

# Physique des ondes

# Ondes électromagnétiques en présence d'une interface

## Relations de passage du champ électromagnétique

### Relation de passage pour le champ électrique

On considère une surface chargée avec une densité surfacique  $\sigma(M, t)$ , séparant les milieux (1) et (2).

Les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-Faraday ne peuvent pas s'écrire en un point d'une distribution surfacique de charge, où le champ électrique n'est pas défini. Elles sont remplacées par la relation de passage

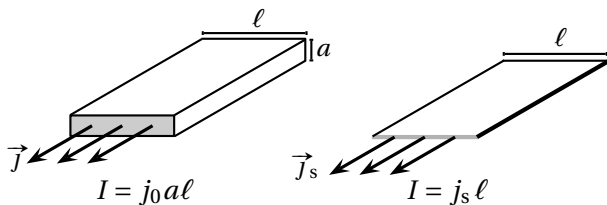
$$\vec{E}_2(M, t) - \vec{E}_1(M, t) = \frac{\sigma(M, t)}{\epsilon_0} \vec{n}_{1 \rightarrow 2}$$

où  $\vec{n}_{1 \rightarrow 2}$  est le vecteur unitaire normal à la distribution surfacique en  $M$ , dirigé du milieu (1) vers le milieu (2).

- On note  $\vec{E}_1(M, t)$  la limite du champ dans le milieu (1) au point  $M$ , soit  $\vec{E}_1(M, t) = \lim_{M_1 \rightarrow M} \vec{E}(M_1, t)$ .
- De même  $\vec{E}_2(M, t)$  est la limite du champ dans le milieu (2) au point  $M$  :  $\vec{E}_2(M, t) = \lim_{M_2 \rightarrow M} \vec{E}(M_2, t)$ .
- La composante de  $\vec{E}(M, t)$  tangente à la surface chargée est continue.
- On a rencontré la discontinuité de la composante normale à la surface lors du calcul du champ créé par un plan infini chargé en surface.

### Distribution surfacique de courant

On considère une nappe de courant d'épaisseur  $a$ , parcourue par une densité volumique de courant  $\vec{j} = j_0 \vec{u}$ .



L'intensité  $I$  traversant une largeur  $\ell$  de la nappe est  $I = j_0 a \ell$

Répartition surfacique : même intensité dans la limite  $a \rightarrow 0$ , d'où  $j_0 \rightarrow \infty$

Densité surfacique finie  $j_s = j_0 a$ , en  $A \cdot m^{-1}$

Une distribution surfacique de courant est un modèle correspond à une distribution volumique de courant sur une épaisseur  $a \rightarrow 0$ . Elle est décrite par une densité surfacique de courant  $\vec{j}_s$  définie par l'expression de l'intensité  $\delta I$  traversant un élément de longueur  $d\ell$  contenue dans la surface considérée :

$$\delta I = d\ell \vec{j}_s \cdot \vec{n}$$

où  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire, normal à  $d\ell$ , contenu dans la surface de la distribution.

### Relation de passage pour le champ magnétique

Les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson ne peuvent pas s'écrire en un point d'une distribution surfacique de courant, où le champ magnétique n'est pas défini. Elles sont remplacées par la relation de passage

$$\vec{B}_2(M, t) - \vec{B}_1(M, t) = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{1 \rightarrow 2}.$$

- La composante de  $\vec{B}(M, t)$  normale à la surface chargée est continue.

## Réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait

On considère un conducteur parfait occupant le demi-espace  $x > 0$ .

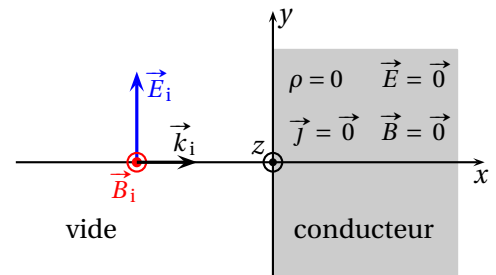
Il reçoit une onde électromagnétique incidente progressive :

- harmonique;
- plane;
- polarisée rectilignement selon  $\vec{u}_y$ ;
- arrivant sous incidence normale.

Champ électrique incident :  $\vec{E}_i(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$ .

► Le champ électrique de l'onde incidente ne peut satisfaire la relation de passage  $\vec{E}_i(x=0, t) = \vec{0}, \forall t$ .

