ K}$ à l'équilibre).

On considère une salle vide, de longueur $L = 25 \text{ m}$, de largeur $\ell = 20 \text{ m}$, de hauteur $h = 10 \text{ m}$, destinée à un concert de musique symphonique. Une mesure au sonomètre indique un temps de réverbération T_r à 1000 Hz de 5,0 s, plus élevé que le temps de réverbération optimal $T_{r,\text{op}}$ (figure I-1).

Q 13. Sachant que le coefficient d'absorption moyen $\alpha_{m,p}$ du public est égal à 0,90, justifier si la présence d'un public permet oui ou non une qualité d'écoute du concert satisfaisante.

Cette question fait appel à une démarche de résolution de problème. Il est notamment attendu de préciser chaque notation introduite, de présenter de façon claire les hypothèses retenues, de mener des calculs littéraux avant toute application numérique.

2 — Principe d'un silencieux à résonateur de Helmholtz

Si un traitement acoustique de la pièce ne peut être envisagé, d'autres solutions sont possibles pour réduire l'impact du bruit généré par un système de renouvellement d'air. L'une d'elles consiste à insérer des silencieux le long des réseaux de gaines, munis entre autres de résonateurs de Helmholtz. On modélise un résonateur de Helmholtz par une cavité de grand volume V_c , reliée à l'air libre par l'intermédiaire d'un col cylindrique horizontal d'axe

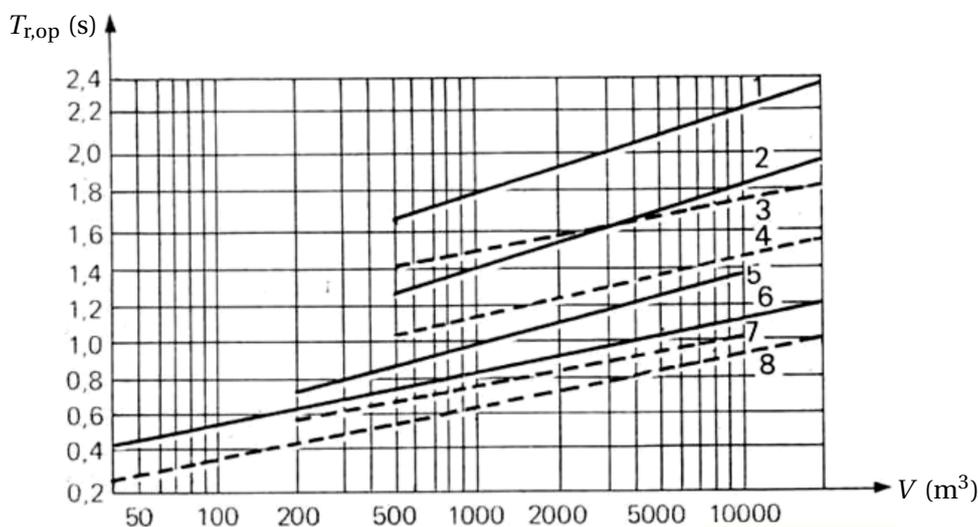


FIGURE I-1 – Temps de réverbération optimal à 1000 Hz en fonction du volume de la pièce. 1. Orgue, audition directe. 2. Musique symphonique, audition directe. 3. Orgue, enregistrement. 4. Opéra, audition directe. 5. Jazz, audition directe. 6. Parole, audition directe. 7. Parole, enregistrement. 8. Variétés, enregistrement.

(O, \vec{u}_x), de très faible section s et de longueur ℓ (figure I-2). Sous l'effet d'une perturbation, on considère que l'air situé dans le col oscille en bloc, à l'image d'un bouchon qui couliserait. On note $x(t)$ le déplacement du centre d'inertie de cette tranche d'air à l'instant t par rapport à sa position à l'équilibre, $p_c(t)$ la pression supposée uniforme dans la cavité, ρ_0 la masse volumique de l'air dans le col, supposée égale à tout instant à celle de l'air libre à la pression atmosphérique p_0 . On néglige tout phénomène dissipatif et on considère que l'air dans la cavité, de comportement supposé parfait, évolue de façon isentropique.

