

# TD de conversion de puissance n° 4

# Machine synchrone

## 1 — Étude de la motorisation de la foreuse du robot Philæ (Mines-Ponts PSI 2017)

Ce sujet propose de revenir sur l'exploit réalisé par l'Agence Spatiale Européenne lors de l'accomplissement de la mission Rosetta. Cette mission consistait à rejoindre la comète 67P Churyomov-Gerasimenko (rebaptisée Churry à cette occasion) sur son orbite à plusieurs centaines de millions de kilomètres de la Terre. Une fois sur place la sonde devait étudier l'environnement de Churry en se satellisant autour d'elle. Une fois ce premier exploit réalisé le 6 août 2014, la sonde Rosetta devait envoyer un robot, nommé Philæ, pour qu'il se pose sur la comète et réalise une étude in situ. Ce robot a réussi à se poser sur la comète le 12 novembre 2014, il a ensuite réalisé sa mission de façon quasi-nominale pendant 3 jours dans des conditions physiques extrêmes. Il a ensuite transmis les données recueillies vers Rosetta toujours en orbite autour de Churry. Rosetta les a ensuite envoyées vers la Terre où nous les avons reçues quelques dizaines de minutes plus tard. La réalisation complète de cette mission aurait pu être présentée comme un exploit retentissant de la conquête spatiale, n'ayant rien à envier aux premiers pas de l'homme sur la Lune. Cependant, le fait que Philæ se soit posé de façon peu stable, le traitement médiatique de ce genre d'évènement, et bien d'autres facteurs plus complexes, n'ont pas permis de se rendre compte de l'incroyable performance scientifique réalisée à l'occasion de cette mission.

Le robot Philæ avait notamment pour mission de forer le sol de la comète sur une profondeur de 40 cm. Il n'a pu réaliser pleinement cette partie de sa mission car le site sur lequel il s'est finalement posé après trois rebonds était trop incliné. Il a cependant pu faire de très nombreuses mesures dont l'analyse permettra de mieux comprendre la formation du système solaire. Nous allons étudier les caractéristiques techniques du moteur de sa foreuse. Ils s'agit d'un moteur synchrone associé à un onduleur de tension. Cette structure permet de concevoir un dispositif robuste de forte puissance, délivrant un fort couple et présentant une bonne durée de vie, toutes ses qualités étant ici nécessaires. Afin de simplifier l'étude, les pertes mécaniques ainsi que les pertes fer de ce moteur synchrones seront négligées. Finalement, le moteur sera assimilé à une machine synchrone diphasée dont les deux enroulements statoriques sont identiques.

### 1.1 Essais préalables

L'induction du moteur synchrone de la foreuse de Philæ est à aimants permanents et possède 8 pôles, soit 4 paires de pôles.

Chaque bobinage du stator possède une résistance de  $0,03 \Omega$ .

L'intensité nominale du courant dans un enroulement du stator est  $I_N = 155 \text{ A}$ . Pendant une durée limitée, elle peut atteindre la valeur maximale  $I_M = 185 \text{ A}$ .

La machine est étudiée en convention récepteur.

le modèle équivalent à une phase de l'induit est représenté sur la figure 1. Les tensions et courants sont supposés sinusoïdaux de pulsation  $\omega = 2\pi f$ . Afin de déterminer les paramètres du modèle, divers essais ont été effectués :

- Essai n° 1 : sur un banc d'essais, on a entraîné la machine synchrone à vide par l'intermédiaire d'un moteur auxiliaire à la vitesse  $n = 1500 \text{ tr}/\text{min}^{-1}$ . Aux bornes d'une phase, on a mesuré une tension simple de  $57 \text{ V}$ .
- Essai n° 2 : avec une alimentation électrique appropriée, on a effectué un essai de la machine en moteur à  $1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  pour lequel  $\psi = 0$ ,  $I = I_M = 185 \text{ A}$  et  $V = 72 \text{ V}$ .

