

DS n° 7 — Sujet « facile »

Sujet type CCINP

Le sujet comporte deux parties indépendantes

Partie I : Escalé à Fort Boyard (E3A PSI 2024)

Situé au large de la Charente-Maritime, le Fort Boyard est édifié sous l'impulsion de Napoléon afin de protéger la rade, l'embouchure de la Charente, le port et surtout le grand arsenal de Rochefort des assauts de la marine anglaise. Construit entre 1804 et 1857, il est transformé en prison quelques années à peine après son achèvement. Cet imposant vaisseau de pierre est dorénavant connu dans le monde entier grâce au jeu télévisé du même nom, tourné depuis 1990, dans lequel une équipe généralement constituée de six candidats réalise diverses épreuves physiques et intellectuelles afin de gagner un trésor en boyards. Ce sujet s'intéresse à certains aspects du jeu.

1 — Observation du Fort

Avant de se lancer à l'assaut du Fort, les candidats l'observent depuis l'île d'Aix à l'aide de jumelles, sommairement modélisées par une paire de lunettes de Galilée. Chaque lunette comprend deux lentilles, l'une plan convexe, l'autre plan concave.

Q 1. Rappeler les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction, au moyen d'un schéma faisant apparaître les grandeurs utiles.

Q 2. La figure I-1 représente les lentilles plan convexe et plan concave, taillées dans un verre d'indice optique $n > 1$ et plongées dans l'air d'indice optique $n_{\text{air}} \approx 1$. Recopier la figure et tracer qualitativement le suivi des rayons au travers du dioptre air/verre, puis du dioptre verre/air. Bien qu'aucun calcul ne soit attendu, détailler la démarche adoptée en utilisant la réponse à la question **Q 1**.

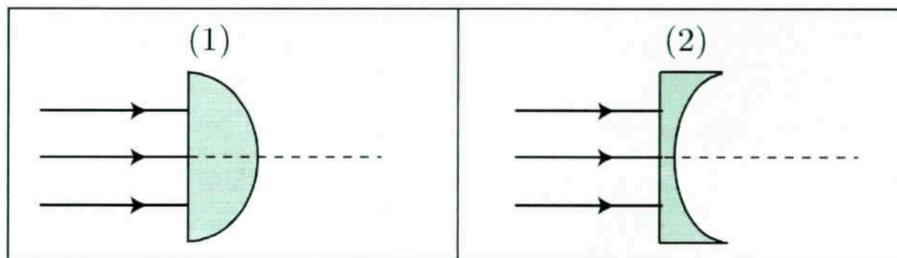


FIGURE I-1 – Lentilles plan convexe (1) et plan concave (2)

Q 3. En déduire la nature, convergente ou divergente, de chaque lentille.

Dans la suite, les lentilles sont supposées minces et utilisées dans les conditions de Gauss. Chaque lunette de Galilée est composée d'une lentille (L_1) de distance focale $f'_1 > 0$ constituant l'objectif de la lunette, et d'une lentille (L_2) de distance focale $f'_2 < 0$, telle que $|f'_2| < f'_1$, constituant l'oculaire (voir figure I-2). On note respectivement O_1 , F , et F' le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'objectif. De même, on note respectivement O_2 , F_2 et F'_2 le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'oculaire.

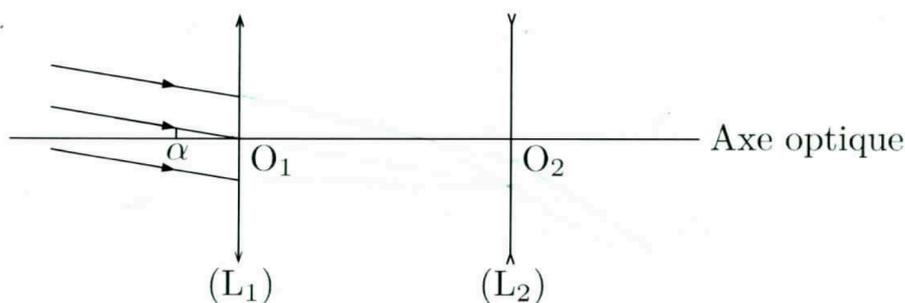


FIGURE I-2 – Schéma optique de la lunette de Galilée

La lunette est réglée de façon à donner une image à l'infini d'un objet à l'infini, ce qui permet à l'observateur d'éviter toute fatigue. Dans ces conditions, la lunette est dite afocale.