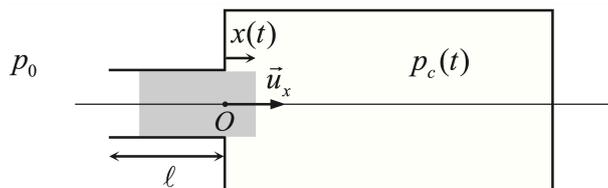


FIGURE I-2 – Modélisation d'un résonateur de Helmholtz. La zone grisée représentée la tranche d'air qui oscille.

Q 14. Exprimer la résultante \vec{F}_p des forces pressantes sur la tranche d'air en fonction de p_0 , $p_c(t)$ et s . En supposant que le volume de la tranche d'air est très petit devant le volume de la cavité, soit $\ell s \ll V_c$, montrer que $p_c(t) \approx p_0 \left(1 + \frac{\gamma s x}{V_c} \right)$ au premier ordre, où γ est le rapport entre les capacités thermiques à pression et volume constants de l'air.

En déduire que la résultante des forces pressantes sur la tranche d'air est équivalente à une force de rappel élastique de raideur k : $\vec{F}_p = -kx\vec{u}_x$. Exprimer k en fonction de V_c , s , ρ_0 et de la célérité c des ondes sonores dans l'air. On utilisera l'expression de c établie à la question **Q6**.

Q 15. Montrer que la tranche d'air dans le col oscille de façon harmonique. Vérifier que la fréquence propre f_0 de ce système oscillant s'écrit $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c^2 s}{\ell V_c}}$.

Un résonateur expérimental est constitué d'un cylindre en PVC de volume $V_c = 791 \text{ cm}^3$, fermé à ses deux extrémités. L'une de ces extrémités est percée de façon à insérer un col cylindrique de section $s = 1,89 \text{ cm}^2$ et de longueur $\ell = 5,0 \text{ cm}$. Un microphone de petite taille, relié à un oscilloscope à mémoire, est inséré dans le grand volume. En engageant légèrement l'index dans le col et en le retirant brusquement, on enregistre le signal suivant (figure II-1). Les conditions de l'expérience sont telles que $c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q 16. Quelle serait la nature du signal attendu dans le cadre du modèle considéré dans les questions précédentes? Comment expliquer la différence avec le signal enregistré?

Estimer le facteur de qualité Q du résonateur.

Q 17. Le facteur de qualité est suffisamment grand pour considérer que le système oscille à sa fréquence propre f_0 . Comparer la valeur mesurée de cette fréquence à celle déduite du modèle utilisé.

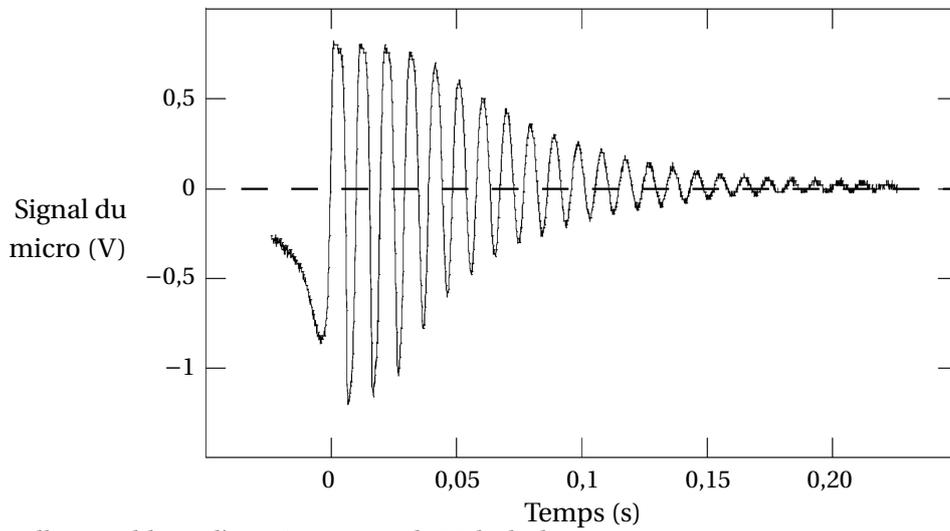


FIGURE I-3 – Oscillations libres d'un résonateur de Helmholtz

Source : bulletin de l'Union des physiciens, volume 96, juin 2002

En fait, les couches d'air situées de part et d'autre du col sont aussi entraînées dans le mouvement. Expliquer en quoi leur prise en compte permet d'affiner la modélisation.