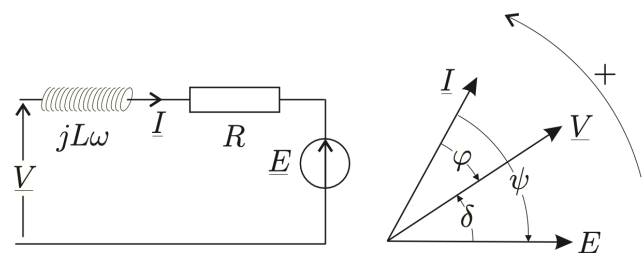


FIGURE 1 – Schéma électrique et diagramme vectoriel d'une phase du moteur

1. On admet qu'en régime permanent de vitesse, la condition de synchronisme pour un moteur possédant  $p$  paires de pôles s'écrit  $\omega = p\Omega$ , où  $\Omega$  désigne la vitesse de rotation du rotor en  $\text{radian} \cdot \text{s}^{-1}$ . Déterminer la fréquence des tensions statoriques quand  $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .
2. Représenter le diagramme vectoriel relatif à l'essai n° 2. La résistance  $R$  n'étant pas négligée, en déduire la valeur de  $L$ .
3. Représenter le diagramme vectoriel relatif à l'essai n° 2. La résistance  $R$  n'étant pas négligée, en déduire la valeur de  $L$ .
4. La valeur efficace de la force contre-électromotrice  $E$  a pour expression  $E = \Phi_0\omega$ . Quelle est l'unité de la constante  $\Phi_0$ ? Que représente-t-elle? De quels paramètres de la machine dépend-elle? Montrer que  $E = A\Omega$ , et donner l'expression et la valeur numérique de  $A$ .

Dans la suite, on néglige la chute de tension ohmique ainsi que les pertes par effet Joule dans les circuits statoriques.

5. Tracer un diagramme vectoriel représentatif d'un point de fonctionnement quelconque dans le cas où  $0 < \psi < \pi/2$ . En déduire une relation entre  $V$ ,  $E$ ,  $\varphi$  et  $\psi$ .
6. Déterminer l'expression de la puissance électrique absorbée par le moteur  $P_a$  en fonction de  $V$ ,  $I$  et  $\varphi$ , puis en fonction de  $E$ ,  $I$  et  $\psi$ . Quelle relation existe-t-il entre cette puissance  $P_a$  et la puissance mécanique  $P_m$  reçue par le rotor?
7. Exprimer le couple électromagnétique  $C$  développé par le moteur en fonction de  $A$ ,  $I$  et  $\psi$ . Pour une intensité efficace  $I$  donnée, que doit-on faire pour maximiser le couple développé par la machine? De quelle unique variable le couple dépend-il alors? À quel autre moteur ce fonctionnement fait-il penser?
8. On se place au point de fonctionnement  $\psi = 0$ ,  $I = I_N$  et  $n = 1500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . Que vaut le moment du couple  $C$  développé par le moteur? Représenter le diagramme vectoriel représentatif du fonctionnement. Placer les vecteurs représentatifs des complexes  $\underline{E}$ ,  $\underline{V}$  et  $\underline{I}$ . En déduire les expressions de  $V$  et  $\varphi$  et leurs valeurs numériques.

## 2 — Générateur électrique d'une éolienne (Centrale PSI 2021)

On étudie la production d'énergie électrique par une éolienne au moyen d'un générateur utilisant des aimants permanents. Il est constitué d'un stator intérieur cylindrique de diamètre  $D_i$  et de longueur  $L_r$  selon  $\vec{e}_z$ . Le rotor a un diamètre intérieur noté  $D_i + 2e$ , avec  $e \ll D_i$  l'entrefer du dispositif et est maintenu en rotation autour de l'axe  $\vec{e}_z$  par une liaison pivot, sa position angulaire étant notée  $\theta_r$ .

Le rotor et le stator sont constitués d'un matériau ferromagnétique doux de perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  supposée infinie.

On admet que la longueur axiale  $L_r$  est suffisamment grande pour que le champ magnétique dans l'entrefer soit indépendant de la coordonnées  $z$ . On admet également qu'il y est toujours radial, dirigé selon  $\vec{e}_r$ .

