

## Centrale PSI 2015 : motorisation et mise au point autofocus

L'autofocus, AF, ou mise au point automatique, permet de régler la netteté de l'image que donne un instrument d'optique. La plupart des appareils photographiques peuvent être couplés à des objectifs comportant une motorisation AF : un moteur (et un dispositif mécanique) va permettre de translater tout ou partie du dispositif optique le long de son axe.

L'objectif EF 50 mm 1:1.8 II, commercialisé fin 1990, possède un micromoteur à courant continu à aimants permanents.

### 1 — Principe d'une machine à courant continu à charge constante

Le rotor est constitué d'un noyau de fer doux, cylindrique, sur lequel sont enroulées  $N$  spires. Chaque spire, représentée sur la figure 1, est rectangulaire, de longueur  $b$  suivant l'axe  $(Oz)$  vertical ascendant et de largeur  $a$ , et est enroulée sur le noyau parallèlement dans un de ses plans de symétrie. Les  $N$  spires sont réparties uniformément sur le périmètre du noyau. L'ensemble {noyau + spires} constitue le rotor. Chaque spire, de résistance  $R_e$ , est reliée à un générateur de tension continue  $U$  par l'intermédiaire de deux électrodes  $A$  et  $C$  et est parcourue par un courant d'intensité  $i$  constante. La position du rotor est repérée par l'angle  $\theta$  de la base orthonormée directe cylindrique  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ . On notera  $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$  la vitesse angulaire de rotation du rotor et  $J$  son moment d'inertie par rapport à  $(Oz)$ . Le rotor est placé dans le champ magnétique stationnaire produit par les aimants permanents constituant le stator. On admettra que, dans le volume situé entre le stator et le noyau du rotor, ce champ est radial et de la forme  $\vec{B} = B_0 \cos\theta \vec{e}_r$  (avec  $B_0 > 0$ ). Le fer doux sera assimilé à un matériau magnétique linéaire, de perméabilité magnétique  $\mu = \mu_r \mu_0$ . On négligera tout phénomène d'autoinduction. Le couplage électromécanique est parfait.

On suppose que le rotor entraîne une charge dont le couple résistant est  $\vec{\Gamma}_R = -\Gamma_R \vec{e}_z$  où  $\Gamma_R$  est une constante positive. À l'instant  $t = 0$ , on a  $\theta(t = 0) = 0$  et  $\Omega(t = 0) = 0$ .

On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction  $f$  continue et positive sur un intervalle  $[a, b]$  est

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

1. Dans un premier temps, on néglige les propriétés magnétiques du fer doux qui est alors assimilé à un milieu non magnétique.

Déterminer, en moyenne sur un tour, le moment par rapport à l'axe  $(Oz)$  du couple électromagnétique subi par le rotor, noté  $\Gamma_{em}$ .

2. En fait, un système permet la commutation de  $A$  et  $C$  à chaque demi-tour du rotor, si bien que le courant  $i$  circule toujours dans le même sens. Quel est ce système ?