Un haut-parleur, relié à un générateur basse fréquence, impose désormais à l'entrée du col une surpression variant de façon sinusoïdale à la pulsation ω , de la forme $p(t) = p_m \cos(\omega t)$. La pression à l'entrée du col est donc égale à $p_0 + p(t)$. On associe à cette pression acoustique la grandeur complexe $\underline{p}(t) = p_m e^{j\omega t}$ où $j^2 = -1$. On cherche une réponse de la tranche d'air de la forme $\underline{x}(t) = \underline{x}_m e^{j\omega t}$ en régime forcé en restant dans le cadre du modèle développé dans **Q14** et **Q15**.

Q 18. Établir l'expression de $\underline{x}(t)$. En déduire que la vitesse de la tranche d'air dans le col s'écrit en représentation complexe $\underline{v}(t) = \underline{v}_m e^{j\omega t}$, où $\underline{v}_m = \frac{j\omega p_m}{\rho_0 \ell (\omega_0^2 - \omega^2)}$.

Que dire de $|\underline{v}_m|$ dans le cas où $\omega = \omega_0$? En pratique, $|\underline{v}_m|$ reste borné. Expliquer pourquoi.

Un résonateur de Helmholtz est maintenant connecté en $z = 0$ à une longueur conduite cylindrique d'axe (O, \vec{u}_z) et de section $S \gg s$ (figure II-2). La masse volumique de l'air au repos dans la conduite est ρ_0 .

Une onde acoustique incidente plane progressive sinusoïdale, de pulsation ω , se propage dans la conduite dans le sens des z croissants à la célérité c . Elle est caractérisée par sa pression acoustique $\underline{p}_i = \underline{p}_{i,m} e^{j(\omega t - kz)}$. Du fait de la présence du résonateur en $z = 0$, elle donne naissance à une onde réfléchie et une onde transmise, caractérisées par leurs pressions acoustiques respectives $\underline{p}_r = \underline{p}_{r,m} e^{j(\omega t + kz)}$ et $\underline{p}_t = \underline{p}_{t,m} e^{j(\omega t - kz)}$.

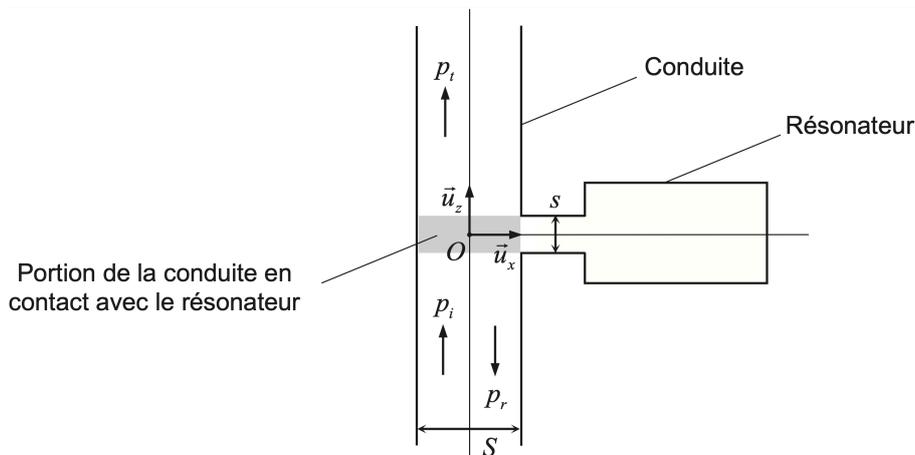


FIGURE I-4 – Résonateur de Helmholtz connecté à une conduite

Q 19. Exprimer les champs des vitesses caractérisant les ondes acoustiques incidente, réfléchie et transmise, notées respectivement $\underline{v}_i(z, t)$, $\underline{v}_r(z, t)$ et $\underline{v}_t(z, t)$, en fonction notamment de l'impédance caractéristique Z_c de la conduite définie à la question **Q7**.

