Relations de passage du champ électromagnétique

Relation de passage pour le champ électrique

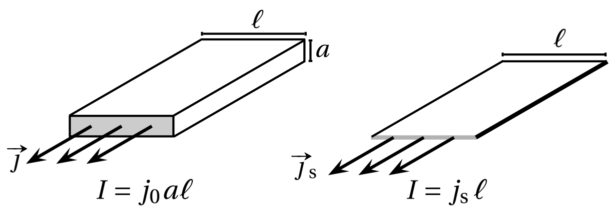
On considère une surface chargée avec une densité surfacique $\sigma(M,t)$, séparant les milieux (1) et (2).

> Les équations de Maxwell-Gauss et Maxwell-Faraday ne peuvent pas s'écrire en un point d'une distribution surfacique de charge, où le champ électrique n'est pas défini. Elles sont remplacées par la relation de passage
> $$\vec{E}_2(M,t)-\vec{E}_1(M,t)=\frac{\sigma(M,t)}{\varepsilon_0}\vec{n}_{1\to 2}$$
> où $\vec{n}_{1\to 2}$ est le vecteur unitaire normal à la distribution surfacique en M, dirigé du milieu (1) vers le milieu (2).

- On note $\vec{E}_1(M,t)$ la limite du champ dans le milieu (1) au point M, soit $\vec{E}_1(M,t)=\lim\limits_{M_1\to M}\vec{E}(M_1,t)$.
- De même $\vec{E}_2(M,t)$ est la limite du champ dans le milieu (2) au point M : $\vec{E}_2(M,t)=\lim\limits_{M_2\to M}\vec{E}(M_2,t)$.
- La composante de $\vec{E}(M,t)$ tangente à la surface chargée est continue.
- On a rencontré la discontinuité de la composante normale à la surface lors du calcul du champ créé par un plan infini chargé en surface.

Distribution surfacique de courant

On considère une nappe de courant d'épaisseur a, parcourue par une densité volumique de courant $\vec{j}=j_0\vec{u}$.



L'intensité I traversant une largeur ℓ de la nappe est $I=j_0a\ell$

Répartition surfacique : même intensité dans la limite $a\to 0$, d'où $j_0\to\infty$

Densité surfacique finie $j_s=j_0a$, en $\mathrm{A\cdot m^{-1}}$

> Une distribution surfacique de courant est un modèle correspond à une distribution volumique de courant sur une épaisseur $a\to 0$. Elle est décrite par une densité surfacique de courant $\vec{j}_s$ définir par l'expression de l'intensité δI traversant un élément de longueur $\mathrm{d}\ell$ contenue dans la surface considérée :
> $$\delta I=\mathrm{d}\ell\,\vec{j}_s\cdot\vec{n}$$
> où $\vec{n}$ est un vecteur unitaire, normal à $\mathrm{d}\ell$, contenu dans la surface de la distribution.

Relation de passage pour le champ magnétique

> Les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson ne peuvent pas s'écrire en un point d'une distribution surfacique de courant, où le champ magnétique n'est pas défini. Elles sont remplacées par la relation de passage
> $$\vec{B}_2(M,t)-\vec{B}_1(M,t)=\mu_0\vec{j}_s\wedge\vec{n}_{1\to 2}\,.$$

- La composante de $\vec{B}(M,t)$ normale à la surface chargée est continue.

Réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait

On considère un conducteur parfait occupant le demi-espace $x > 0$.
Il reçoit une onde électromagnétique incidente progressive :

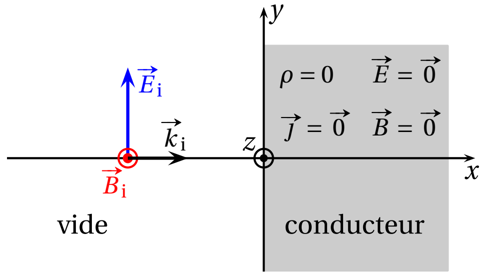
— harmonique ;

— plane ;

— polarisée rectilignement selon $\vec{u}_y$;

— arrivant sous incidence normale.

Champ électrique incident : $\vec{E}_\mathrm{i}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - kx)\,\vec{u}_y$.