Q 4. Préciser et justifier la position relative des foyers des lentilles. En déduire l'encombrement $\ell = O_1 O_2$ en fonction de f'_1 et de $|f'_2|$.

Q 5. Recopier le schéma de la figure I-2 et poursuivre le tracé des rayons incidents parallèles faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' avec l'axe optique.

Q 6. L'image du Fort à travers les jumelles apparaît-elle droite ou renversée par rapport au Fort observé à l'œil nu? Justifier.

Q 7. En se plaçant dans les conditions de Gauss, les angles α et α' sont petits. Déterminer l'expression du grossissement de la lunette $G = \alpha' / \alpha$ en fonction de f'_1 et de $|f'_2|$.

Q 8. Compte tenu des valeurs de grossissement et d'encombrement précisées en fin de partie, calculer la valeur des distances focales f'_1 et f'_2 .

On observe le Fort, de hauteur h , depuis l'Île d'Aix située à une distance d .

Q 9. Sous quel angle le Fort est-il observé à l'œil nu? Sous quel angle est-il observé à travers les jumelles? Vérifier la validité des conditions de Gauss.

Données

Hauteur du Fort Boyard : $h = 20$ m

Caractéristique de la lunette de Galilée :

— grossissement : $G = 20$

Distance Île d'Aix-Fort Boyard : $d = 3,0$ km

— encombrement : $\ell = 25$ cm

2 — Mesure du temps : la clepsydre

Les candidats réalisent des épreuves en durée limitée, mesurée à l'aide d'une clepsydre. Utilisée depuis l'Antiquité, la clepsydre est une horloge reposant sur la vidange d'un récipient contenant de l'eau colorée qui s'écoule à travers un petit orifice sous l'effet de la gravité.

On considère tout d'abord un écoulement d'eau dans un récipient cylindrique, percé d'un orifice en $z = 0$ et placé dans l'air atmosphérique à pression P_0 (voir figure I-3, à gauche). On note S la section du cylindre, $s \ll S$ la section de l'orifice, $h(t)$ la hauteur d'eau dans le récipient à l'instant t , ρ la masse volumique de l'eau, \vec{g} l'accélération de la pesanteur, $V(t)$ la vitesse de l'interface eau/air dans le cylindre et $v(t)$ la vitesse de l'eau s'écoulant à travers l'orifice.

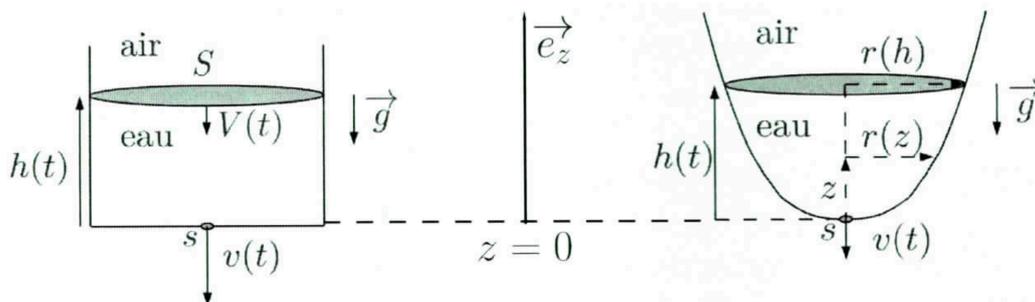


FIGURE I-3 – À gauche : vidange d'un récipient cylindrique. À droite : schéma de la clepsydre

Q 10. Rappeler la relation de Bernoulli ainsi que ses conditions d'application. On suppose ces conditions remplies dans la suite.

Q 11. En exploitant l'hypothèse $s \ll S$, établir l'expression de $v(t)$ en fonction de g et de $h(t)$.

