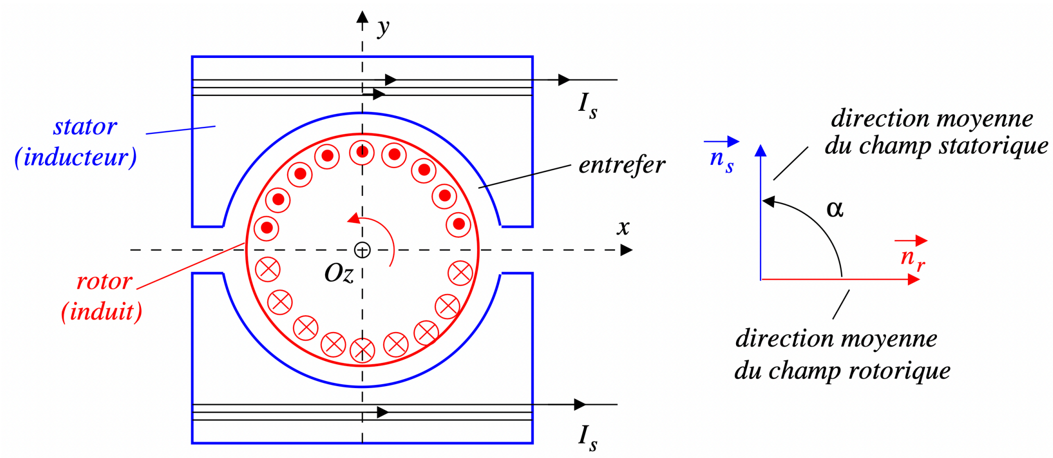
Conversion de puissance — IV — Machine à courant continu (3)

1 — Structure d'une machine à courant continu à pôles lisses

Une machine à courant continu est constituée par :

un stator appelé **inducteur**, qui génère un champ magnétique radial dans l'entrefer, dont la direction moyenne est selon $\vec{u}_y$;

un rotor appelé **induit**, comportant des encoches parallèles à son axe, permettant d'y placer les conducteurs de l'enroulement, alimenté par un courant I_r **continu**. Le champ magnétique créé a pour direction moyenne $\vec{u}_x$ quand les courants sont répartis comme représentés sur la figure



➤ Le stator peut être constitué :

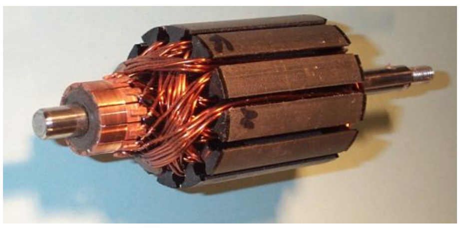
— par une carcasse en milieu ferromagnétique doux comportant des enroulements parcourus par un courant d'intensité I_s constante ;

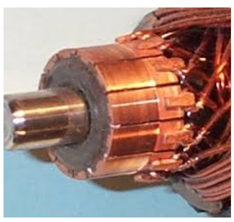
— par un aimant permanent pour les petits moteurs.

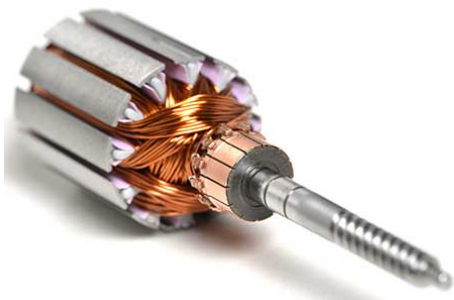
2 — Rôle du collecteur

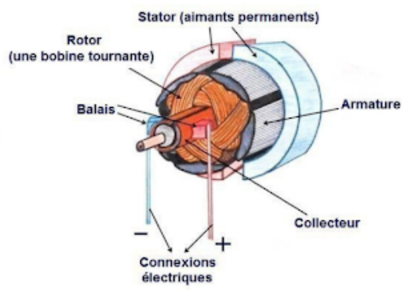
Avec la structure représentée précédemment, les champs statorique et rotorique sont perpendiculaires entre eux. On veut maintenir le champ rotorique selon $\vec{e}_x$ quand le rotor est en rotation. Il faut donc maintenir l'alimentation en courant des spires comme sur la figure (intensité selon $\vec{e}_z$ pour les spires situées dans la moitié $y > 0$ et selon $-\vec{u}_z$ pour les spires situées dans la moitié $y < 0$).

Le **collecteur** permet d'assurer un même sens de l'intensité du courant à travers tous les fils des enroulements situés du même côté du plan neutre $y = 0$ (sur la figure).









