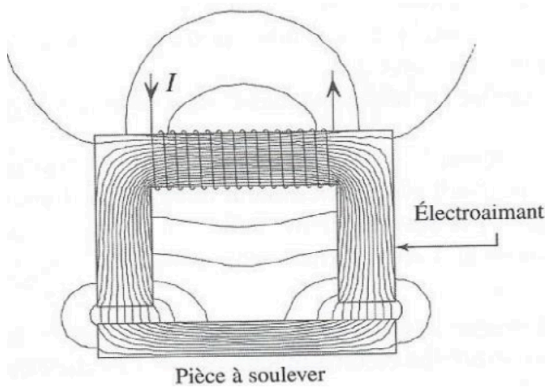


# TD de conversion de puissance n° 3 Contacteur électromagnétique

## 1 — Électroaimant de levage

Un électroaimant de levage destiné à soulever des pièces métallique est formé d'un demi noyau magnétique sur lequel sont bobinées  $N$  spires parcourues par un courant d'intensité  $I$ . Les extrémités à l'air du noyau sont dirigées vers la pièce à soulever taillée dans un matériau magnétique.



La section  $S$  du noyau magnétique est un carré de côté  $a = 2 \text{ cm}$  et porte  $N = 1000$  spires. Les longueurs d'une ligne de champ moyenne dans le noyau de l'électroaimant et dans la pièce à soulever, de perméabilité magnétiques relatives respectives  $\mu_{r1} = 2000$  et  $\mu_{r2} = 500$  valent respectivement  $\ell_1 = 20 \text{ cm}$  et  $\ell_2 = 10 \text{ cm}$ . La section  $S_p$  du circuit magnétique à l'intérieur de la pièce vaut environ  $2S$ .

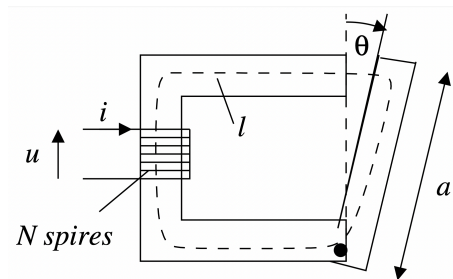
1. La bobine est alimentée par une source de tension délivrant  $U_0$  constante, qui délivre un courant  $I = 1 \text{ A}$ . Calculer la masse maximale que peut soulever cet électroaimant.
2. La masse de la pièce à soulever vaut  $4 \text{ kg}$ . Calculer, à l'équilibre, l'épaisseur de l'entrefer. Analyser l'évolution de l'épaisseur lorsque la masse augmente.
3. On approche l'électroaimant précédent de plusieurs pièces, de forme comparable à celle étudiée, ces pièces étant en aluminium, en cuivre, en acier. L'électroaimant est sans effet sur certaines pièces, et en soulève d'autres de masse égale à  $20 \text{ kg}$ . Expliquer.

## 2 — Couple exercé sur une barre mobile

Le circuit magnétique suivant est constitué d'un matériau magnétique linéaire de grande perméabilité relative.

La longueur moyenne du matériau vaut  $\ell$  et sa section, supposée constante, vaut  $S$ . Il comporte une partie de longueur  $a$ , mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan de la figure.

On suppose  $\theta \ll 1 \text{ rad}$ .



1. Déterminer l'expression du champ magnétique dans l'entrefer, et montrer que l'inductance propre du système a pour expression

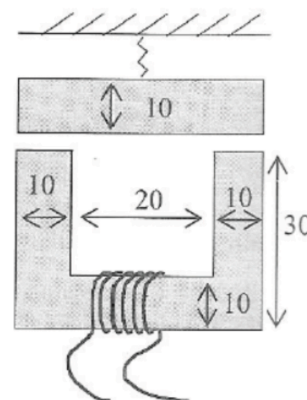
$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\frac{\ell}{\mu_r} + a\theta}$$

2. En déduire l'expression du couple s'exerçant sur la partie mobile.

## 3 — Électroaimant

On considère l'électroaimant suivant, dont les dimensions sont en mm. Sa profondeur dans la direction perpendiculaire au plan de la figure est de  $10 \text{ mm}$ .

La figure est dans un plan horizontal.