Q 12. L'écoulement étant supposé incompressible, en déduire l'expression de $V(t)$ en fonction de S , s , g et $h(t)$. Préciser **qualitativement** le sens d'évolution de $V(t)$ lors de la vidange.

On attend d'une horloge à eau que le niveau d'eau baisse à vitesse constante dans le récipient, malgré la diminution du débit dans le temps. On souhaite adapter la forme du récipient afin de satisfaire cette condition (voir figure I-3, à droite). Le profil de la clepsydre, à symétrie de révolution, s'écrit :

$$\forall z > 0, \quad r(z) = Kz^{1/n} \quad \text{avec } K > 0 \quad \text{et } n \in \mathbf{N}^*.$$

Q 13. En supposant que l'expression de $v(t)$ obtenue à la question **Q11** reste valable, montrer que l'évolution de $h(t)$ est régie par l'équation différentielle

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{s\sqrt{2g}}{\pi K^2} \frac{\sqrt{h}}{h^{2/n}}.$$

Q 14. Sans chercher à résoudre cette équation différentielle, déterminer la valeur de l'entier n en imposant que $\frac{dh}{dt}$ ne dépende pas du temps. En déduire l'unité de K .

Q 15. Trouver la valeur de K permettant d'assurer une vitesse constante $\left| \frac{dh}{dt} \right| = 1,0 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Données

Accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Section de l'orifice : $s = 1,0 \text{ cm}^2$.

3 — L'épreuve de la cloche

Parmi les épreuves soumises aux candidats, on s'intéresse à l'épreuve de la cloche. Le candidat est attaché debout sur un trapèze, ce dernier faisant initialement un angle de 20° par rapport à la verticale. Celui-ci est lâché sans vitesse initiale et décrit un mouvement oscillant. Ses équipiers vont alors tirer sur une corde pour donner de plus en plus d'amplitude au trapèze, tout comme s'ils sonnaient une cloche. Le candidat malmené pourra attraper l'indice qui se trouve suspendu en hauteur à condition que l'amplitude des oscillations soit suffisante. Pour une efficacité maximale, la technique consiste à tirer sur la corde lorsque le trapèze est à son point le plus haut afin d'en augmenter l'amplitude à chaque oscillation.



FIGURE I-1 – Épreuve de la cloche

On étudie tout d'abord le mouvement du système {candidat + trapèze}, sans l'intervention des coéquipiers, effectuant des oscillations libres. On modélise la situation par un pendule simple ponctuel M de masse m , attaché à l'extrémité d'un fil souple de masse négligeable, inextensible de longueur ℓ_0 et dont l'autre extrémité O est fixe, plongé dans dans le champ de pesanteur $\vec{g} = g \vec{u}_x$ (voir figure I-2). Dans le référentiel terrestre \mathcal{R} supposé galiléen, le mouvement du point M est plan, sa position étant repérée par l'angle θ . On néglige tout frottement. À l'instant initial $t = 0$, le pendule est écarté d'un angle θ_0 et lâché sans vitesse : $\dot{\theta}(t = 0) = 0$.

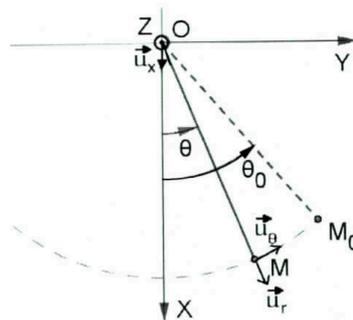


FIGURE I-2 – Pendule simple

Q 16. Exprimer les vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} du point M dans la base polaire $\{\vec{u}_r, \vec{u}_\theta\}$.

Q 17. Expliciter l'énergie potentielle de pesanteur $E_p(\theta)$ du point M en fonction de m , g , ℓ_0 et θ .
On prendra $E_p(\theta = \pi/2) = 0$.

Q 18. Établir l'équation différentielle vérifiée par θ . On posera $\omega_0 = \sqrt{g/\ell_0}$.