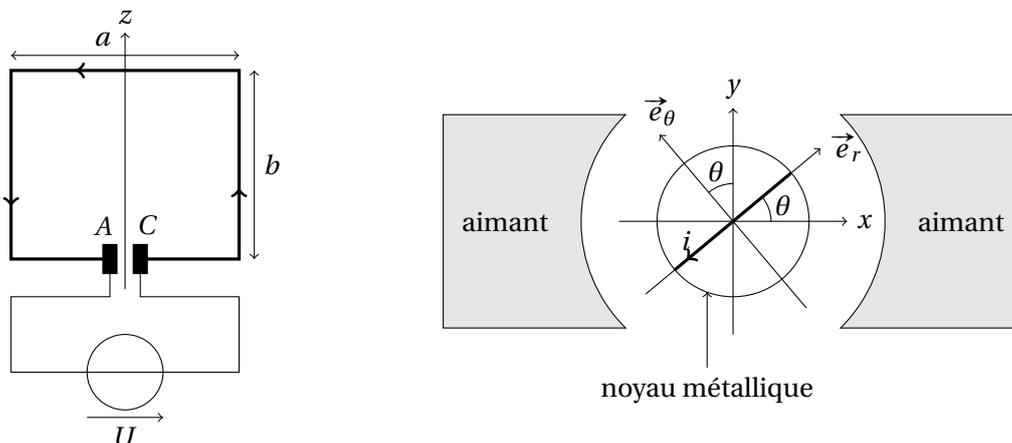


FIGURE 1 –

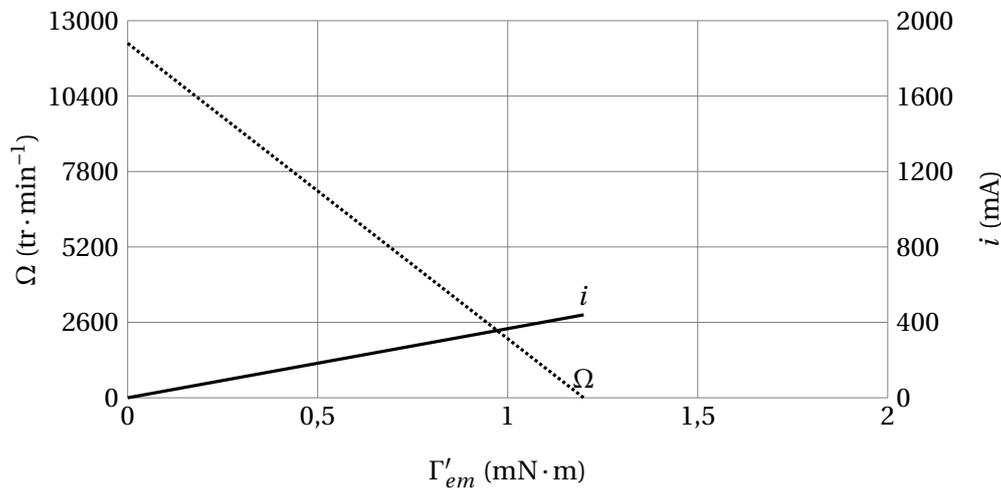


FIGURE 2 – Caractéristiques  $(\Omega, \Gamma'_{em})$  et  $(i, \Gamma'_{em})$  en régime permanent à tension d'induit  $U$  constante

Pour quelles valeurs de  $\theta$  y a-t-il inversion du sens du courant parcourant une spire?

Montrer alors qu'on a  $\Gamma_{em} = K_0 i$  où  $K_0$  est une constante à déterminer en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $N$  et  $B_0$ . Quelle est la dimension de  $K_0$ ?

3. Désormais on prend en compte les propriétés magnétiques du fer doux, qui sera assimilé à un milieu magnétique linéaire de perméabilité magnétique  $\mu = \mu_r \mu_0$  (avec  $\mu_r > 1$ ). À l'intérieur du noyau, le champ magnétique  $\vec{B}_s$  créé par le stator est approximativement uniforme et est orienté selon  $\vec{e}_x$ ; on a ainsi  $\vec{B}_s = B_s \vec{e}_x$  où  $B_s > 0$ .

Justifier que les courants rotoriques, parcourant les spires du rotor, induisent dans le noyau un moment magnétique  $\vec{M}_r$  orienté selon l'axe  $(Oy)$ . En préciser le sens. Justifier que ce moment magnétique est proportionnel à l'intensité  $i$  du courant dans une spire du rotor. En déduire le couple électromagnétique subi par le rotor, noté  $\Gamma'_{em}$  et montrer qu'il est proportionnel à  $i$ .

On pose  $\Gamma'_{em} = K i$ . Comparer les ordres de grandeur de  $K$  et de  $K_0$ .

