# Sujet d'entraînement n° 7 Électromagnétisme

## Partie 1 — À propos des diodes

Les vecteurs sont surmontés d'un chapeau s'ils sont unitaires ($\hat{u}_x$), ou d'une flèche dans le cas général ($\vec{u}$). Pour les applications numériques, on fournira chiffres significatif
*Notations et valeurs numériques*

— permittivité électrique du vide : $\varepsilon_0 \approx 8{,}85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F \cdot m^{-1}}$ ;
— permittivité diélectrique relative du silicium : $\varepsilon_r \approx 11{,}8$ ;
— charge électrique d'un électron : $q = -e \approx -1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$ ;
— constante de Boltzmann : $k_B \approx 1{,}38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$ ;
— masse d'un électron : $m \approx 9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$ ;
— intensité du champ de pesanteur : $g \approx 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Aucune connaissance préalable sur les diodes n'est nécessaires pour traiter le sujet. Le symbole électrique d'une diode est donné sur la figure 1. Idéalement, la diode est un composant électronique ayant la propriété de ne laisser passer le courant que dans un sens.

➤ Si $V \leqslant 0$, l'intensité $i$ est nulle et la diode est dite bloquée.
➤ Si la tension $V$ tend à devenir positive, la diode se débloque et se comporte comme un fil (ce qui annule aussitôt $V$). L'intensité $i$ est alors positive et la diode est dite passante.

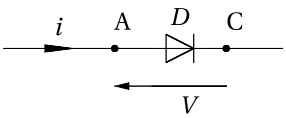


FIGURE 1 – Schéma électrique d'une diode (A anode, C cathode)

### 1 Diode à vide

Les diodes à vide ont été les premières diodes réalisées au début du XXe siècle. Elles commandent un flux d'électrons, à l'origine du mot « électronique ».
Une diode à vide est formée de deux électrodes planes parallèles, la cathode $C$ et l'anode $A$, de surface $S$ et séparées d'une distance $d$. La cathode est maintenue à un potentiel nul ($V_C = 0$) mais elle est chauffée par un dispositif non représenté sur la figure 2. Par effet thermoélectronique, celle-ci libère des électrons ayant une vitesse faible (considérée comme nulle dans la suite). Ces électrons sont dirigés vers l'anode qui est portée au potentiel $V_A > 0$. On admet que les lignes de courant ainsi créées sont perpendiculaires aux deux plaques. La zone située entre les électrodes contient donc des électrons qui ont été émis sans vitesse initiale par la cathode.

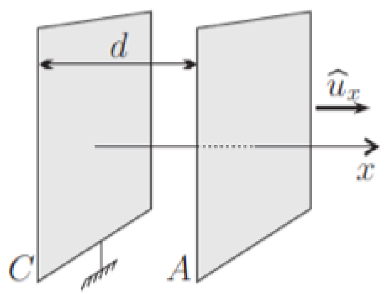


FIGURE 2 – Diode à vide

On néglige tout effet de bord et on ne s'intéresse qu'à l'espace inter-électrodes dans lequel on considère que la charge volumique $\rho$, le potentiel $V$, la vitesse des électrons $v$ et l'intensité électrique $I$ traversant une surface parallèle aux électrodes ne sont des fonctions que de la seule variable $x$ indiquant la distance à la cathode. L'ensemble est sous vide dans une ampoule de verre non représentée sur la figure 2.

**1.** Écrire l'équation liant le potentiel $V(x)$ et la densité de charge $\rho(x)$ dans l'espace inter-électrodes.

**2.** Par des arguments numériques, montrer que le poids des électrons peut en général être négligé devant la force électrostatique.

*Dans la suite, le poids des électrons sera négligé devant la force électrostatique. Les chocs entres les électrons seront également négligés.*

**3.** Rappeler, en la justifiant, l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une charge ponctuelle $q$ située dans une zone de potentiel électrostatique $V$.

**4.** Par un raisonnement énergétique, établir l'expression de la vitesse $\vec{v}(x)$ des électrons dans la zone inter-électrodes. On donnera le résultat en fonction du potentiel $V(x)$ et des caractéristiques de l'électron.

**5.** Déterminer l'expression de l'intensité électrique $I(x)$ traversant une surface d'aire $S$ située à une distance $x < d$ de la cathode et parallèle celle-ci. On exprimera le résultat en fonction de la densité de charge $\rho(x)$, de la norme de la vitesse des électrons $v(x)$ et de $S$

**6.** L'intensité $I$ dépend-elle de $x$ ? On justifiera la réponse.

**7.** En utilisant les résultats précédents, déterminer l'équation différentielle du second ordre vérifiée par le potentiel $V$ dans la zone inter-électrodes. On fera apparaître le paramètre positif

$$a = \frac{I}{S\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}.$$

**8.** Intégrer cette équation différentielle pour trouver l'expression de $V(x)$. On pourra dans un premier temps multiplier par $\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}$ pour la ramener, après intégration, à une équation différentielle du premier ordre à variables séparables. On supposera que le potentiel et le champ électrique sont nuls en $x = 0$.