Q 19. Dans le cas de petits mouvements, déterminer la loi horaire $\theta(t)$ et calculer littéralement, puis numériquement la période T_0 du mouvement.

Afin de tenir compte de l'intervention des coéquipiers, on considère désormais que la longueur du fil, notée $\ell(t)$, varie dans le temps. On ne se place plus dans le cas de petits mouvements.

Q 20. Montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit à présent

$$\ddot{\theta} + \frac{2\dot{\ell}(t)}{\ell(t)}\dot{\theta} + \frac{g}{\ell(t)}\sin\theta = 0.$$

Cette équation étant difficile à résoudre analytiquement, on opte pour une approche discrète dans laquelle la longueur $\ell(t)$ passe instantanément de la valeur $\ell_0(1+\alpha)$ à la valeur $\ell_0(1-\alpha)$ au passage par la verticale, et reprend sa valeur $\ell_0(1+\alpha)$ aux positions extrêmes où sa vitesse s'annule. On a $0 < \alpha < 1$.

Lors d'un mouvement entre $M_{n,1}$ et $M_{n,4}$, le mobile part du point $M_{n,1}$ d'angle non orienté θ_n avec une vitesse nulle, et arrive en $M_{n,4}$ d'angle non orienté θ_{n+1} avec une vitesse nulle (voir figure I-3). Dans la phase de retour, le mobile repart de $M_{n+1,1}$ sans vitesse.

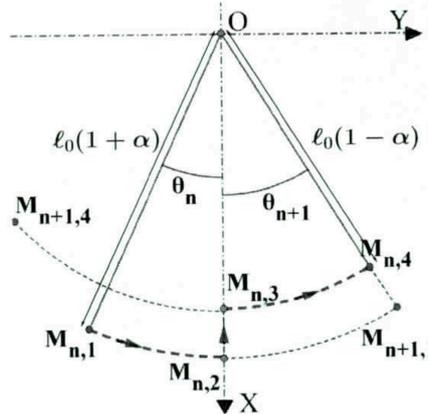


FIGURE I-3 – Pendule de longueur variable

Q 21. Que dire de l'énergie mécanique entre les points $M_{n,1}$ et $M_{n,2}$? En adaptant le résultat de la question **Q17**, montrer que la vitesse $v_{n,2}$ au point $M_{n,2}$ lors du passage du mobile par la verticale peut s'écrire

$$v_{n,2} = \sqrt{2g\ell_0\beta(1 - \cos\theta_n)^\gamma}.$$

Préciser l'expression de β en fonction de α , ainsi que la valeur de l'exposant γ .

Q 22. Entre les points $M_{n,2}$ et $M_{n,3}$, on admet que le moment résultant exercé sur le mobile est nul : son moment cinétique est donc conservé. En déduire la vitesse $v_{n,3}$ au point $M_{n,3}$ en fonction de g , ℓ_0 , α et θ_n .

Q 23. Déterminer alors la relation entre l'angle de montée θ_{n+1} et l'angle θ_n sous la forme

$$1 - \cos\theta_{n+1} = \left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)^\delta (1 - \cos\theta_n).$$

Donner la valeur de l'exposant δ .

Q 24. Montrer que l'amplitude des balancements augmente.

Q 25. En remarquant que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} = 1 - \cos\theta_n$ est géométrique, exprimer en fonction de θ_0 et de α le nombre N d'allers-retours permettant au candidat d'atteindre un angle $\theta = \pi/2$ et ainsi d'attraper l'indice. Calculer numériquement N en prenant $\theta_0 = 20^\circ$ et $\alpha = 1/20$.

Données

Accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Longueur du fil du pendule simple : $\ell_0 = 7,0 \text{ m}$.

4 — Utilisation d'un colorant : la fluorescéine

Dans l'épreuve de la caserne, le candidat est amené à décrocher un seau rempli d'eau, courir sur un tapis roulant puis vider le contenu du seau dans un réservoir. À chaque remplissage du réservoir, la clé monte dans un tuyau. Si le candidat parvient à récupérer suffisamment d'eau, il peut attraper la clé. Pour rendre l'épreuve plus visuelle à l'écran, l'eau contient un colorant fluorescent vert, la fluorescéine.



