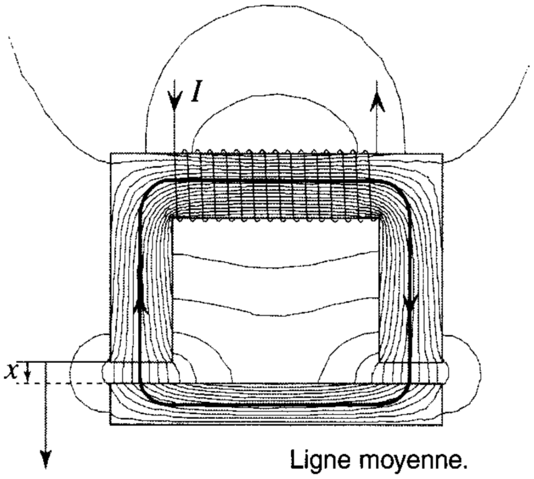
TD de conversion de puissance n° 3 Contacteur électromagnétique

1 — Électroaimant de levage

1. On applique le théorème d'Ampère sur un contour traversant tout le milieu magnétique et l'entrefer.



On note H_1 l'excitation dans l'électroaimant, H_2 celle dans la pièce à soulever et H_e celle dans l'entrefer.

$$\ell_1 H_1 + \ell_2 H_2 + 2xH_e = Ni\,,$$

avec

$$H_1 = \frac{B_1}{\mu_0\mu_{r1}}\,;\quad H_2 = \frac{B_2}{\mu_0\mu_{r2}}\quad\text{et}\quad H_e = \frac{B_e}{\mu_0}.$$

La conservation du flux magnétique s'écrit

$$SB_2 = S_p B_1 = S_p B_e\,.$$

Comme $S_p = 2S$, en notant $B = B_1$ le champ magnétique traversant le circuit :

$$B = B_1 = B_e = \frac{B_2}{2}.$$

On a donc

$$\ell_1\frac{B}{\mu_0\mu_{r1}} + \ell_2\frac{2B}{\mu_0\mu_{r2}} + 2x\frac{B}{\mu_0} = Ni$$

d'où

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{\frac{\ell_1}{\mu_{r1}} + \frac{2\ell_2}{\mu_{r2}} + 2x}.$$

On en déduit l'inductance propre du circuit de $NBS = Li$, soit

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\frac{\ell_1}{\mu_{r1}} + \frac{2\ell_2}{\mu_{r2}} + 2x}.$$

L'énergie magnétique est donnée par

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 S}{\frac{\ell_1}{\mu_{r1}} + \frac{2\ell_2}{\mu_{r2}} + 2x}i^2\,.$$

La force magnétique est donnée par

$$F = \frac{\partial\mathcal{E}}{\partial x} = -\frac{\mu_0 N^2 S}{\left(\frac{\ell_1}{\mu_{r1}} + \frac{2\ell_2}{\mu_{r2}} + 2x\right)^2}i^2\,.$$

La force est maximale quand la pièce à soulever est en contact avec l'électroaimant, soit $x = 0$. On en déduit la masse m maximale à soulever, qui vérifie

à reprendre…

$$\frac{4\pi 10^{-7}\times(1000)^2\times(2\times10^{-2})^2}{\left(\frac{0{,}2}{1000} + \frac{2\times0{,}1}{500}\right)^2} = 9{,}8m$$

d'où $\boxed{m = 21\text{ kg}}$.

2. À l'équilibre, la force électromagnétique est égale au poids de la pièce à soulever :

$$\frac{\mu_0 N^2 S}{\left(\frac{\ell_1}{\mu_{r1}} + \frac{2\ell_2}{\mu_{r2}} + 2x\right)^2}i^2 = mg\,.$$

On en déduit $x = 1{,}5$ mm.

Quand la masse augmente, l'épaisseur x de l'entrefer diminue.

3. Les pièces diffèrent de la valeur de leur permittivité relative μ_{r2}. Une faible valeur de μ_{r2} se traduit par une diminution de F, et la pièce peut ne plus être soulevée.

Pour l'aluminium et le cuivre, on a $\mu_r \approx 1$; pour l'acier, on a $\mu_r = 100$ à 600, ainsi que pour le nickel. Pour le fer doux, on a $\mu_r = 4000$.