Q 20. On note $\overline{p}(t) = p_m e^{j\omega t}$ la pression acoustique et $\underline{v}(t) = \underline{v}_m e^{j\omega t}$ le champ des vitesses correspondant en $z = 0$ à l'entrée du col du résonateur.

Exprimer p_m en fonction de $\underline{p}_{i,m}$ et $\underline{p}_{r,m}$, puis en fonction de $\underline{p}_{t,m}$.

En supposant la conservation du débit volumique à travers la surface qui délimite la portion de conduite en contact avec le résonateur en $z = 0$ (figure II-2), établir une relation entre $\underline{p}_{i,m}$, $\underline{p}_{r,m}$, $\underline{p}_{t,m}$, \underline{v}_m , S , s et Z_c .

Un calcul non demandé permet de déduire de l'ensemble des résultats établis précédemment que

$$\underline{p}_{t,m} = \frac{\underline{p}_{i,m}}{1 - \frac{j}{2\beta \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{\ell S \omega_0}{sc}.$$

Q 21. Exprimer en fonction de ω , ω_0 et β l'indice de perte de transmission L_{TL} défini par

$$L_{LT} = 10 \log \left(\frac{|\underline{p}_{i,m}|^2}{|\underline{p}_{t,m}|^2} \right)$$

et exprimé en décibels.

Il y a en fait toujours des phénomènes dissipatifs dus à la viscosité dans le col, phénomènes pouvant être renforcés par l'adjonction dans le col de matériaux poreux. Dans ces conditions, l'indice de perte de transmission est également fonction d'un coefficient d'amortissement adimensionné α (figure I-5).

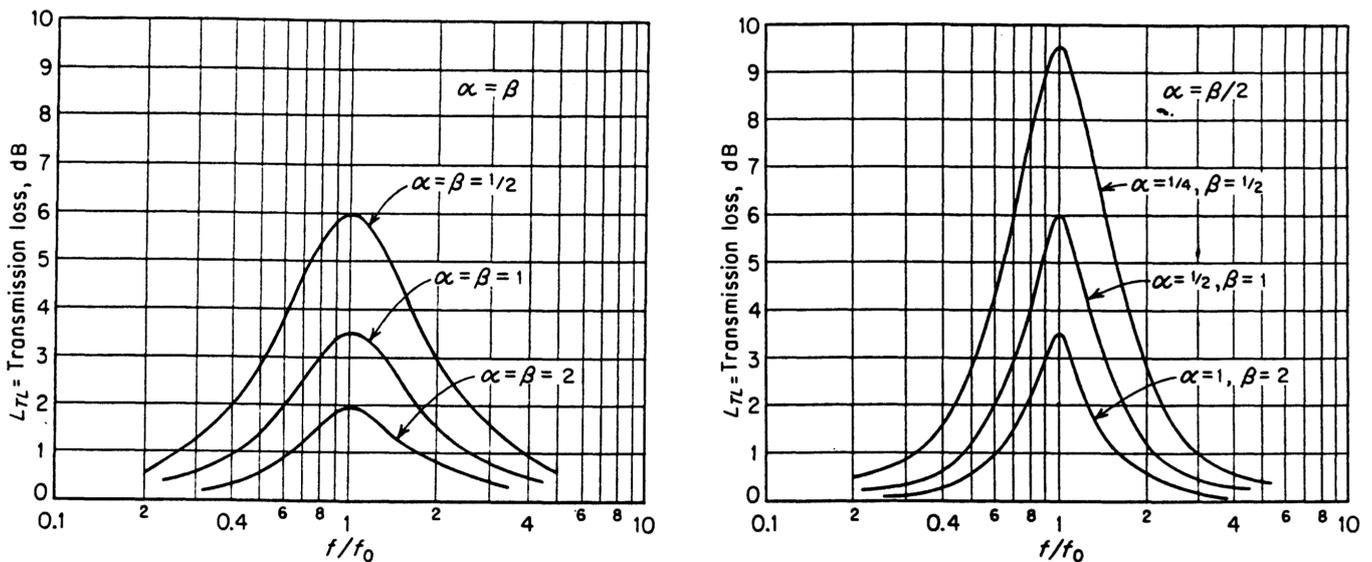


FIGURE I-5 – Indice de perte de transmission autour de la fréquence de résonance f_0 pour différentes valeurs des coefficients α et β

Source : T.F.W. Embleton. Mufflers, in noise and vibration control

Q 22. Identifier à l'aide des courbes de la figure I-5 la nature du filtre acoustique que constitue le résonateur de Helmholtz relié à la conduite.