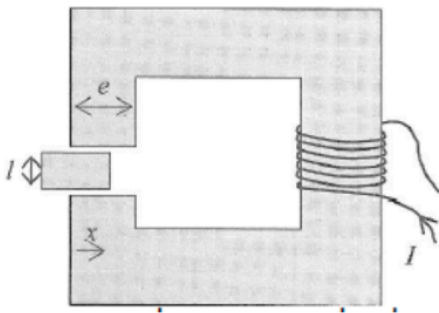


La perméabilité relative du noyau est de 1500. Le ressort maintient la partie mobile dans une position telle que l'on ait un entrefer  $e = 3 \text{ mm}$ .

1. Exprimer l'énergie magnétique  $\mathcal{E}_m$  emmagasinée par la bobine en fonction du flux  $\Phi$  magnétique à travers une section du circuit magnétique, du nombre  $N$  de spires et du courant  $I$  traversant l'enroulement.
2. Exprimer le champ magnétique en un point de l'électroaimant.
3. Donner l'inductance en fonction de  $e$ .
4. Exprimer l'intensité  $F$  de la force de rappel en fonction de  $e$ .
5. Le ressort crée une force  $F_r$  égale à  $5 \text{ N}$  pour  $e = 3 \text{ mm}$ . La bobine étant constituée de 200 spires, calculer l'intensité du courant pour que la partie mobile commence à effectivement se déplacer.
6. Quel est l'intérêt d'avoir un ressort pour ce type de contacteur?

### 4 — Oscillateur magnétique

Un milieu magnétique de perméabilité relative  $\mu_r$  quasi-infinie, de section carré constante de côté  $e$ , contient un entrefer de largeur  $\ell + \delta$  avec  $\delta \ll \ell$ , dans lequel peut se glisser une pièce de milieu identique, de masse  $m$ , de même section carrée et de largeur  $\ell$ .



Une bobine comportant  $N$  spires parcourues par un courant  $I$  enlace le milieu magnétique. On repère la pièce par sa position  $x(t)$ . À l'instant  $t = 0$ , la pièce se trouve en  $x(0) = e/4$  sans vitesse initiale.

On supposera qu'il n'y a pas de frottement et on admettra que le champ magnétique est négligeable dans la partie de la pièce située hors de l'entrefer.

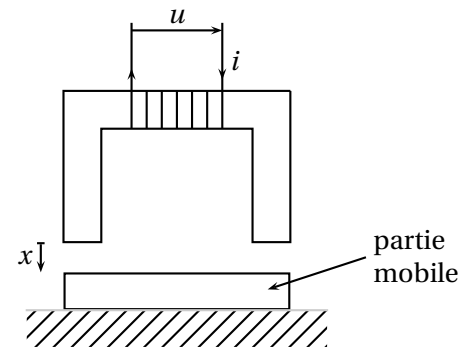
1. Déterminer l'expression de l'énergie magnétique du circuit et en déduire l'expression de la force s'exerçant sur le contacteur lorsque  $0 < x < e$ .

2. Faire de même lorsque  $e < x < 2e$ .
3. Justifier que la pièce aura un mouvement périodique.
4. Déterminer la période du mouvement.

### 5 — Pic de courant dans un relais à palette

On considère un convertisseur à mouvement linéaire, constitué d'un noyau fixe en forme de U et d'une palette mobile, tous deux en fer doux de section  $S$ .

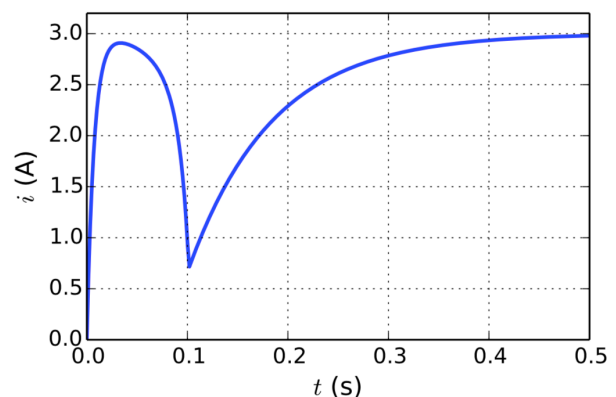
Ces deux parties forment un circuit magnétique d'entrefer  $x(t)$  dont on considérera la canalisation parfaite des lignes de champ. Le fer doux est un matériau de grande perméabilité relative  $\mu_r$ .