Le collecteur est un commutateur rotatif constitué de balais glissant sur des lames conductrices connectées aux enroulements.

➤ Le collecteur est le point faible du moteur à courant continu : le frottement entraîne une usure des balais qu'il faut régulièrement remplacer.

3 — Couple et fcém

3.1 Couple

On peut considérer que le collecteur permet d'assurer un synchronisme constant entre le champ rotorique et le champ statorique, quelle que soit la position angulaire du rotor, ces deux champs ayant une position moyenne constante.
Nous pouvons donc exprimer le couple par analogie avec le moteur synchrone, avec un angle entre les champs statorique et rotorique $\alpha = \pi/2$:

$$\Gamma = \frac{V}{2\mu_0} B_{\mathrm{sm}} B_{\mathrm{rm}} \sin\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

L'amplitude du champ rotorique B_{rm} est proportionnel à l'intensité i qui circule dans les bobinages. On peut donc écrire

$$\boxed{\Gamma = \Phi_0 I_{\mathrm{r}}}$$

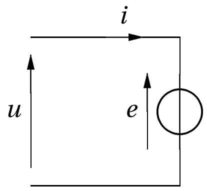
où Φ_0 est une constante de couplage, homogène à un flux magnétique (Φ_0 s'exprime en weber), dépendant de la géométrie de la machine et proportionnelle au champ statorique B_{sm}.

3.2 Force contre-électromotrice

La puissance mécanique reçue par le rotor est

$$\mathcal{P}_{\text{méca}} = \Gamma\Omega$$

où Ω est la vitesse de rotation du rotor.
Les spires du rotor tournant dans le champ stationnaire créé par le stator, il est le siège d'un phénomène d'induction de Lorentz (circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire).
Il apparaît donc une fém induite e dans l'enroulement du rotor, qui reçoit la puissance électrique $\mathcal{P}_{\text{élec}} = ui = -ei$. On définit la force contre-électromotrice $E = -e$, d'où $\mathcal{P}_{\text{élec}} = Ei$.



La conversion de puissance électromécanique est idéale : $\mathcal{P}_{\text{élc}} = \mathcal{P}_{\text{méca}}$, soit $Ei = \Gamma\Omega$. Avec $\Gamma = \Phi_0 i$, on en déduit $E = \Phi_0\Omega$.

La vitesse de rotation du moteur à courant continu est relié à la fcém apparaissant dans l'induit du rotor :

$$E = \Phi_0\Omega.$$

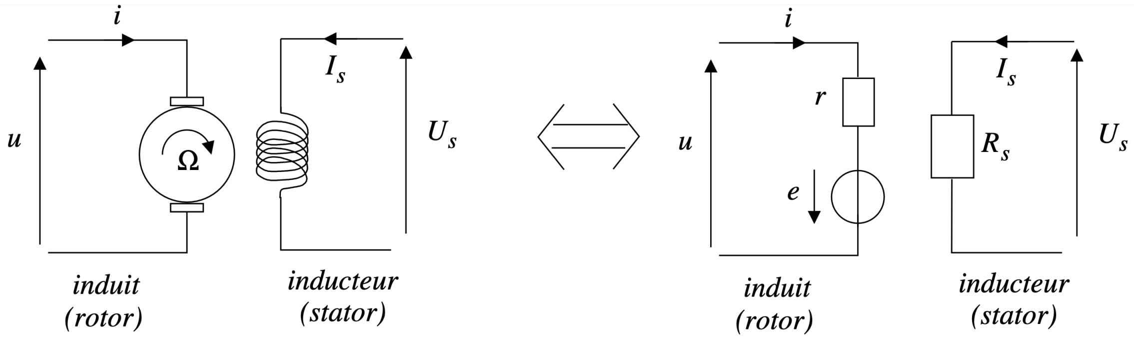
Le couple électro-mécanique appliqué au rotor est relié à l'intensité parcourant les enroulements rotoriques :

$$\Gamma = \Phi_0 I_{\mathrm{r}}.$$

La constante de couplage Φ_0, homogène à un flux magnétique en weber, dépend de la géométrie de la machine et de l'amplitude du champ magnétique créé par le stator (aimant permanent ou électro-aimant).