**9.** En déduire la relation entre l'intensité $I$ et le potentiel $V_{\mathrm{A}}$ de l'anode. Cette relation est connue sous le nom de loi de Child-Langmuir à une dimension.

**10.** Cette relation est-elle valable quel que soit le signe de $V_{\mathrm{A}}$ ? Expliquer physiquement ce qui se passe quand cette relation n'est pas valable. Que vaut $I$ dans ce cas ?

**11.** Tracer l'allure de la caractéristique $I = f(V_{\mathrm{A}})$ de la diode (pour$V_{\mathrm{A}}$ variant sur un intervalle centré sur 0). Une diode à vide a pour caractéristique $d = 3{,}00$ mm et $S = 3{,}00\ \mathrm{cm}^2$. Indiquer l'ordonnée du point d'abscisse $V_{\mathrm{A}} = 10{,}0$ V sur le graphe. Peut-on dire qu'un dispositif de ces dimensions a le comportement souhaité pour une diode ?

**12.** Dans cette partie, les interactions entre électrons ont-elles été :

— omises, alors qu'il faudrait les prendre en compte ?

— prises en compte, mais de manière partielle ?

— prises en compte, de manière exacte ?

Indiquer, en la justifiant, la réponse correcte.

## 2 Diode à jonction PN

Les diodes actuelles sont construites en matériaux semi-conducteurs.
Le silicium pur est un semi-conducteur intrinsèque. Il s'y produit des ionisations thermiques (à température ambiante par exemple) :

$$\mathrm{Si} \rightleftharpoons \mathrm{Si}^+ + \mathrm{e}^-.$$

Un ion $\mathrm{Si}^+$ est appelé « trou » positif. On dit que l'ionisation crée une paire électron-trou. Le silicium étant neutre, il y a autant de porteurs de charge N (électrons négatifs) que de porteurs de charge P (trous positifs).
Lorsqu'un champ électrique est appliqué, les électrons *et les trous* se déplacent, assurant la conduction électrique. En réalité, un ion $\mathrm{Si}^+$ ne se déplace pas car il fait partie du réseau cristallin Cependant, il prend un électron à son atome Si voisin, redevant Si tandis que son voisin est devenu $\mathrm{Si}^+$. Ainsi, tout se passe comme si l'ion $\mathrm{Si}^+$ avait migré. Du point de vue de la conduction, les trous positifs se comportent donc comme des porteurs mobiles dont la charge est l'opposée de celle de l'électron.

### Semi-conducteur extrinsèque dopé N par un donneur d'électrons

Dans du silicium (de valence 4), on peut introduire une faible proportion d'atomes de valence 5 (un atome de phosphore pour $10^{10}$ atomes de silicium par exemple). L'agitation thermique ionise le phosphore selon $P \longrightarrow P^+ + e^-$. Cela libère un électron (porteur N) qui peut conduire le courant. En revanche, l'ion $P^+$ est fixe dans le réseau cristallin de silicium. Comme ses plus proches voisins sont des atomes de silicium et non de phosphore, l'ion $P^+$ ne peut pas échanger d'électron avec un atome de phosphore voisin et ainsi donner l'illusion qu'il se déplace. Il ne constitue donc pas un trou positif mobile. Ainsi, l'ajout d'atomes de phosphore augmente le nombre de porteurs mobiles négatifs (N) sans charger le nombre de porteurs mobiles positifs (P). Les porteurs mobiles N sont donc majoritaires : le semi-conducteur est dit « dopé N », les atomes de phosphore étant qualifiés de **donneurs d'électrons**.

### Semi-conducteur extrinsèque dopé P par un accepteur d'électrons

Dans du silicium (de valence 4), on peut introduire une faible proportion d'atomes de valence 3 (comme le bore par exemple). Un atome de bore capture un électron à un silicium voisin, ce qui crée un ion $B^-$ et un ion $Si^+$. L'ion $B^-$ est fixe dans le réseau cristallin et ses plus proches voisins sont des atomes de silicium et non de bore. Il ne peut donc pas, par échange d'électron avec un atome de bore voisin, donner l'illusion qu'il se déplace. Ce n'est donc pas un porteur mobile de type négatif (N). En revanche, l'ion $Si^+$ constitue un trou positif (P) mobile car il est toujours entouré de nombreux atomes de Si dans le réseau de silicium cristallin. Ainsi, l'ajout d'atomes de bore augmente le nombre de porteurs mobiles P sans changer le nombre de porteurs mobiles N. Les porteurs mobiles P sont donc majoritaires : le semi-conducteur est dit « dopé P », les atomes de bore étant qualifiés d'**accepteurs d'électrons**.
Les semi-conducteurs dopés sont globalement neutres car les charges des porteurs libres sont compensées par les charges fixes.
On crée un jonction PN en accolant deux blocs de silicium dopés P et N respectivement (voir figure 3).

— Le semi-conducteur P est dopé avec $N_A$ accepteurs d'électrons par unité de volume.