Pour une valeur du coefficient β donnée, expliquer à l'aide des courbes l'intérêt d'avoir un coefficient d'amortissement α important.

Partie II : membranes élastiques — Figures de Chladni (E3A PSI 2021)

On convient d'appeler membrane idéale une structure mince, c'est-à-dire de faible épaisseur devant ses autres dimensions, où la raideur est due exclusivement à une précontrainte, c'est-à-dire à une tension surfacique appliquée sur son pourtour. On peut dire que les membranes sont les équivalents à deux dimensions des cordes. Elles se retrouvent dans les diaphragmes de microphones, les peaux de tambours et timbales, ...

Les figures dites de Chladni sont une découverte célèbre de Ernst Florence Friedrich Chladni (1756-1827), musicien et physicien de Leipzig. Pour les produire, Chladni saupoudrait une plaque métallique carrée avant de la faire vibrer avec un archet. En frottant le bord de la plaque à différents endroits, Chladni a su produire des sons différents. De plus, sous l'action de la vibration, la poudre se déplaçait pour s'accumuler aux points stationnaires de la plaque, donnant ainsi des figures caractéristiques qui portent son nom. On peut aujourd'hui faire vibrer une plaque plus simplement en utilisant un haut-parleur, ce qui permet un contrôle plus précis de la fréquence de vibration, grâce au générateur de tension. On donne ci-dessous quelques figures de Chladni sur une plaque vibrante.

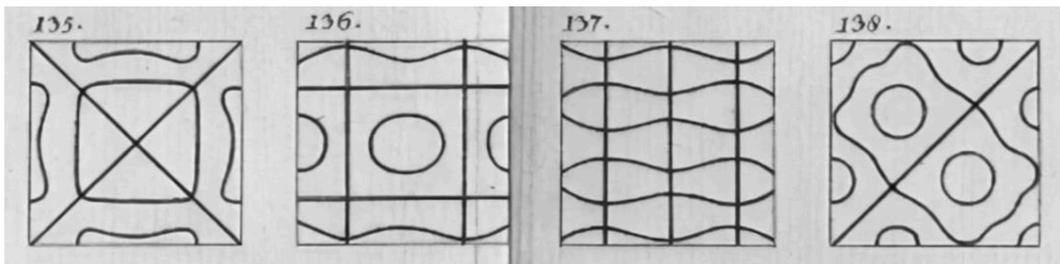


FIGURE II-1 – Quelques figures de Chladni

Q 1. Que représentent les lignes noires sur les figures ?

Soit une membrane au repos dans le plan (Oxy) . On note z le déplacement transversal de la membrane. En négligeant toute force extérieure s'exerçant sur la membrane, on montre que l'équation de propagation est, en coordonnées cartésiennes, pour $z = z(x, y, t)$:

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0$$

où $c = \sqrt{\frac{\tau}{m}}$ est la célérité des ondes sonores dans la membranes, τ la tension par unité de longueur de la membrane et m la masse surfacique de la membrane.

On considère une membrane rectangulaire de longueur a selon $[Ox]$ et b selon $[Oy]$, conformément à la figure II-2 ci-contre. On note Γ le contour de la membrane.

La membrane est repliée et étirée uniformément selon le contour Γ de sorte que l'on impose comme conditions limites $z(x, y, t) = 0$ pour $(x, y) \in \Gamma$.

