

# TD d'électromagnétisme Ondes électromagnétiques dans le vide

## 1 — Émetteur radio

Un émetteur radio situé en  $O$  émet une onde électromagnétique de façon isotrope, à la fréquence  $f = 100$  kHz et avec une puissance moyenne  $P = 100$  kW.

En un point  $M$  à la distance  $D = 50$  km de la source dans la direction  $\vec{u}_z$ , on considère que localement l'onde est plane et polarisée rectilignement selon  $\vec{u}_x$ .

1. Exprimer le champ électrique  $\vec{E}(M, t)$  et le champ magnétique  $\vec{B}(M, t)$  en un point  $M$ , avec  $OM = d$ . On notera  $E(d)$  l'amplitude du champ électrique au point  $M$ .

2. Exprimer le vecteur de Poynting et sa valeur moyenne. En déduire la valeur de l'amplitude  $E(D)$  du champ électrique à la distance  $D$  de l'émetteur en fonction des données.

3. On considère un récepteur composé d'un cadre de côté  $a = 20$  cm sur lequel on bobine 100 spires de fil (on obtient une bobine plate carrée). Comment doit-on le placer en  $M$  pour que la f.é.m.  $U(t)$  à ses bornes soit d'amplitude maximale? Exprimer  $U(t)$  puis calculer sa valeur efficace  $U_{\text{eff}}$ .

Donnée :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ .

## 2 — Onde électromagnétique

Dans une cavité entre deux conducteurs parfaits ( $x = -a/2$  et  $x = a/2$ ) règne un champ électrique de la forme

$$\vec{E}(x, z, t) = E_0 f(x) \cos(\omega t - kz) \vec{u}_y.$$

Le champ électrique est nul sur les plan  $x = -a/2$  et  $x = a/2$ .

1. Donnez les caractéristiques du champ (onde progressive ou stationnaire, harmonique, plane, polarisée...).

2. Donnez les équations de Maxwell avec les simplifications dans ce cas et déterminez l'équation

de propagation. En déduire l'équation vérifiée par  $f(x)$ .

3. Donnez les conditions aux limites de  $f(x)$ .

4. On pose  $K^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k^2$ . Résolvez l'équation différentielle.

5. Déterminez la relation de dispersion. On fera apparaître une pulsation de coupure  $\omega_c$ .

6. Calculez la vitesse de phase et la vitesse de groupe.

Une onde électromagnétique se propage dans le vide entre  $z = 0$  et  $z = a$ . On donne le champ électrique

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y.$$

1. Donner la relation de dispersion. À quelle condition sur  $\omega$  une telle onde peut-elle exister?

2. Déterminez la vitesse de phase. Y a-t-il phénomène de dispersion?

3. Déterminez  $\vec{B}$ .

4. Calculez la densité d'énergie électromagnétique, le vecteur de Poynting, sa valeur moyenne et la vitesse de l'énergie électromagnétique.

5. Calculez la vitesse de propagation de l'enveloppe des deux ondes avec

$$\omega_1 = \frac{\omega + \Delta\omega}{2} \quad \text{et} \quad \omega_2 = \frac{\omega - \Delta\omega}{2}.$$

On donne le champ électrique d'une onde électromagnétique à la surface de l'eau :

$$\vec{E} = E_0 e^{-k_2 y} e^{i(\omega t - k_1 z)} \vec{e}_x,$$

où  $k_1$  et  $k_2$  sont des réels positifs.

1. Caractériser l'onde et donner une relation entre  $k_1$  et  $k_2$ .

2. Calculer  $\vec{B}$  et le caractériser.

3. Calculer le vecteur de Poynting, sa valeur moyenne temporelle. Conclure.