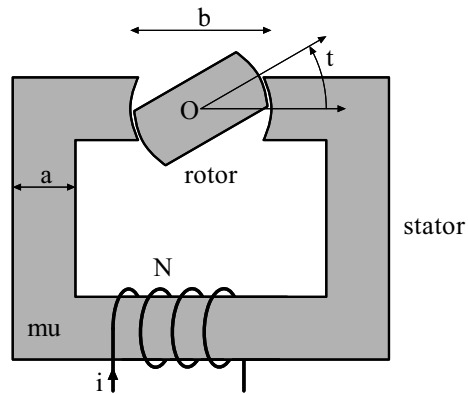
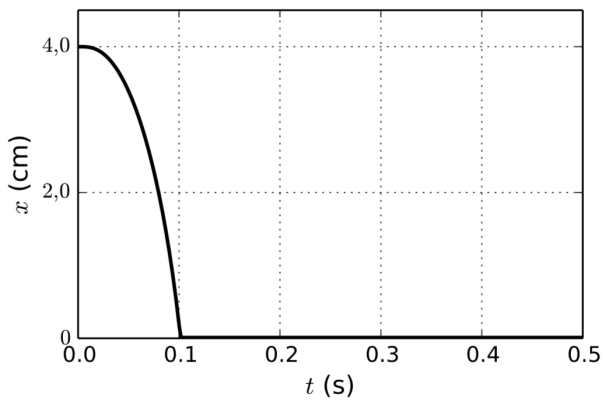


La longueur moyenne totale de l'aimant en U et de la palette est noté  $\ell$ . La palette a une masse  $m$ .

Un bobinage enroulé autour de  $N$  est; à partir de  $t = 0$ , alimenté par la tension continue  $U$  et parcourue par le courant  $i(t)$ . On note  $R$  la résistance de l'enroulement constitué de  $N$  spires.

La palette étant initialement posée sur un support, on alimente le bobinage partit de l'instant  $t = 0$ . On donne les courbes de simulation du courant et de la position de la palette au cours du temps :





Données :  $U = 30 \text{ V}$ ,  $N = 500$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $\mu_r = 200$ ,  $R = 10 \Omega$ ,  $S = 0,020 \text{ m}^2$ , espacement initial  $x(0) = e = 4,0 \text{ cm}$ ,  $\ell = 1,5 \text{ m}$  et  $m = 10 \text{ kg}$ .

1. Établir le système d'équations différentielles couplées satisfait par  $i(t)$  et  $x(t)$ .

2. On distingue trois phases dans le mouvement.

2.a) Pendant la 1<sup>re</sup> phase, la palette reste posée sur le support. Déterminer la durée caractéristique de cette phase et comparer avec les graphes.

2.b) Décrire ce qu'il se passe à la 2<sup>e</sup> phase; expliquer qualitativement la variation du courant dans le circuit.

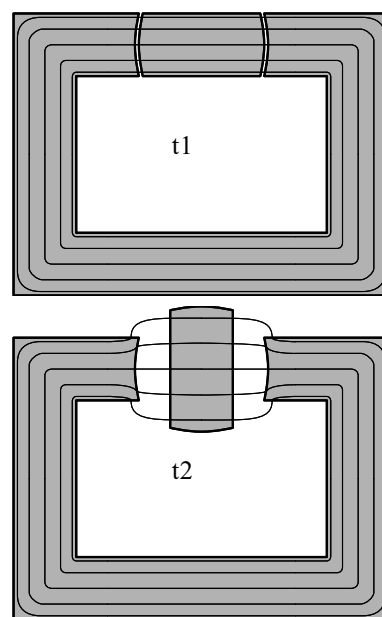
2.c) Que se passe-t-il pour  $t > 0,1 \text{ s}$ ? Déterminer la durée caractéristique de cette phase.