On cherche une solution de l'équation de propagation sous la forme de fonctions à variables séparées

$$z(x, y, t) = X(x)Y(y)T(t).$$

Q 2. Montrer que cela revient à écrire, avec α et β deux constantes :

$$\frac{d^2 X}{dx^2} \pm \alpha^2 X = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d^2 Y}{dy^2} \pm \beta^2 Y = 0.$$

Q 3. Montrer que les solutions de $\frac{d^2 X}{dx^2} - \alpha^2 X = 0$ et $\frac{d^2 Y}{dy^2} - \beta^2 Y = 0$ ne satisfont pas aux conditions aux limites, à moins d'avoir identiquement $X(x) = 0$ et $Y(y) = 0$, ce qui ne correspond à aucune solution physique.

Q 4. En prenant en compte les conditions aux limites, donner alors les solutions physiquement possibles pour $X(x)$ et $Y(y)$ en fonction de deux entiers strictement positifs m et n , des paramètres géométriques a et b de la figure II-2, et de deux paramètres d'intégration X_0 et Y_0 .

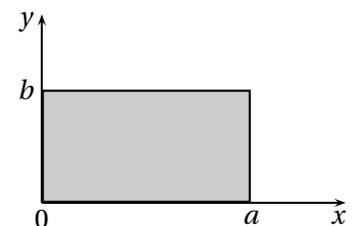


FIGURE II-2 – Modèle géométrique de la membrane

Q 5. Montrer que l'équation en T est de la forme

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + [(\alpha^2 + \beta^2)c^2] T = 0$$

et que les pulsations propres du système sont de la forme

$$\omega_{mn} = \pi c \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2},$$

où m et n sont les entiers positifs introduits à la question précédente.

Q 6. Représenter les figures de Chladni obtenues respectivement pour :

- $m = 1$ et $n = 2$;
- $m = 2$ et $n = 1$;
- $m = n = 2$.

Partie III : chauffe-eau (CCINP TSI 2021)

Un chauffe-eau est composé d'une cuve cylindrique fermée, généralement en acier émaillé, dans laquelle se trouve un dispositif de chauffage piloté par un thermostat (figure III-1). La cuve est en permanence remplie d'eau. En effet, lorsqu'on puise de l'eau chaude, de l'eau froide remplace au fur et à mesure la quantité d'eau chaude utilisée. Le dispositif de chauffage réchauffe l'eau jusqu'à une température de consigne préalablement définie, puis s'arrête. Si de l'eau est puisée, il se remet en fonctionnement.

On se propose d'étudier la protection de la cuve contre la corrosion.

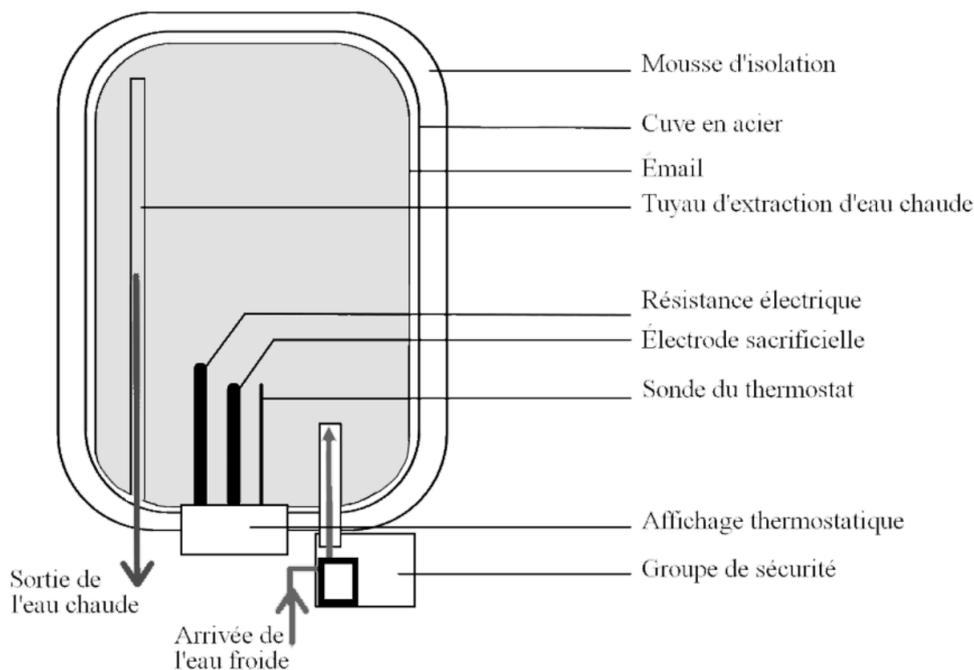
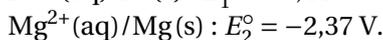
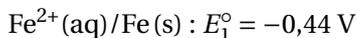