4. Déterminer la force contre-électromotrice moyenne  $e$  induite dans le rotor en fonction de  $K$  et  $\Omega$ .

5. Déterminer, en fonction de  $K$ ,  $R_e$  et  $U$ , l'expression littérale de la caractéristique  $\Omega = f(\Gamma'_{em})$  en régime permanent de fonctionnement et à tension d'induit  $U$  constante.

6. Déterminer la loi d'évolution  $\Omega(t)$  pour  $t \geq 0$ . Faire de même pour la loi  $\theta(t)$ .

On posera  $\tau = \frac{R_e J}{K^2}$  et  $\Omega_{lim} = \frac{U}{K} - \frac{R_e \Gamma_R}{K^2}$ .

7. À la date  $t = t_0$ , un système d'asservissement vient annuler le courant :  $i(t = t_0) = 0$ , de façon à ce que le moteur puisse s'arrêter. Déterminer les lois d'évolution  $\Omega(t)$  et  $\theta(t)$  pour  $t \geq t_0$ .

8. Pour faire la mise au point, le rotor initialement immobile doit tourner d'un angle  $\theta_{mp}$ .

À la date  $t_{mp}$ ,  $\theta(t = t_{mp}) = \theta_{mp}$  et le rotor est à l'arrêt. Exprimer  $\theta_{mp}$  et la durée de mise au point  $t_{mp}$  en fonction de  $\Gamma_R$ ,  $J$ ,  $t_0$ ,  $\tau$  et  $\Omega_{lim}$ .

## 2 — Application au moteur à courant continu DN12M de la marque Canon®

9. En vous aidant de la figure 2, déterminer  $K$  et  $R_e$  pour le moteur mentionné ci-dessus.

10. Toujours en vous aidant de la figure 2, déterminer le couple de démarrage  $\Gamma_D$  du moteur.

11. On donne  $J = 0,24 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ . Calculer  $U$  et  $\tau$ .

12. Dans les conditions où  $\frac{\Gamma_R}{\Gamma_D} = 0,5$  et  $U = 3,1 \text{ V}$ , déterminer  $\Omega_{lim}$  puis la puissance du moteur en régime permanent.

13. Pour une durée de mise au point  $t_{mp}$  de l'ordre de 100 ms (ordre de grandeur du temps de réponse d'un micromoteur à courant continu associé à un réducteur de vitesse installé dans un objectif Canon®), quel angle  $\theta_{mp}$  peut-on espérer?

## E3A PSI 2016 — Détermination expérimentale des paramètres physiques de la motorisation d'un robot

La robotisation d'un robot est assurée par une machine à courant continu MCC à aimants permanents. La MCC entraîne les roues motrices du robot par l'intermédiaire d'un réducteur. Un capteur de vitesse de rotation placé sur l'arbre de la MCC permet de réaliser un asservissement (non étudié ici) en vitesse du robot.

La mise en place d'un asservissement nécessite une connaissance précise du comportement électrique et mécanique de la motorisation du robot. Pour cela, on réalise plusieurs essais afin d'en déterminer expérimentalement les paramètres caractéristiques :

- $\phi$  constante de proportionnalité entre la force contre-électromotrice  $E$  et la vitesse de rotation angulaire  $\Omega$  : essai à vide;
- $R$  résistance électrique de l'induit : essai à rotor bloqué;
- $L$  inductance d'induit : essai à rotor bloqué;
- $J$  moment d'inertie ramené sur l'arbre de la MCC de l'ensemble des masses que constitue le robot : essai de lâché.

Les caractéristiques de la machine à courant continu sont :

- tension nominale d'induit :  $U_n = 12 \text{ V}$ ;
- courant nominal d'induit :  $I_n = 1,8 \text{ A}$ ;
- vitesse nominale :  $N_n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

### 1 — Essai à rotor bloqué

On effectue un essai à rotor bloqué. L'enregistrement de la tension  $u(t)$  aux bornes de la MCC et du courant  $i(t)$  sont présentés sur la figure 3.