FIGURE I-4 – Épreuve de la caserne

Il est possible de mettre en évidence le phénomène de diffusion de la fluorescéine dans l'eau en microfluidique. Pour estimer quelques ordres de grandeur, on considère tout d'abord un canal microfluidique horizontal de section rectangulaire, de largeur $\ell = 100 \mu\text{m}$ et de hauteur $h = 80 \mu\text{m}$, dans lequel s'écoule de l'eau avec un débit volumique $Q = 10 \mu\text{L} \cdot \text{min}^{-1}$ (voir figure I-5 à gauche).

Q 26. Calculer numériquement la vitesse débitante (vitesse moyenne) v_m dans le canal, en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Rappeler la définition du nombre de Reynolds $\mathcal{R}e$, puis estimer sa valeur pour l'écoulement étudié. Qualifier la nature de l'écoulement.

En microfluidique, le mélange entre deux fluides se fait essentiellement par diffusion on peut donc mesurer un coefficient de diffusion moléculaire. On utilise pour cela un canal comportant une entrée en Y, permettant l'injection collatérale de deux fluides sur une même largeur et au même débit : d'une part, de l'eau pure et, d'autre part, de l'eau colorée par de la fluorescéine (voir figure I-5, à droite). Cette configuration permet de réaliser une diffusion des molécules de fluorescéine dans l'eau pure. L'écoulement étant stationnaire et la section constante, il existe une équivalence entre la position y le long du canal et le temps t .

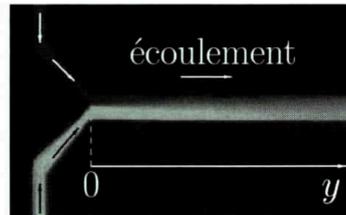
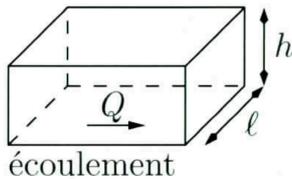


FIGURE I-5 – À gauche : schéma d'un canal de section rectangulaire. À droite : diffusion de la fluorescéine au confluent de deux canaux microfluidiques

De ce point de vue, on note $C(x, t)$ la concentration volumique de fluorescéine à l'abscisse x et à l'instant t , exprimée en molécules par mètre cube, et D son coefficient de diffusion. L'origine de l'axe Ox est prise au niveau de l'interface entre les deux fluides à l'instant $t = 0$ (voir figure I-6). À cet instant, la couche d'eau pure est située dans la zone $x < 0$; la couche d'eau colorée, de concentration volumique C_0 , est dans la zone $x > 0$. On rappelle la loi de Fick, reliant le vecteur densité de courant volumique de molécules de fluorescéine \vec{j} à leur concentration volumique C :

$$\vec{j} = -D \overrightarrow{\text{grad}} C.$$

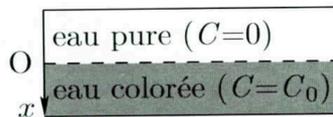


FIGURE I-6 – Schéma de la situation à l'instant $t = 0$

Q 27. Établir l'équation de diffusion aux dérivées partielles satisfaite par $C(x, t)$, pour $x \in \mathbf{R}$.

On admet que la solution de cette équation est de la forme

$$C(x, t) = A + B \int_0^u e^{-s^2} ds \quad \text{avec} \quad u = \frac{x}{\sqrt{4Dt}}.$$

Q 28. En exploitant les conditions initiales et l'intégrale de Gauss donnée en fin de partie, déterminer les constantes A et B en fonction de C_0 . Que vaut $C(0, t)$ pour $t > 0$?

Q 29. Comment relie-t-on simplement y et t ? En utilisant la durée typique t^* du phénomène de diffusion, dont on rappellera l'expression, prévoir l'influence du débit sur la longueur observable de mélange des deux fluides sur la figure I-5.