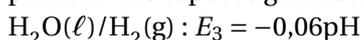
FIGURE III-1 – Schéma description d'un chauffe-eau électrique

Données

Potentiels standard à 298 K à $H = 0$:



Équations de frontière des couples de l'eau à 298 K pour lesquelles les conventions sont telles que la pression partielle des espèces gazeuses est égale à 1 bar :



Électrode sacrificielle de magnésium

La cuve d'un chauffe-eau est en acier, qui est un alliage essentiellement constitué de fer. Au contact de l'eau, la cuve peut subir un phénomène de corrosion. Pour $7 < \text{pH} < 9$, le fer solide Fe(s) réagit avec l'eau et conduit à la formation d'ions fer(II) $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$, qui a leur tour réagissent avec le dioxygène $\text{O}_2(\text{g})$ pour former de la rouille $\text{Fe}_2\text{O}_3(\text{s})$.

Q 1. Établir l'équation de la réaction menant des ions fer(II) $\text{Fe}^{2+}(\text{aq})$ à la formation de rouille $\text{Fe}_2\text{O}_3(\text{s})$.

La première protection de la cuve contre la rouille est son émaillage, mais l'émail possède naturellement des micro-porosités où la corrosion peut s'amorcer. C'est pourquoi on trouve dans tout chauffe-eau un système de protection supplémentaire contre la corrosion. Une possibilité réside en la présence d'une électrode de magnésium dite « sacrificielle ».

On s'intéresse à la stabilité du magnésium solide Mg(s) dans l'eau et dans le dioxygène. On considère les espèces Mg(s) , $\text{Mg}^{2+}(\text{aq})$ et $\text{Mg(OH)}_2(\text{s})$ dans le diagramme E -pH du magnésium de la figure III-2 à la concentration de tracé de $C_t = 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ à 298 K.

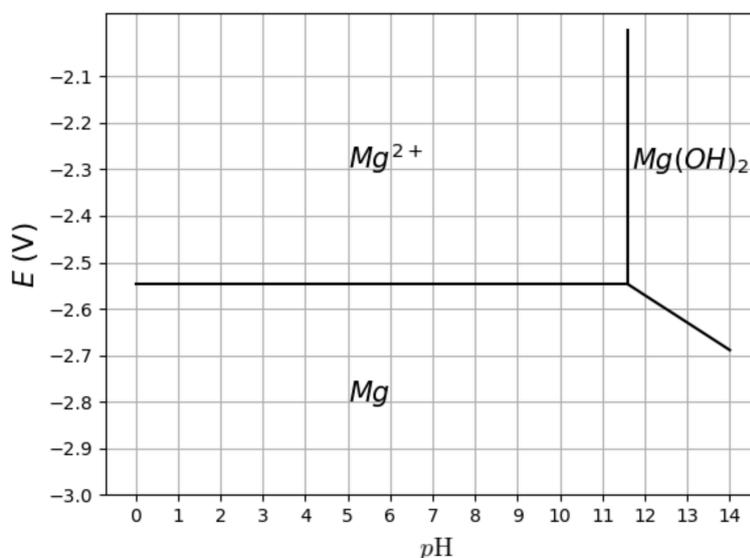


FIGURE III-2 – Diagramme E -pH du magnésium

Q 2. Justifier la position relative de chacune des espèces sur le diagramme E -pH de la figure III-2.

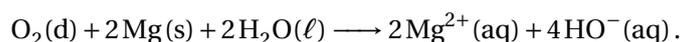
Q 3. Déterminer, par le calcul, l'équation de la frontière séparant $\text{Mg}^{2+}(\text{aq})$ et Mg(s) . Est-ce en accord avec le diagramme ?

Q 4. Déterminer, par le calcul, la pente de la frontière séparant $\text{Mg(OH)}_2(\text{s})$ et Mg(s) .