On enroule autour du stator un câble parcouru par un courant électrique d'intensité  $I > 0$  comme représenté sur la figure 2. On se place dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires magnétiques. Comme l'entrefer est très fin ( $e \ll D_i$ ), on peut considérer que la norme du champ magnétique y est indépendante de  $r$ .

1. Montrer que le champ magnétique dans l'entrefer a pour intensité

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2e} \quad (1)$$

et préciser son sens en fonction de l'angle  $\theta$ .

2. On enroule autour du stator une deuxième spire parcourue par le même courant  $I$ , dans un plan de vecteur normal orienté selon  $\vec{e}_y$ . Tracer la courbe représentative du champ magnétique total  $B(\theta) = \vec{B} \cdot \vec{e}_r$  dans l'entrefer en fonction de  $\theta$ .

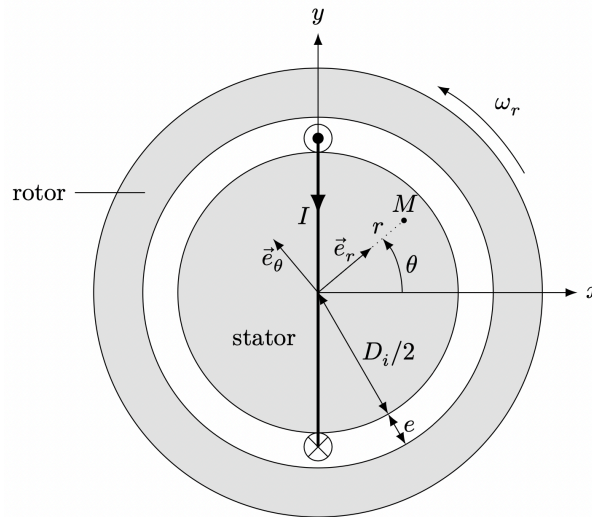


FIGURE 2 – Rotor et stator du générateur (un courant d'intensité  $I$  parcourt l'enroulement autour du stator)

On enroule maintenant un grand nombre de spires dans différents plans et on admet qu'une répartition adéquate permet d'obtenir un champ magnétique statorique dans l'entrefer qui varie sinusoidalement avec l'angle  $\theta$  selon

$$\vec{B}_s(I) = B_0(I) \cos(\theta) \vec{e}_r \quad \text{avec} \quad B_0(I) = \frac{N\mu_0 I}{2e} \quad (2)$$

où  $N$  est le nombre effectif de tours de l'enroulement.  
 Cette expression sera valable dans toute la suite.

3. Dans cette question uniquement, l'enroulement statorique fournit une puissance électrique constante de 5,0 kW sous une tension de 230 V et on a  $N = 21$ . Calculer la valeur de l'intensité du courant  $I$  et en déduire l'intensité maximale du champ magnétique dans l'entrefer pour  $e = 2$  mm.

On utilise désormais deux enroulements statoriques similaires mais produisant chacun un maximum de leur champ magnétique dans une direction différente. Ces enroulements sont respectivement parcourus par des courants d'intensités  $I_1$  et  $I_2$  et créent des champs magnétiques respectifs  $\vec{B}_{s1}$  et  $\vec{B}_{s2}$  donnés par

$$\vec{B}_{s1} = B_0(I_1) \cos(\theta) \vec{e}_r \quad \text{et} \quad \vec{B}_{s2} = B_0(I_2) \cos(\theta - \pi/2) \vec{e}_r$$

où  $B_0$  est défini dans l'expression (2). Les courants  $I_1$  et  $I_2$  ont même amplitude  $I_s$  et varient sinusoidalement à la pulsation  $\omega_s$  :  $I_1 = I_s \cos(\omega_s t)$ ,  $I_2 = I_s \cos(\omega_s t - \phi_2)$ .

4. Comment peut-on réaliser l'enroulement créant le champ  $\vec{B}_{s2}$  si l'on connaît celui qui crée le champ  $\vec{B}_{s1}$  ?

5. Déterminer la valeur de  $\phi_2$  permettant de réaliser un champ dit « tournant » tel que

$$\vec{B}_s = B_t \cos(\theta - \omega_s t) \vec{e}_r$$

et préciser l'expression de  $B_t$  en fonction, entre autres, de  $I_s$ .