Données

$$\text{Intégrale de Gauss : } \int_{-\infty}^0 e^{-s^2} ds = \int_0^{+\infty} e^{-s^2} ds = \frac{\sqrt{\pi}}{2}. \quad \begin{array}{l} \text{masse volumique de l'eau : } \rho = 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ \text{viscosité dynamique de l'eau : } \eta = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s} \end{array}$$

5 — Milieu marin

Le principal sel neutre dissous dans l'eau de mer est le chlorure de sodium. Il s'agit d'un composé chimique ionique de formule NaCl. Il est notamment un facteur aggravant de la corrosion qui touche toutes les infrastructures construites en bord de mer ou pire, en plein mer, comme le fort Boyard.

1 Structure cristalline du chlorure de sodium

Le chlorure de sodium NaCl est un cristal ionique dans lequel les ions Na^+ forment un réseau de type cubique face centrée (cfc) de paramètre de maille a , représenté figure I-7. Les ions Cl^- , quant à eux, se logent dans les sites octaédriques.

On note r le rayon d'un cation Na^+ et R le rayon d'un anion Cl^- .

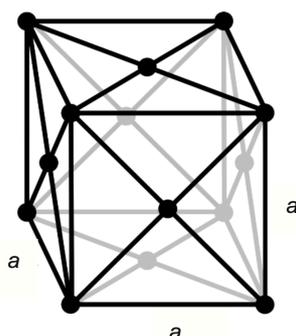


FIGURE I-7 – Structure de type cubique à face centrée

Q 30. Combien y a-t-il d'ions sodium par maille?

Q 31. Préciser la position des centres des sites octaédriques. Combien y en a-t-il par maille?

Sont-ils tous occupés par les atomes de chlore?

On donne $r = 97 \text{ pm}$, $R = 181 \text{ pm}$ et $a = 556 \text{ pm}$.

Q 32. Préciser si les ions Na^+ sont tangents entre eux et si oui, préciser suivant quel alignement.

Préciser si les ions Na^+ et Cl^- sont tangents entre eux et si oui, préciser suivant quel alignement.

Q 33. Exprimer, en fonction de r et de R , la compacité du cristal de NaCl.

Application numérique.

Q 34. Exprimer la masse volumique ρ_{NaCl} du chlorure de sodium en fonction de r et de R , ainsi que des masses molaires $M(\text{Na})$ et $M(\text{Cl})$.

Calculer sa valeur en $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$.

2 Enthalpie de dissolution du chlorure de sodium dans l'eau

Expérience 1

On place dans un calorimètre une masse $m_1 = 300 \text{ g}$ d'eau ainsi qu'un thermomètre et un barreau aimanté. L'ensemble est à température ambiante $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. On ajoute rapidement une quantité $m_2 = 200 \text{ g}$ d'eau à $T_2 = 60 \text{ }^\circ\text{C}$. À l'équilibre, on relève une température $T_3 = 35 \text{ }^\circ\text{C}$.

Expérience 2

On introduit dans le même calorimètre, toujours équipé d'un thermomètre et d'un barreau aimanté, une masse $m_3 = 500$ g d'eau. Le tout est à température ambiante $T_1 = 20$ °C.

On introduit ensuite rapidement une masse $m_4 = 50$ g de chlorure de sodium initialement à la température ambiante $T_1 = 20$ °C.

On mesure alors une baisse brutale de température $\Delta T = -1,5$ °C.

On note c_e la capacité calorifique massique de l'eau à pression constante, supposée indépendante de la température. De plus, la capacité calorifique d'une solution sera assimilée à celle de l'eau pure qu'elle contient.

On donne $c_e = 4,18$ kJ · K⁻¹ · kg⁻¹.

Q 35. Exprimer la capacité thermique C du calorimètre équipé de ses accessoires (thermomètre + barreau aimanté) en fonction de c_e , m_1 , m_2 , T_1 , T_2 et T_3 .

Q 36. Exprimer l'enthalpie massique de dissolution de NaCl dans l'eau, notée $\Delta_{\text{diss}}h$, en fonction de c_e , C , m_3 , m_4 et ΔT .