3. Quelle est la valeur minimale de  $U$  pour que la palette puisse rester plaquée contre le noyau? Est-ce vérifié ici?

## 6 — Moteur à réluctance variable

Un moteur à réluctance variable (MRV) est constitué d'un stator en fer doux de perméabilité  $\mu_r \gg 1$ , muni d'un enroulement de  $N$  spires parcouru par l'intensité  $i$ . Le rotor, également en fer doux, peut tourner autour d'une liaison pivot d'axe  $(O, \vec{e}_z)$ . La section du circuit magnétique est carrée de côté  $a$ . On note  $\ell_m$  la longueur totale du circuit magnétique pour  $\theta = 0$  et  $b$  la longueur du rotor. L'entrefer, noté  $e$ , est supposé très inférieur à  $a$ ,  $b$ ,  $\ell_m$ .

1. On représente l'allure des lignes de champ magnétique pour  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi/2$ .



Exprimer les inductances propres  $L_M$  et  $L_m$  pour ces deux configurations respectives en considérant que la norme du champ magnétique est approximativement uniforme par morceaux dans le fer et dans l'air. Simplifier ces expressions dans le cas  $b = 2a$  et comparer  $L_M$  à  $L_m$ .

2. Quelle est la période de la fonction  $L(\theta)$ ? On modélise  $L(\theta)$  par une fonction sinusoïdale variant entre  $L_m$  et  $L_M$ . Donner son expression.

3. Soit  $\mathcal{E}_{ma} = \frac{1}{2}L(\theta)i^2$  l'énergie magnétique du système. On admet que le moment  $\Gamma$  du couple s'exerçant sur le rotor est donné par la relation

$$\Gamma = \left( \frac{\partial \mathcal{E}_{ma}}{\partial \theta} \right)_i$$

Dans le cas où le courant est constant, quel est le couple moyen? Que peut-on en conclure pour la réalisation d'un moteur?

4. Le principe d'alimentation d'un moteur à réductance variable est d'injecter un courant quand la dérivée  $\frac{dL}{d\theta}$  est positive, et de ne pas injecter de courant quand cette dérivée est négative afin d'annuler le couple instantané. Cette alimentation est possible par l'utilisation d'un onduleur, qui permet d'obtenir un créneau d'intensité  $I = I_{\max}$  ou  $I = 0$ . Déterminer les angles pour lesquels un courant doit être injecté. En déduire la valeur du couple moyen en fonction de  $I = I_{\max}$ ,  $L_M$  et  $L_m$ .

5. On peut aussi choisir de faire tourner le moteur en appliquant un courant alternatif intensité  $i(t) = \sqrt{2}I_{\text{eff}} \cos(\omega t + \varphi)$ . En considérant que la position angulaire du rotor est décrite par la relation  $\theta = \Omega t$ , avec  $\Omega > 0$ , préciser les conditions qu'il faut appliquer à  $\omega$  et  $\varphi$ .

## 7 — Train à sustentation magnétique

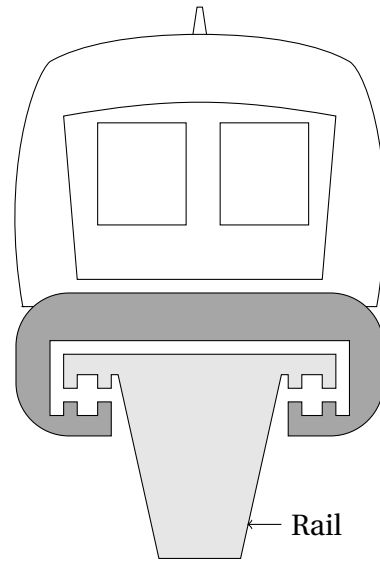
Un train à sustentation magnétique utilise les forces magnétiques pour léviter au dessus de la voie; il n'est donc pas en contact avec des rails, contrairement aux trains classiques. Ce procédé permet de supprimer la résistance au roulement et d'atteindre des vitesses élevées.

On étudie ici le Transrapid, développé en Allemagne : c'est un train à sustentation électromagnétique dans lequel le train lévite par attraction grâce à des aimants.

La seule réalisation commerciale du Transrapid est à l'heure actuelle la ligne de 30 kilomètres qui fonctionne depuis 2004 entre Shanghai et son aéroport international de Pudong. Le trajet s'effectue en moins de 8 minutes, à la vitesse moyenne de 245 km/h. Sur ce parcours le train atteint la vitesse de 430 km/h, il a la capacité d'accélérer de 0 à 350 km/h en 2 minutes.