2 — Couple exercé sur une barre mobile

1. On applique le théorème d'Ampère sur le contour en pointillés. Attention à la géométrie : la longueur du contour dans l'entrefer est $a\theta$. On a donc

$$\ell H_{\text{fer}} + a\theta H_{\text{air}} = Ni\,.$$

La section du matériau étant constante, la conservation du flux de $\vec{B}$ donne $B_{\text{fer}}S = B_{\text{air}}S$, d'où $B = B_{\text{fer}} = B_{\text{air}}$. Avec $H_{\text{fer}} = \frac{B}{\mu_0\mu_r}$ et $H_{\text{air}} = \frac{B}{\mu_0}$ on obtient

$$\ell\frac{B}{\mu_0\mu_r} + a\theta\frac{B}{\mu_0} = Ni$$

d'où

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{\frac{\ell}{\mu_r} + a\theta}.$$

Le flux magnétique à travers le circuit est donc

$$\varphi = NBS = \frac{\mu_0 N^2 S}{\frac{\ell}{\mu_r} + a\theta}i.$$

De $\varphi = Li$ on déduit

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\frac{\ell}{\mu_r} + a\theta}.$$

2. Le couple s'exerçant sur la partie mobile est donné par

$$\Gamma = \frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\theta} \quad \text{avec} \quad \mathcal{E} = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 S}{\frac{\ell}{\mu_r} + a\theta}i^2.$$

On en déduit

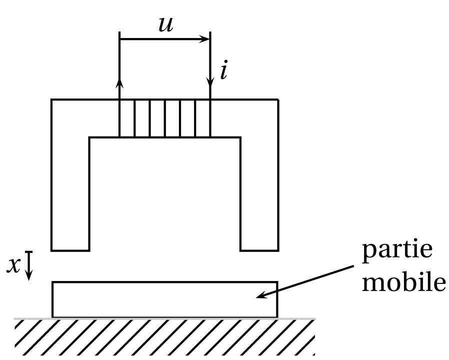
$$\boxed{\Gamma = -\frac{1}{2}\frac{\mu_0 a N^2 S}{\left(\frac{\ell}{\mu_r} + a\theta\right)^2}i^2}.$$

On a bien $\Gamma < 0$ quel que soit le signe de l'intensité : l'effet du couple est de rabattre la pièce mobile sur le noyau ferromagnétique.

3 — Pic de courant dans un relais à palette

On considère un convertisseur à mouvement linéaire, constitué d'un noyau fixe en forme de U et d'une palette mobile, tous deux en fer doux de section S.

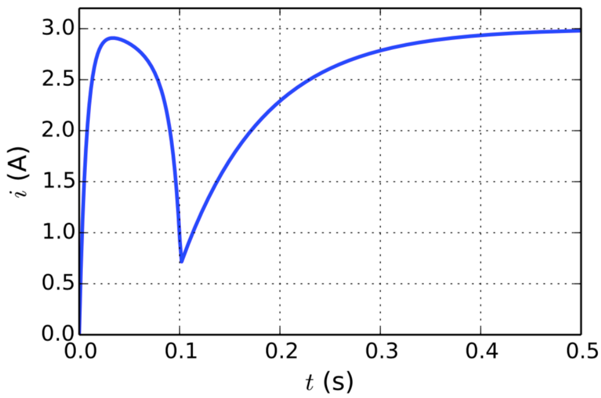
Ces deux parties forment un circuit magnétique d'entrefer $x(t)$ dont on considérera la canalisation parfaite des lignes de champ. Le fer doux est un matériau de grande perméabilité relative μ_r.

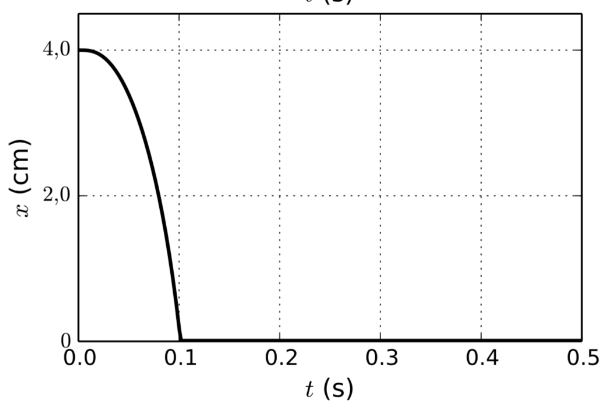


La longueur moyenne totale de l'aimant en U et de la palette est noté ℓ. La palette a une masse m.

Un bobinage enroulé autour de N est, à partir de $t = 0$, alimenté par la tension continue U et parcourue par le courant $i(t)$. On note R la résistance de l'enroulement constitué de N spires.

La palette étant initialement posée sur un support, on alimente le bobinage partir de l'instant $t = 0$. On donne les courbes de simulation du courant et de la position de la palette au cours du temps :





Données : $U = 30$ V, $N = 500$, $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ H·m^{-1}, $\mu_r = 200$, $R = 10\ \Omega$, $S = 0{,}020$ m^2, espacement initial $x(0) = e = 4{,}0$ cm, $\ell = 1{,}5$ m et $m = 10$ kg.