Q 37. Quel est l'effet d'une augmentation de température, à pression constante, sur la solubilité du chlorure de sodium dans l'eau pure? Justifier.

3 Phénomène de corrosion

Lorsqu'un goutte d'eau stagne à la surface d'un métal, noté M, on observe qu'un phénomène de corrosion se développe principalement au centre de la goutte (figure I-8).

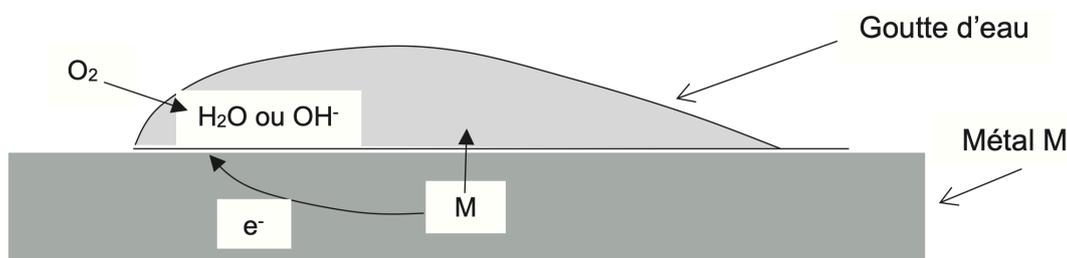


FIGURE I-8 – Corrosion d'un métal par une goutte d'eau

Le métal est oxydé au centre en ions M^{n+} . Les électrons libérés circulent dans le métal. Ils sont récupérés par le dioxygène, plus concentré en périphérie, qui se réduit.

Q 38. Quels sont les porteurs de charge qui assurent le rebouclage du courant électrique dans la goutte? Pourquoi le phénomène de corrosion est-il plus prononcé en milieu marin que dans les terres?

Q 39. On considère le phénomène d'oxydation par une goutte d'eau d'un ensemble constitué d'une pièce en feronnerie (assimilable à du fer) reliée électriquement à une autre pièce en zinc. Écrire l'équation chimique de la réaction d'oxydo-réduction qui a lieu. Comment se nomme ce type de protection?

Q 40. On note m_{Zn} la masse de la pièce de zinc, M_{Zn} la masse molaire du zinc, F la constante de Faraday et I le courant de corrosion. Exprimer la durée de protection Δt de la pièce de feronnerie en fonction de m_{Zn} , M_{Zn} , F et I .

Données

Potentiels standard à 298 K

$$E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$$
$$E^\circ(\text{H}^+/\text{H}_2) = 0,00 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0,44 \text{ V}$$
$$E^\circ(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0,76 \text{ V}$$

Masses molaires

$$M(\text{Na}) = 23 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$
$$M(\text{Cl}) = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Constantes fondamentales

$$N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Partie II : séparateur à courant de Foucault (CCINP PSI 2022)

Le séparateur à courants de Foucault (figure II-1) est utilisé sur les chaînes de tri des déchets.

Ces déchets peuvent être classés en trois catégories :

type 1 : les métaux conducteurs électriques et peu aimantables (aluminium, cuivre, magnésium...);

type 2 : les métaux conducteurs électriques et aimantables (fer, nickel) qui, placés dans un champ magnétique, acquièrent un moment dipolaire magnétique qui les attire vers les zones de fort champ magnétique;

type 3 : les déchets inertes, ni conducteurs électriques, ni aimantables (plastiques, cartons, céramiques...).

Les déchets sont d'abord broyés en fines particules. Celles-ci sont déposées sur un convoyeur assimilable à un tapis roulant, en translation à vitesse horizontale $V_0 \vec{e}_x$. Dans le rotor du tapis roulant, situé à l'extrémité finale, est disposé un second rotor. Ce second rotor est aimanté au moyen d'une succession d'aimants dont les pôles nord et sud sont alternés. Il crée un champ magnétique $\vec{B}(x, t) = B_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z$ dans la zone finale du tapis roulant. La pulsation ω est liée à la vitesse de rotation du rotor. La zone exposée à ce champ magnétique est de longueur a , avec $\omega \gg \frac{v_0}{a}$.