Q 5. On suppose qu'une variation de température modifie peu les frontières. Conclure sur la stabilité du magnésium dans l'eau et dans le dioxygène.

La cuve d'un chauffe-eau en acier est ainsi reliée à une électrode sacrificielle de magnésium qui plonge dans l'eau de la cuve. Le métal le plus réducteur sert alors d'anode et le moins réducteur de cathode. La surface de la cathode se charge en électrons. À l'interface cathode/eau, le dioxygène dissous dans l'eau de la cuve $\text{O}_2(\text{d})$ se réduit mais le métal reste intact.

L'équation de la réaction totale qui se produit au sein de la cuve, écrite en milieu basique, est



Ce phénomène est analogue à une pile en court-circuit, dont un schéma est fourni sur la figure III-3.

Q 6. Rappeler la définition d'une anode.

Q 7. Quel rôle joue l'électrode de magnésium (anode ou cathode) ? Justifier.

Q 8. En déduire la demi-équation d'oxydo-réduction qui se déroule au niveau de l'anode et celle qui se déroule au niveau de la cathode.

Q 9. Associer, à chaque numéro de 1 à 7 de la figure III-3, le terme manquant sur les lignes en pointillés, en choisissant parmi les termes suivants : *anode*, *cathode*, *sens des électrons*, *sens du courant électrique*, Mg^{2+} , $\text{O}_2(\text{d})$ et HO^- .

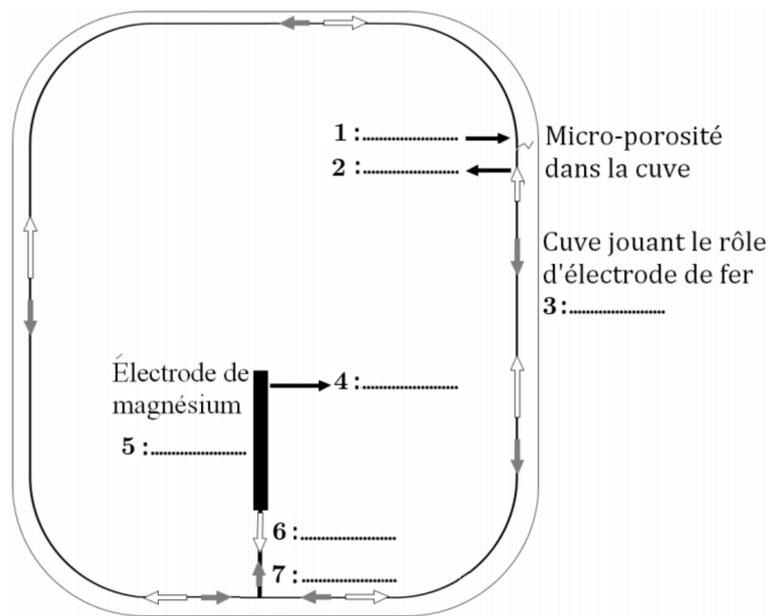


FIGURE III-3 – Cuve en acier avec une électrode de magnésium

Q 10. Justifier le nom d'électrode sacrificielle donné à l'électrode de magnésium.

Au bout d'un certain temps l'électrode a totalement disparu et le chauffe-eau ne dispose plus de système de protection : la corrosion peut survenir. Elle doit donc être chang e régulièrement. La fréquence de remplacement varie selon le type d'eau et peut varier de quelques mois à plusieurs années. Il est donc difficile de connaître précisément le besoin de remplacement mais il est cependant possible de l'estimer.

Q 11. Au contact du magnésium, la cuve est parcourue par une densité de courant de l'ordre de $j_e = 50 \text{ mA} \cdot \text{m}^{-2}$. Estimer la durée de vie en jours de l'électrode de magnésium.

Données relatives à la cuve

Surface intérieure de la cuve du chauffe-eau : $S_c = 3,0 \text{ m}^2$

 lectrode de magnésium : $V = 2,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3$

Masse molaire du magnésium : $M(\text{Mg}) = 24,3 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Masse volumique du magnésium $\rho(\text{Mg}) = 1,74 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

Faraday : $1 \text{ F} = 96500 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$