— Le semi-conducteur N est dopé avec $N_D$ donneurs d'électrons par unité de volume.

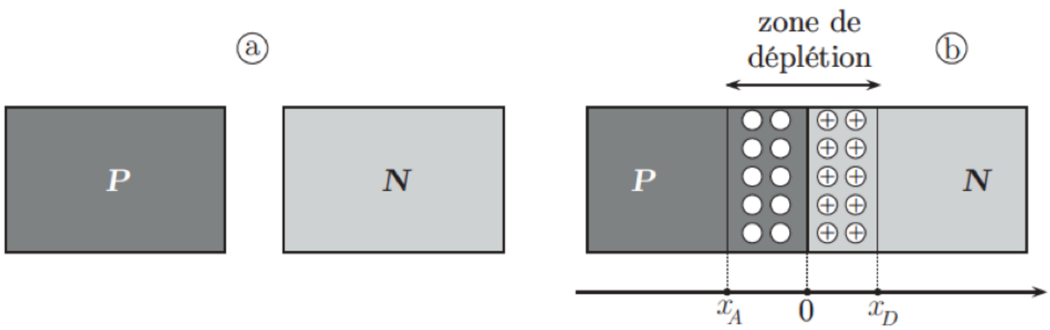


FIGURE 3 – Réalisation d'une jonction PN en $x = 0$

Lors de l'établissement de la jonction, les électrons du semi-conducteur N diffusent dans le semi-conducteur P car il y a un gradient de concentration en électrons. De même, les trous du semi-conducteur P diffusent dans le semi-conducteur N à cause du gradient de concentration en trous.
La diffusion, non étudiée ici, se poursuit jusqu'à atteindre l'état d'équilibre (simplifié) suivant.

— La région $[x_A, 0]$, initialement neutre, est complètement vidées des trous positifs apportés par ses atomes accepteurs. Elle devient chargée négativement avec la densité volumique de charge $\rho_1$, supposée uniforme pour simplifier. (Cette charge est négative car elle résulte de la présence d'accepteurs ionisés, fixes dans le réseau cristallin).

— La région $[0, x_D]$, initialement neutre, est complètement vidées des électrons apportés par ses atomes donneurs. Elle devient chargée positivement avec la densité volumique de charge $\rho_2$, supposée uniforme pour simplifier. (Cette charge est positive car elle résulte de la présence de donneurs ionisés, fixes dans le réseau cristallin).

— En dehors de $[x_A, x_D]$, le matériau n'est pas modifié.

La zone $[x_A, x_D]$ est appelée **zone de déplétion** ou **zone de charge d'espace**. En résume :

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < x_A \text{ et } x > x_D\,; \\ \rho_1 & \text{pour } x \in [x_A, 0]\,; \\ \rho_2 & \text{pour } x \in [0, x_D]. \end{cases}$$

La largeur de la zone de déplétion est très faible devant les dimensions des blocs de semi-conducteurs. On négligera donc tout effet de bord dans les directions orthogonales au vecteur unitaire $\hat{u}_x$.

**13.** Exprimer les densités volumiques de charges $\rho_1$ et $\rho_2$ en fonction de $N_A$, $N_D$ et de la charge élémentaire $e$.

**14.** Établir, en la justifiant, une relation simple entre $N_A$, $N_D$, $x_A$ et $x_D$.

On admet que le champ électrique dans le matériau est nul en dehors de la zone de charge d'espace. Dans le silicium, les lois de l'électrostatique s'appliquent en remplaçant $\varepsilon_0$ par $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$, où $\varepsilon_r = 11{,}8$ est la permittivité diélectrique relative du silicium.

**15.** Déterminer le champ électrique $\vec{E}(x)$ en tout point de la zone de charge d'espace ($x \in [x_A, x_D]$). En précisant les valeurs remarquables sur le graphe, tracer la composante non nulle du champ en fonction de $x$ (pour $x$ variant sur un intervalle strictement plus grand que $[x_A, x_D]$).

Conventionnellement, l'origine des potentiels sera prise en $x = 0$.

**16.** En déduire l'expression du potentiel électrostatique $V(x)$ dans tout le matériau. Tracer $x \mapsto V(x)$ pour $x$ variant sur un intervalle strictement plus grand que $[x_A, x_D]$. Préciser les valeurs remarquables sur le graphe.

**17.** Exprimer la différence de potentiel $V_0 = V(x_D) - V(x_A)$ entre deux points situés de part et d'autre de la jonction. On exprimera $V_0$ en fonction de $e$, $\varepsilon$, $N_A$, $N_D$, $x_A$ et $x_D$.

**18.** Expérimentalement, on constate que $V_0 = 0{,}70$ V pour une jonction caractérisée par les densités d'accpteurs $N_A = 1{,}00 \times 10^{21}$ m$^{-3}$ et de donneurs $N_D = 2{,}00 \times 10^{23}$ m$^{-3}$.
Exprimer et calculer numériquement la largeur $w = x_D - x_A$ de la zone de charge d'espace dans ce cas.