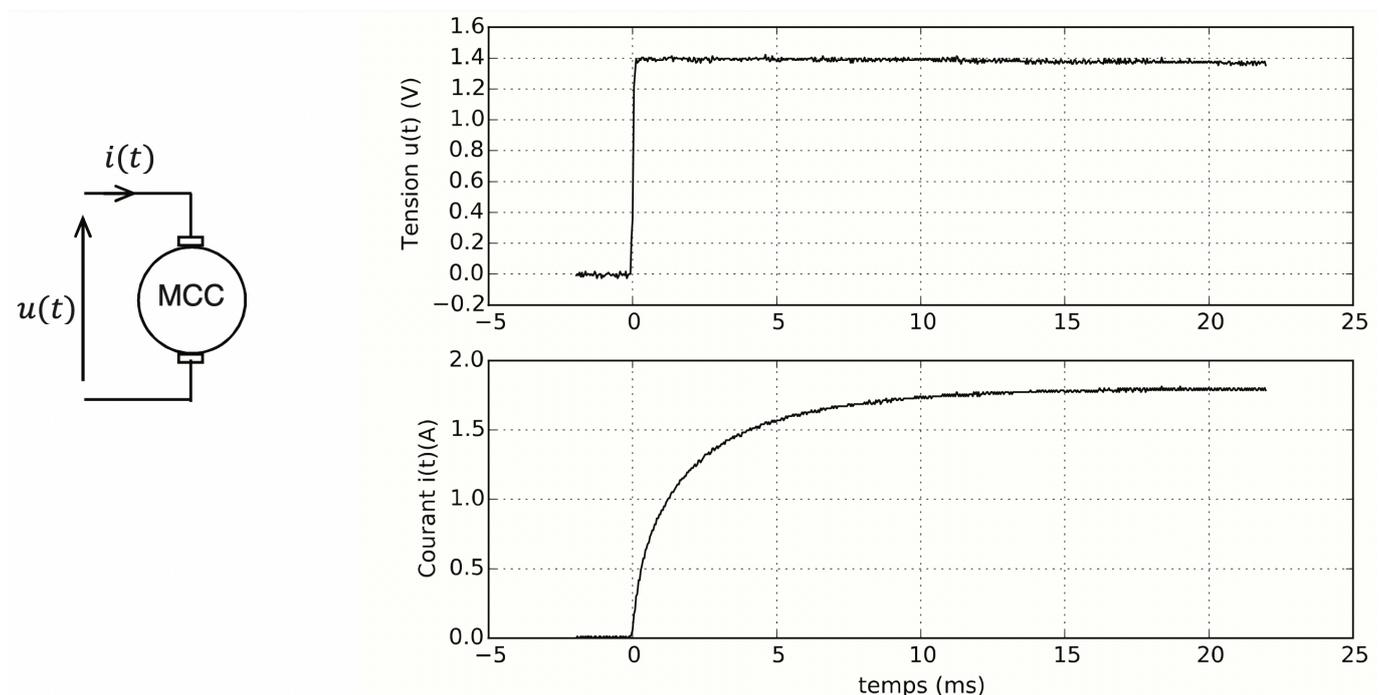


FIGURE 3 – Évolution temporelle de la tension  $u(t)$  et du courant  $i(t)$

1. Donner le schéma électrique équivalent de l'induit d'une MCC dans le cas général puis dans le cadre d'un essai à rotor bloqué.
2. À partir des graphes de  $i(t)$  et  $u(t)$ , proposer et mettre en œuvre une méthode permettant de déterminer la résistance  $R$  et l'inductance  $L$  du bobinage du moteur.
3. Pourquoi cet essai doit-il être réalisé sous tension réduite?

## 2 — Essai de lâché

La MCC est alimentée par une source de tension et tourne à sa vitesse de rotation nominale. À l'instant  $t = 0$ , la MCC est déconnectée de la source de tension. On enregistre l'évolution de sa vitesse angulaire de rotation  $\Omega(t)$ . On note  $C_r = C_{r0} + f\Omega$  le couple de frottement ramené sur l'arbre moteur, où  $C_{r0}$  est le couple de frottement sec et  $f$  le coefficient de frottement visqueux. Le moment d'inertie ramené sur l'arbre de la MCC de l'ensemble des masses que constitue le robot est noté  $J$ .