3.3 Modèle électrique

Le circuit statorique est fixe et est parcouru par un courant permanent. Il n'est le siège d'aucun phénomène d'induction, et est décrit par sa résistance R_s (résistance de l'enroulement statorique).
Le circuit rotorique est caractérisé par sa résistance r et la par fém induite e.
On peut donc modéliser le moteur par les schémas électriques équivalents suivants :



Pour le stator : $\boxed{U_s = R_s I_s}$.
Pour le rotor : $U = R_r I_r - e$ soit $\boxed{U = R_r I_r + E}$.
La puissance électrique reçue par le moteur est

$$\mathcal{P} = U_s I_s + U R_r = R_s I_s^2 + R_r I_r^2 + E I_r \,.$$

Les puissances dissipées par effet Joule dans les enroulements traduisent les pertes cuivre.
Lors de la conversion électro-mécanique entre la puissance électrique Ei reçue par l'induit et la puissance mécanique $\Gamma\Omega$, il faut en réalité prendre en compte les pertes fer (hystérésis et courants de Foucault).
Enfin, les pertes mécaniques (frottements) interviennent à la sortie du rotor, entre la puissance mécanique délivrée et la puissance utile effectivement utilisée.

3.4 Régimes de fonctionnement moteur

3.4.1 Équations différentielles

Équation électrique
On écrit l'équation relative au schéma équivalent de l'induit :

$$U = R_r I_r + L\frac{\mathrm{d}I_r}{\mathrm{d}t} + E \quad \text{avec} \quad E = \Phi_0 \Omega \,.$$

Équation mécanique
On applique le théorème du moment cinétique au rotor, de moment d'inertie J.
Le rotor est soumis au couple électromagnétique $\Gamma_{em} = \Phi_0 I_r$.
Il entraîne une charge mécanique exerçant un couple résistance proportionnel à la vitesse de rotation : $\Gamma_c = -f\Omega$.
On prend en compte un couple résistant de frottement constant $-\Gamma_r < 0$.
On a donc

$$J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t} = \Gamma_{em} - f\Omega - \Gamma_r \quad \text{avec} \quad \Gamma_{em} = \Phi_0 I_r \,.$$

L'équation électrique et l'équation mécanique permettent de décrire les différents modes de fonctionnement possibles.

3.4.2 Démarrage et régime permanent

En régime permanent, le moteur tourne à une vitesse angulaire constante Ω, et l'intensité dans l'induit est constante.
L'équation électrique s'écrit donc

$$U = R_r I_r + \Phi_0 \Omega \,.$$

En fonctionnement à vide, on n'a pas de couple résistant, donc $i = 0$ et la vitesse de rotation est donnée par

$$\Omega_0(u) = \frac{U}{\Phi_0} \,.$$

La vitesse de rotation à vide est commandée par la tension appliquée à l'induit.
En charge, la vitesse angulaire tirée de l'équation électrique s'écrit

$$\Omega(u) = \frac{U}{\Phi_0} - \frac{R_r I_r}{\Phi_0} = \Omega_0(U) - \frac{R_r I_r}{\Phi_0}.$$

Comme r est faible en pratique, $\Omega(u)$ est affine, de pente faible, et on peut considérer $\Omega(u) \approx \Omega_0(U)$: **la vitesse de rotation est contrôlée par la tension.**

Caractéristique $\Gamma(\Omega)$

Comme $\Gamma = \Phi_0 I_r$, on peut exprimer le couple en fonction de la tension U en éliminant $I_r = \frac{U}{R_r} - \frac{\Phi_0}{R_r}\Omega$:

$$\boxed{\Gamma_{em}(U) = \frac{\Phi_0}{R_r}U - \frac{\Phi_0^2}{R_r}\Omega}.$$

Quand le moteur est initialement à l'arrêt, c'est-à-dire pour $\Omega = 0$, le couple est

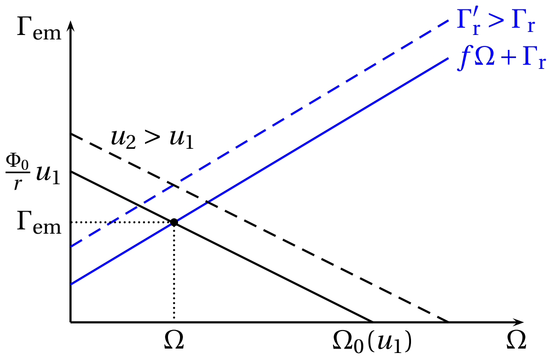
$$\Gamma_{em} = \frac{\Phi_0}{R_r}U.$$

Le moteur à courant continu peut démarrer de façon autonome, contrairement au moteur synchrone.
Le point de fonctionnement du moteur en régime permanent se détermine à partir de l'équation mécanique (pour $\frac{d\Omega}{dt} = 0$ en régime permanent) :

$$\Gamma_{em} = f\Omega.$$

Il correspond donc à l'intersection des droites $f\Omega$ et $\Gamma_{em}(\Omega)$:

Traçons la caractéristique (Ω, Γ_{em}) à tension d'induit U constante.
On voit qu'une augmentation de tension de l'induit se traduit par une augmentation de la vitesse de rotation Ω du point de fonctionnement (pour une charge donnée).
En régime établi, la vitesse de rotation Ω diminue quand le couple résistance augmente.