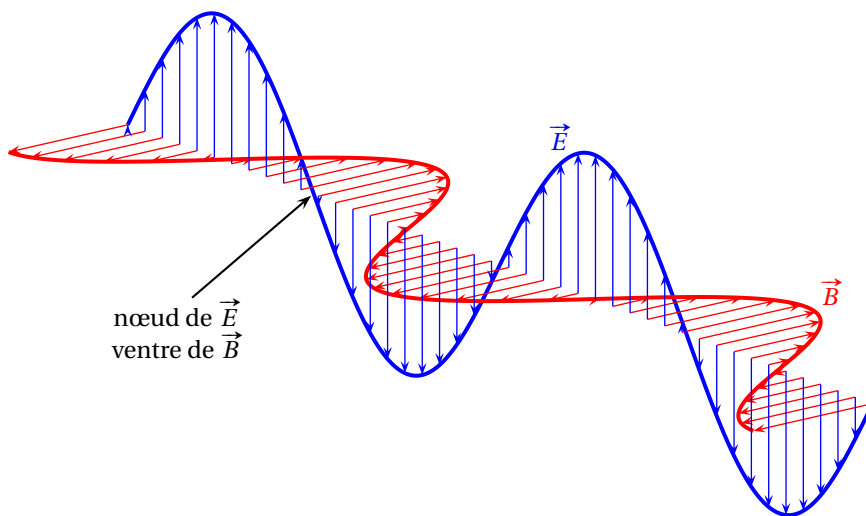
► Il existe nécessairement une onde réfléchie, de façon à ce que le champ total vérifie la relation de passage.



|                 | onde incidente  | onde réfléchie  | onde totale  |
|-----------------|---|---|--|
| champ $\vec{E}$ | $\vec{E}_i(M, t) = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$           | $\vec{E}_r(M, t) = -E_0 \cos(\omega t + kx) \vec{u}_y$          | $\vec{E}(M, t) = 2E_0 \sin(kx) \sin(\omega t) \vec{u}_y$           |
| champ $\vec{B}$ | $\vec{B}_i(M, t) = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z$ | $\vec{B}_r(M, t) = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t + kx) \vec{u}_z$ | $\vec{B}(M, t) = \frac{2E_0}{c} \cos(kx) \cos(\omega t) \vec{u}_z$ |

La superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie par le conducteur parfait donne naissance à une onde stationnaire :

$$\vec{E}(M, t) = 2E_0 \sin(\omega t) \sin(kx) \vec{u}_y \quad \text{et} \quad \vec{B}(M, t) = \frac{2E_0}{c} \cos(\omega t) \cos(kx) \vec{u}_z.$$



- Les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont en quadrature temporelle.
- Les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont en quadrature spatiale : un nœud de  $\vec{E}$  correspond à un ventre de  $\vec{B}$ , et réciproquement.

La surface du conducteur est le siège de courants surfaciques, sources de l'onde réfléchie, de densité surfacique

$$\vec{j}_s = \frac{2E_0}{\mu_0 c} \cos(\omega t) \vec{u}_x.$$

## Coefficient de réflexion en puissance

Le coefficient de réflexion en puissance est

$$R = \frac{\left\| \vec{\Pi}_i(x=0, t) \right\|}{\left\| \vec{\Pi}_r(x=0, t) \right\|} = 1$$

où  $\vec{\Pi}_i(M, t)$  et  $\vec{\Pi}_r(M, t)$  les vecteurs de Poynting des ondes incidente et réfléchie.

- Ce résultat traduit le fait que l'énergie de l'onde incidente est complètement réfléchie : il n'y a ni absorption ni transmission dans le conducteur parfait.
- On a  $\vec{\Pi}_i = \varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \vec{u}_x$  et  $\vec{\Pi}_r = -\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t + kx) \vec{u}_x$ .
- Le vecteur de Poynting du champ électromagnétique total est  $\vec{\Pi} = 4\varepsilon_0 c E_0^2 \cos(\omega t) \sin(\omega t) \cos(kx) \sin(kx) \vec{u}_x$ . On a  $\langle \vec{\Pi} \rangle = \vec{0}$  : il n'y a aucune propagation de l'énergie en moyenne, ce qui est caractéristique de l'onde stationnaire.

## Pression de radiation

Le conducteur parcouru par des courants surfaciques et placé dans le champ magnétique de l'onde est soumis à une force de Laplace dont la résultante sur une surface  $dS$  de conducteur est<sup>1</sup>

$$d\vec{F}_L = \frac{1}{2} \left( \vec{j}_s(t) \wedge \vec{B}(x=0, t) \right) dS .$$

En moyenne temporelle, on établit  $\langle d\vec{F}_L \rangle = \varepsilon_0 E_0^2 dS \vec{u}_x = P_{\text{rad}} dS \vec{u}_x$ .

Du fait de la réflexion de l'onde électromagnétique incidente à sa surface, le conducteur est soumis à une force surfacique appelée **pression de radiation** d'expression

$$P_{\text{rad}} = \varepsilon_0 E_0^2 .$$

1. Expression fournie.