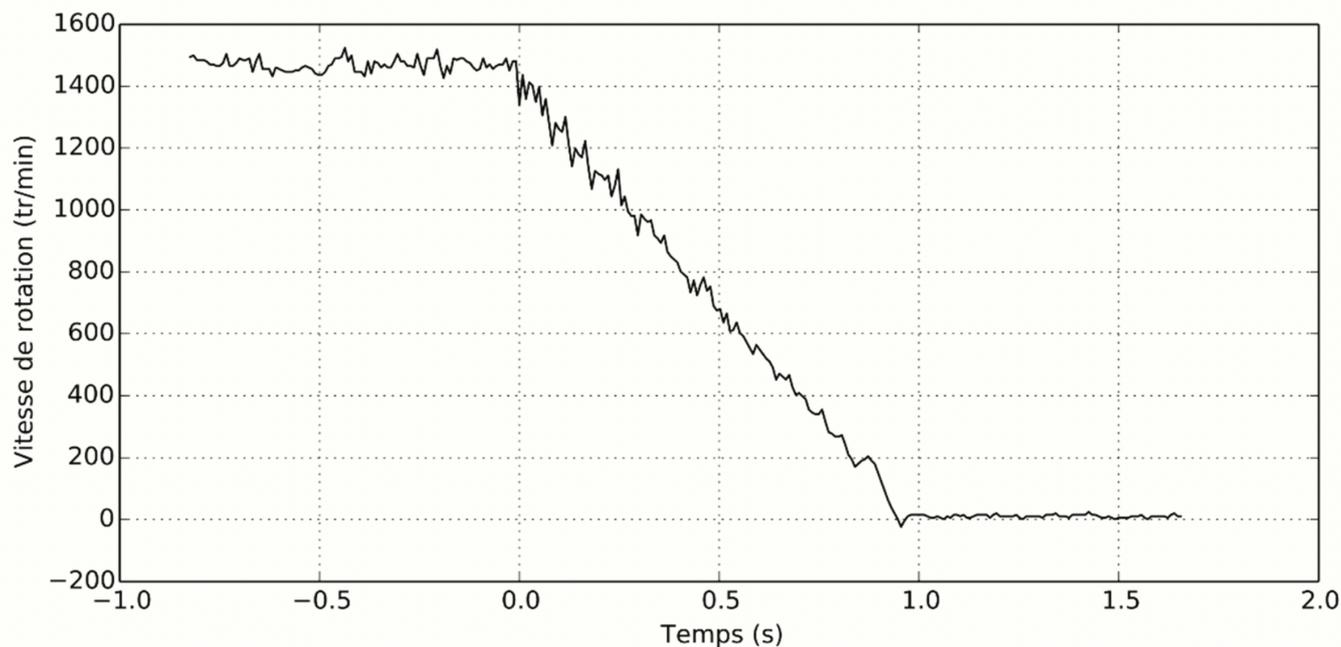


FIGURE 4 – Essai de lâché

4. Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de  $\Omega(t)$  pour  $t \geq 0$ . À partir du relevé, que peut-on dire de la valeur de  $f$  ?

Un essai non étudié ici nous permet de déterminer  $C_{r0} = 8 \text{ mN} \cdot \text{m}$ .

5. Proposer une méthode de mesure du moment d'inertie  $J$ . Calculer la valeur expérimentale de  $J$  à l'aide du relevé de la figure 4.

On mesure pour la MCC un diamètre de 4 cm et une masse de 160 g.

6. En précisant les hypothèses retenues, déduire de ces valeurs une estimation de la valeur du moment d'inertie  $J$  du moteur. Comparer à la valeur expérimentale obtenue.