3.4.3 Régime transitoire

Négligeons l'inductance propre de l'induit et les frottements sur le rotor. L'équation électrique et l'équation mécanique s'écrivent

$$U = R_r I_r + \Phi_0\Omega \quad \text{et} \quad J\frac{d\Omega}{dt} = \Phi_0 I_r - f\Omega.$$

De l'équation électrique, on tire $I_r = \frac{U}{R_r} - \frac{\Phi_0}{R_r}\Omega$, que l'on remplace dans l'équation mécanique, d'où

$$J\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\Phi_0}{R_r}U - \frac{\Phi_0^2}{R_r}\Omega - f\Omega.$$

La vitesse angulaire de rotation vérifie l'équation différentielle

$$\frac{d\Omega}{dt} + \frac{1}{J}\left(\frac{\Phi_0^2}{R_r} + f\right)\Omega = \frac{1}{J}\frac{\Phi_0}{R_r}U.$$

Si on délivre un échelon de tension U à l'induit, la vitesse de rotation tend exponentiellement vers sa valeur en régime permanent avec un temps caractéristique $\tau = \frac{JR_r}{\Phi_0^2 + R_r f}$.

4 — Fonctionnement réversible

La machine à courant continu peut fonctionner en génératrice :

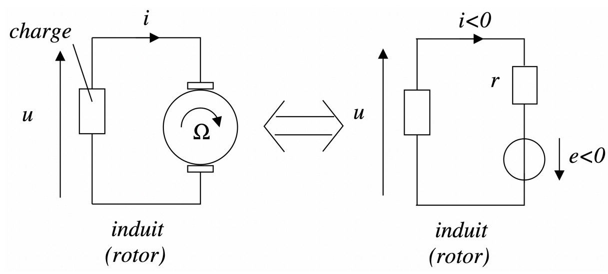
— on entraîne le rotor avec une vitesse angulaire $\Omega > 0$ sous l'effet d'un couple mécanique $\Gamma_{\mathrm{op}} > 0$ appliqué par un opérateur extérieur ;

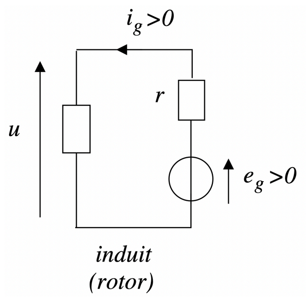
— le rotor étant en mouvement dans le champ statorique constant, il est siège d'un phénomène d'induction de Lorentz : il apparaît une fém induite e et un courant induit i ; on a donc production d'énergie électrique continue aux bornes du rotor.

En régime permanent, le couple mécanique $\Gamma_{\mathrm{op}} > 0$ appliqué sur le rotor est équilibré[1] par le couple électromagnétique Γ_{em}. On a donc $\Gamma_{\mathrm{em}} < 0$.
Avec les notations précédentes, on a

$$\Gamma_{\mathrm{em}} = \Phi_0 I_{\mathrm{r}} \quad \text{et} \quad e = -\Phi_0 \Omega .$$

Comme $\Gamma_{\mathrm{em}} < 0$, on a $I_{\mathrm{r}} < 0$, et comme $\Omega > 0$, on a $e < 0$. On préfère utiliser des grandeurs positives ; aussi change-t-on les orientations électriques relatives à l'induit comme indiqué ci-dessous.





5 — Applications

En moteur Robotique, électroménager, TGV, métro (Paris)…

En générateur Génératrice tachymétrique. Le rotor est branché sur une impédance très élevée (voltmètre), ce qui permet de considérer $I_{\mathrm{r}} = 0$. La tension mesurée est donc $U = \Phi_0 \Omega$; sa mesure permet de déterminer la vitesse de rotation (capteur de vitesse angulaire).

Avantages Faible coût. Vitesse de rotation facile à contrôler ; peu sensible au phénomène de décrochage quand la charge est élevée.

Inconvénient Usure au niveau de la liaison par frottement sur la collecteur.

1. Le théorème du moment cinétique s'écrit alors $0 = \Gamma_{\mathrm{op}} + \Gamma_{\mathrm{em}}$.