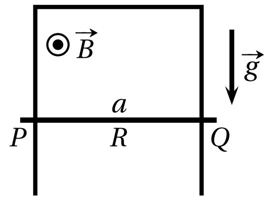
TD d'électromagnétisme — Induction (révisions)

1 — Chute d'une barre



Un circuit vertical sans résistance est plongé dans un champ magnétique. Ce circuit est fermé par un barreau de longueur a et de résistance R en chute libre au contact des rails verticaux.
On lâche le barreau sans vitesse initiale. Montrer qu'il atteint une vitesse limite quand $t \to \infty$.

2 — Interaction de deux tiges

Deux tiges T_1 et T_2 identiques, de masse m, sont mobiles sans frottement sur deux rails parallèles distants de d, situés dans un plan horizontal. Un champ magnétique permanent, uniforme et vertical règne en tout point. À l'instant initial, la tige T_1 est animée d'une vitesse $\vec{v}_0$, tandis que T_2 est immobile. La résistance électrique de chaque tige est égale à $R/2$, et on néglige la résistance des rails. Les frottements mécaniques sont négligés.

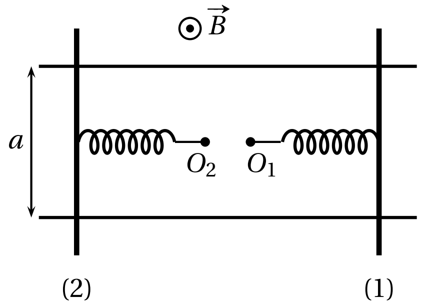
1. Par une analyse qualitative, prévoir l'évolution du système.

2. Établir l'expression de la loi de variation de chacune des vitesses au cours du temps.

3. Quel est l'état du mouvement après une durée suffisamment longue ?

4. Faire une étude énergétique.

3 — Mouvement de deux tiges



Le circuit formé par les rails a une résistance R. Les barres sont de masse m. Les ressorts sont de raideur k. Le champ $\vec{B}$ est uniforme.
Les conditions initiales sont $x_1(0) = X_{10}$, $x_2(0) = 0$, $\dfrac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t}(0) = \dfrac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t}(0) = 0$.
Les positions x_1 et x_2 sont repérées par rapport aux ressorts au repos.
Trouver les équations du mouvement et les résoudre en régime permanent (poser $u = x_1 + x_2$ et $v = x_1 - x_2$).

4 — Arrêt d'une spire

Une spire circulaire homogène, conductrice, de masse m, de rayon a, de résistance R, est suspendue à un fil isolant ne s'opposant pas à la torsion. Le moment d'inertie de la spire autour d'un axe de symétrie de celle-ci dans un plan contenant la spire est $J = \frac{1}{2}ma^2$. Il existe un champ magnétique uniforme partout où évolue la spire.
On note α l'angle que fait la normale à la spire avec le champ magnétique. À l'instant initial, $\alpha = 0$ et $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_0$.

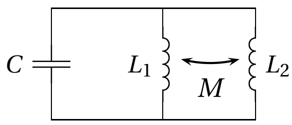
1. Déterminer l'équation du mouvement.

2. On note α_{f} l'angle pour lequel la spire s'arrête. Montrer que cet angle est unique. Trouver la valeur à donner au champ magnétique pour que la spire s'arrête au bout d'un quart de tour : $\alpha_{\mathrm{f}} = \dfrac{\pi}{2}$.

3. On donne $a = 5{,}0$ cm ; $\dot{\alpha}_0 = 2\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$; $R = 40\ \mathrm{m\Omega}$ et $m = 2{,}0$ g. Calculer numériquement B.

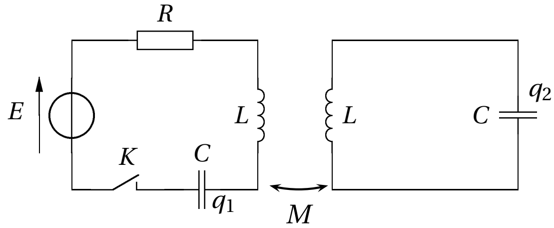
5 — Évolution d'un circuit avec couplage

Étudier l'évolution du circuit suivant où les inductances pures ont pour inductances propres respectives L_1 et L_2 et pour inductance mutuelle M, sachant que la charge initiale est Q_0 et qu'il n'y a aucun courant initial.



6 — Oscillateurs couplés par inductance mutuelle

L'interrupteur K est fermé à $t = 0$. Les condensateurs sont initialement déchargés. On pose $k = M/L$, avec $0 < k < 1$. Les deux bobines et les condensateurs sont identiques.



1. Déterminer l'évolution des charges $q(t)$ et $q'(t)$ si R est négligée.

2. Reprendre l'étude sans négliger R.