

Électromagnétisme Bilan de Poynting de l'énergie électromagnétique

Bilan global d'énergie

Dans un domaine de l'espace de volume \mathcal{V} où règne un champ électromagnétique $[\vec{E}(M, t), \vec{B}(M, t)]$, ce champ porte une énergie électromagnétique. Pendant une durée dt , cette énergie peut varier selon deux modes :

- une énergie $\mathcal{P}_{\text{cédée}} dt$ peut être cédée à la matière contenue dans \mathcal{V} ;
- une énergie $\mathcal{P}_{\text{rayonnée}} dt$ peut être échangée avec l'extérieure à travers la frontière Σ entourant \mathcal{V} .

Le bilan d'énergie s'écrit sous la forme générale

$$\frac{dU_{\text{em}}}{dt} = -\mathcal{P}_{\text{rayonnée}} - \mathcal{P}_{\text{cédée}}.$$

- La surface fermée Σ étant conventionnellement orientée vers l'extérieur, une puissance rayonnée positive est *perdue* par le champ électromagnétique intérieur à Σ , d'où le signe « - ».
- Une puissance cédée positive, $\mathcal{P}_{\text{cédée}} > 0$, correspond à une puissance *reçue* par la matière à l'intérieur de Σ , donc *perdue* par le champ électromagnétique, d'où le signe « - ».

Énergie portée par le champ

Un champ électromagnétique porte une énergie électromagnétique avec la densité volumique

$$u_{\text{em}}(M, t) = \varepsilon_0 \frac{\vec{E}^2(M, t)}{2} + \frac{\vec{B}^2(M, t)}{2\mu_0}.$$

L'énergie contenue dans un volume \mathcal{V} s'écrit $U_{\text{em}}(t) = \iiint_{M \in \mathcal{V}} u_{\text{em}}(M, t) d\tau_M$.

Puissance cédée à la matière

La puissance volumique cédée à la matière par le champ électromagnétique s'écrit

$$p_{\text{cédée}}(M, t) = \vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}(M, t).$$

Puissance rayonnée

La puissance rayonnée à travers une surface $d\vec{S}$ s'écrit comme le flux du **vecteur densité de courant d'énergie électromagnétique**, appelé vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$:

$$d\mathcal{P}_{\text{rayonnée}} = \vec{\Pi}(M, t) \cdot d\vec{S}_M \quad \text{avec} \quad \vec{\Pi}(M, t) = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0}.$$

- L'intensité $\|\vec{\Pi}\|$ du vecteur de Poynting s'exprime en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Équation locale de Poynting

Le bilan d'énergie s'écrit sous la forme locale

$$\frac{\partial u_{\text{em}}}{\partial t}(M, t) = -\text{div} \vec{\Pi}(M, t) - \vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}(M, t).$$

- Ce bilan peut s'établir à partir des équations de Maxwell.