On note  $\phi_s = \omega_s t$  la direction dans laquelle pointe le maximum du champ magnétique tournant. Le rotor produit, au moyen d'aimants permanents, un champ magnétique dans l'entrefer qu'on considérera lui aussi radial, uniforme sur l'épaisseur de l'entrefer, variant sinusoidalement avec la position, et solidaire du rotor. On note  $\vec{B}_r$  son expression

$$\vec{B}_r = B_r \cos(\theta - \phi_r) \vec{e}_r$$

avec  $B_r$  une constante positive et  $\phi_r$  l'angle dont a tourné le rotor.

Le courant dans les enroulements statoriques est désormais induit par le mouvement du rotor. On rappelle que  $\phi_r$  (resp.  $\phi_s$ ) désigne la direction dans laquelle la composante radiale du champ magnétique du rotor (resp. du champ magnétique tournant statorique) est maximale.

6. Déterminer l'expression de l'énergie magnétique totale dans l'entrefer, notée  $\mathcal{E}_{\text{mag}}$ , en fonction, entre autres, de  $B_r$ ,  $\phi_s$ ,  $\phi_r$  et de  $I_s$ .

7. En déduire l'expression du couple exercé sur le rotor, donné par  $\Gamma = \frac{d\mathcal{E}_{\text{mag}}}{d\phi_r}$ .

On suppose dans toute la suite qu'un régime sinusoïdal est établi dans lequel le rotor tourne à la pulsation  $\omega_r$  constante et l'intensité du courant statorique oscille à la même pulsation  $\omega_s = \omega_r$  avec une amplitude  $I_s$ . On note  $\delta = \phi_r - \phi_s = \text{cste}$  qu'on suppose positif.

8. Calculer la valeur maximale possible de la valeur absolue du couple pour  $I_s = 22 \text{ A}$  et  $B_r = 1,2 \text{ T}$ .

On peut modéliser chacun des enroulements statoriques par le même circuit électrique, représenté sur la figure 3. La résistance  $R$  et l'autoinductance  $L$  sont celles de l'enroulement statorique, la force électromotrice  $E$  est celle produite par le mouvement du rotor. La résistance  $R_u$  représente celle du dipôle alimenté par le générateur. On prendra  $R = 1 \Omega$  et  $L = 20 \text{ mH}$ .

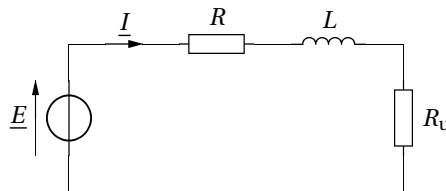


FIGURE 3 – Schéma électrique d'un enroulement statorique

On donne les expressions des forces électromotrices instantanées des enroulements parcourus par les courants  $I_1$  et  $I_2$  définis avant la question 4, qu'on note respectivement  $E_1$  et  $E_2$ ,

$$E_1 = \frac{\pi N D_i L_r B_r}{4} \omega_r \sin(\phi_r) \quad \text{et} \quad E_2 = -\frac{\pi N D_i L_r B_r}{4} \omega_r \cos(\phi_r). \quad (3)$$

9. Justifier qualitativement les expressions précédentes.

10. Déterminer, en notation complexe, les expressions des amplitudes complexes des intensités  $I_1$  et  $I_2$ .

11. En déduire l'expression du champ magnétique statorique puis celle du couple exercé sur le rotor.

12. Calculer la valeur du couple mécanique exercé par l'écoulement de l'air sur l'éolienne pour fournir une puissance moyenne de 5 kW à la charge de résistance  $R_u$  sous une tension efficace de 230 V à la fréquence de 50 Hz.

L'utilisation d'un grand nombre d'aimants régulièrement répartis sur le rotor crée désormais un champ magnétiques

$$\vec{B}_r = B_r \cos(p\theta - \phi_r) \vec{e}_r.$$

13. Déterminer la valeur de la pulsation  $\omega_r$  de rotation du rotor pour laquelle la fréquence fondamentale du courant électrique produit en régime sinusoïdal établi est 50 Hz pour  $p = 12$ .