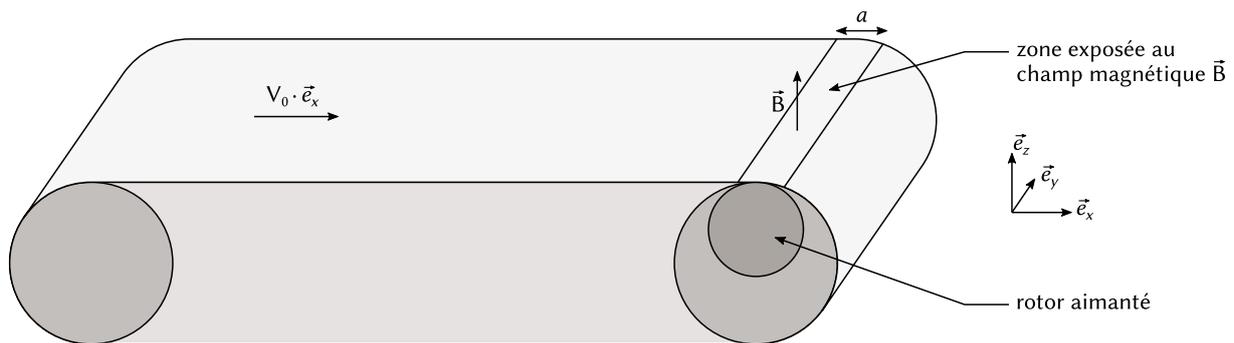


FIGURE II-1 – Séparateur à courants de Foucault

On s'intéresse tout d'abord aux déchets de type 1 et 3.

Q 41. Rappeler dans quel(s) cadre(s) des phénomènes d'induction électromagnétique peuvent être observés.

Pour une particule de déchet, on adopte le modèle suivant :

- la particule possède une vitesse $\vec{V} = V(t) \vec{e}_x$ dans la zone exposée au champ magnétique \vec{B} ;
- les trois dimensions de cette particule sont petites devant $1/k$. Son volume est noté τ ;
- les particules électriquement conductrices obéissent à la loi d'Ohm locale avec une conductivité électrique γ constante. On pourra considérer que $\gamma = 0$ pour les particules inertes.

On admet, compte tenu du phénomène d'induction électromagnétique, que lorsque la particule se situe dans la zone exposée au champ magnétique \vec{B} , elle est le siège d'un champ électrique induit :

$$\vec{E} = B_0 \left(\frac{\omega}{k} - V(t) \right) \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y.$$

Q 42. Déterminer, en fonction de γ , B_0 , ω , k , x , t , $V(t)$ et τ , la force de Laplace instantanée exercée sur la particule lorsqu'elle se trouve à une abscisse x dans la zone aimantée.

Comment se simplifie cette expression dans le cas où $\frac{\omega}{k} \gg V(t)$?

En déduire l'expression de la force de Laplace, moyenne sur le temps, qui s'exerce sur la particule pendant sa traversée de la zone exposée au champ magnétique.

Q 43. Les particules posées sur le tapis arrivent à l'entrée de la zone exposée au champ magnétique avec la vitesse $V_0 \vec{e}_x$. En assimilant, à chaque instant, la force de Laplace qui s'exerce sur une particule à la valeur moyenne précédemment trouvée, exprimer l'augmentation de l'énergie cinétique ΔE_c d'une particule de déchet lors de la traversée de la zone exposée au champ magnétique. En déduire les vitesses V_1 et V_3 en sortie de la zone exposée au champ magnétique pour les particules de type 1 et de type 3.

Q 44. Après avoir quitté le convoyeur, les particules sont recueillies dans des bacs situés en bas à droite du convoyeur. Expliquer qualitativement comment positionner ces bacs pour recueillir séparément les particules de type 1 et les particules de type 3. Votre argumentation pourra s'appuyer sur un schéma explicatif sans calcul.

Q 45. Décrire, sans calcul, le trajet des particules de type 2 après leur entrée dans la zone exposée au champ magnétique. Où peut-on recueillir les particules de type 2 ?