Les hypothèses d'étude sont les suivantes :

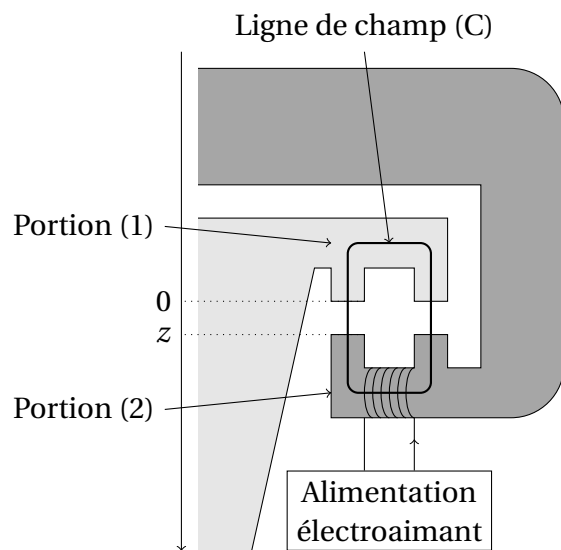
- les milieux ferromagnétiques sont supposés doux;
- on néglige les pertes par courants de Foucault;
- toutes les lignes de champ sont canalisées par le circuit magnétique.



Vue de face

On note :

- $\vec{B}_1$  le champ magnétique dans la portion (1);
- $\vec{B}_2$  le champ magnétique dans la portion (2);
- $\vec{B}_a$  le champ magnétique dans les entrefers;
- $z$  la largeur, variable, des entrefers entre les deux portions ferromagnétiques du circuit magnétique (l'origine  $O$  sur l'axe descendant ( $O, \vec{u}_x$ ) est choisie sur le rail fixe);
- $\ell$  la longueur moyenne de la partie de la ligne de champ (C) située à l'intérieur des portions ferromagnétiques (1) et (2) du circuit.



Système de sustentation (demi-coupe)

1. Définir l'excitation magnétique  $\vec{H}$  et donner l'expression reliant le vecteur  $\vec{H}$  au champ magnétique

tique  $\vec{B}$  dans la matière et à l'aimantation  $\vec{M}$  de la matière.

**2.** Rappeler les équations de Maxwell valables dans un milieu ferromagnétique dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

**3.** Établir les relations entre  $\vec{B}_1$ ,  $\vec{B}_2$  et  $\vec{B}_a$ .

**4.** À quelle condition, supposée vérifiée ici, les lignes de champ restent-elles parallèles dans l'entrefer?

**5.** Quelle est la relation entre la champ magnétique  $\vec{B}$  et l'excitation magnétique  $\vec{H}$  dans un ferromagnétique doux? Définir la perméabilité relative et en donner un ordre de grandeur pour un ferromagnétique doux.

**6.** Exprimer  $\vec{B}_2$  en fonction de  $\ell$ ,  $z$ ,  $N$ ,  $i$ ,  $\mu_0$  et  $\mu_r$ . Simplifier cette écriture en utilisant la question 5.

On rappelle que la force électromagnétique s'exerçant sur une partie mobile d'un circuit magnétique, parcouru par un courant d'intensité  $i$ , en

translation suivant la direction  $\vec{u}_z$  :

$$F_{em} = \left( \frac{\partial E_m}{\partial z} \right)_i,$$

où  $E_m$  est l'énergie magnétique.

**7.** Établir l'expression de l'inductance propre  $L(z)$  du bobine. En déduire la force électromagnétique  $F_{em}$  s'exerçant sur la rame.

**8.** Calculer la masse  $m$  qui peut ainsi être mise en sustentation à une distance  $\delta = 10$  mm du rail pour un électroaimant alimenté avec un courant d'intensité  $i_e = 10$  A.

**9.** Une rame a une masse d'environ 180 tonnes. En déduire le nombre d'électroaimants nécessaires pour la sustentation de la rame. On donne :  $N = 1000$ ,  $S = 0,50$  m<sup>2</sup>.

**10.** Montrer que le système de sustentation électromagnétique est instable.

On donne la perméabilité magnétique du vide  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H · m<sup>-1</sup>.