1. La section S du milieu magnétique et de l'entrefer, la conservation du flux magnétique permet d'écrire $SB_e = SB_f$ où B_e est le champ magnétique dans l'entrefer et B_f le champ magnétique dans le fer. ON en déduit

$$B_e = B_f = B.$$

On applique le théorème d'Ampère sur un contour suivant le matériau magnétique et traversant l'entrefer :

$$\ell H_f + 2x(t)H_e = Ni(t).$$

Avec $B_\mathrm{f} = \mu_0\mu_\mathrm{r} H_\mathrm{f}$ et $B_\mathrm{e} = \mu_0 H_\mathrm{e}$ on obtient

$$B = \frac{\mu_0 N i(t)}{2x(t) + \frac{\ell}{\mu_\mathrm{e}}}\,.$$

Le flux propre à travers la bobine est

$$\Phi_\mathrm{p} = NBS = \frac{\mu_0 N^2 S}{2x(t) + \frac{\ell}{\mu_\mathrm{e}}}\, i(t)\,.$$

En identifiant avec $\Phi_\mathrm{p} = Li(t)$ on en déduit l'inductance propre du circuit

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{2x(t) + \frac{\ell}{\mu_\mathrm{r}}}\,.$$

Équation mécanique. On applique le PFD à la palette, soumise à son poids et à la force magnétique ; en projection selon Ox descendant, on obtient

$$m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = mg + \left(\frac{\partial \mathcal{E}_\mathrm{m}}{\partial x}\right)_i\,,$$

soit comme $\mathcal{E}_\mathrm{m} = \dfrac{1}{2} L(x) i^2(t)$

$$\boxed{m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = mg - \frac{\mu_0 N^2 S i^2(t)}{\left(2x + \frac{\ell}{\mu_\mathrm{r}}\right)^2}}\,.$$

Équation électrique. On écrit la loi d'additivité des tensions dans le circuit électrique :

$$u(t) = Ri(t) - e(t)$$

où la fém induite est donnée par

$$e(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi_\mathrm{p}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(Li)}{\mathrm{d}t}\,.$$

Attention : L dépend de $x(t)$ donc de t ; la dérivation s'écrit alors

$$\frac{\mathrm{d}(Li)}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i(t)\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i(t)\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\,.$$

On obtient

$$\boxed{u(t) = Ri(t) + \frac{\mu_0 N^2 S}{2x + \frac{\ell}{\mu_\mathrm{r}}}\left[\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - \frac{2i(t)}{2x + \frac{\ell}{\mu_\mathrm{r}}}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right]}\,.$$

L'équation mécanique et l'équation électrique forment un système de deux équations différentielles couplées.

2. Étude des trois phases dans le mouvement.

2.a) Quand la palette reste posée sur le support, la distance x est constante. L'inductance L est donc aussi constante égale à $L_0 = L(e)$, et le circuit électrique se ramène à un simple circuit RL_0, soumis à un échelon de tension. La constante de temps de ce circuit est donc

$$\tau_0 = \frac{L_0}{R} = \frac{\mu_0 N^2 S}{R\left(2e + \frac{\ell}{\mu_\mathrm{r}}\right)} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 500^2 \times 0{,}020}{10 \times (2 \times 0{,}04 + 1{,}5/200}$$

soit $\tau_0 \approx 7$ ms.

Cette valeur est en accord avec la courbe, où la montée du courant s'effectue en quelques dixièmes de seconde.

2.b) Dans la seconde étape, la palette se met en mouvement jusqu'à se coller à l'électroaimant en U en $t = 0{,}1$ s.

Quand x diminue, l'inductance L augmente, et le flux propre augmente. On peut expliquer la diminution du courant par la loi de Lenz : le système réagit en s'opposant à la perturbation (ici l'augmentation du flux).

2.c) Dans la dernière étape, on a $x = 0$ et l'inductance est constante de valeur $L_1 = L(0)$. On a de nouveau un circuit RL_1 de constante de temps

$$\tau_1 = \frac{L_1}{R} = \frac{\mu_0 N^2 S}{R\left(\frac{\ell}{\mu_\mathrm{r}}\right)} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 500^2 \times 0{,}020}{10 \times (1{,}5/200)}$$

soit $\tau_1 \approx 84$ ms.

On a $\tau_1 \approx 10\tau_0$, ce qui est en accord avec les courbes.

3. Écrivons que la palette est plaquée contre le noyau :

$$0 = mg - \frac{\mu_0 N^2 S i^2}{\left(\frac{\ell}{\mu_\mathrm{r}}\right)^2}$$

d'où

$$i = \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 S}}\frac{\ell}{\mu_\mathrm{r} N}\,.$$

La tension vaut alors

$$U_\mathrm{min} = Ri = \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 S}}\frac{R\ell}{\mu_\mathrm{r} N}\,.$$

On calcule $U_\mathrm{min} = 9{,}4\,\mathrm{V}$. Avec $U = 30\,\mathrm{V}$, cette condition est vérifiée ici.