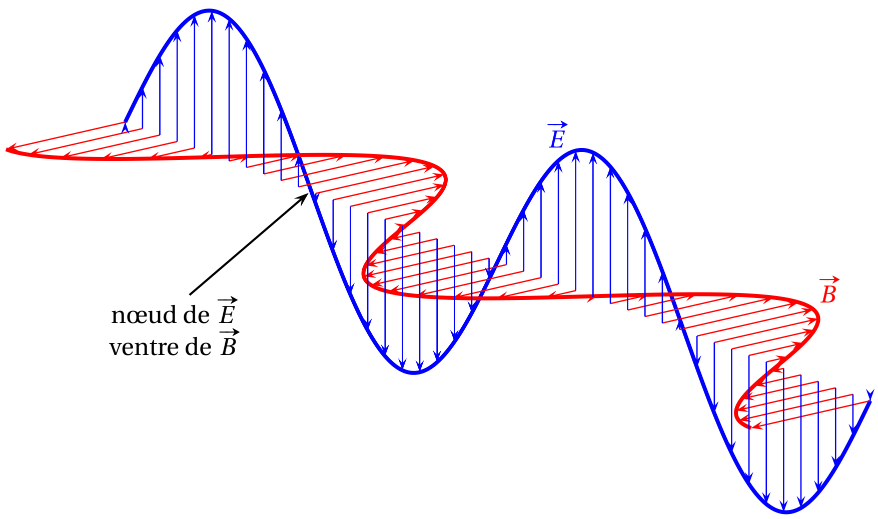
➤ Le champ électrique de l'onde incidente ne peut satisfaire la relation de passage $\vec{E}_\mathrm{i}(x=0,t) = \vec{0}$, $\forall t$.

➤ Il existe nécessairement une onde réfléchie, de façon à ce que le champ totale vérifie la relation de passage.

	onde incidente	onde réfléchie	onde totale
champ $\vec{E}$	$\vec{E}_\mathrm{i}(M,t) = E_0\cos(\omega t - kx)\,\vec{u}_y$	$\vec{E}_\mathrm{r}(M,t) = -E_0\cos(\omega t + kx)\,\vec{u}_y$	$\vec{E}(M,t) = 2E_0\sin(kx)\sin(\omega t)\,\vec{u}_y$
champ $\vec{B}$	$\vec{B}_\mathrm{i}(M,t) = \dfrac{E_0}{c}\cos(\omega t - kx)\,\vec{u}_z$	$\vec{B}_\mathrm{r}(M,t) = \dfrac{E_0}{c}\cos(\omega t + kx)\,\vec{u}_z$	$\vec{B}(M,t) = \dfrac{2E_0}{c}\cos(kx)\cos(\omega t)\,\vec{u}_z$

La superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie par le conducteur parfait donne naissance à une onde stationnaire :

$$\vec{E}(M,t) = 2E_0\sin(\omega t)\sin(kx)\,\vec{u}_y \quad \text{et} \quad \vec{B}(M,t) = \frac{2E_0}{c}\cos(\omega t)\cos(kx)\,\vec{u}_z\,.$$



➤ Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont en quadrature temporelle.

➤ Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont en quadrature spatiale : un nœud de $\vec{E}$ correspond à un ventre de $\vec{B}$, et réciproquement.

La surface du conducteur est le siège de courants surfaciques, sources de l'onde réfléchie, de densité surfacique

$$\vec{j}_\mathrm{s} = \frac{2E_0}{\mu_0 c}\cos(\omega t)\,\vec{u}_x\,.$$

Coefficient de réflexion en puissance

Le coefficient de réflexion en puissance est

$$R = \frac{\left\|\overrightarrow{\Pi}_\mathrm{i}(x=0,t)\right\|}{\left\|\overrightarrow{\Pi}_\mathrm{i}(x=0,t)\right\|} = 1$$

où $\overrightarrow{\Pi}_\mathrm{i}(M,t)$ et $\overrightarrow{\Pi}_\mathrm{r}(M,t)$ les vecteurs de Poynting des ondes incidente et réfléchie.

- Ce résultat traduit le fait que l'énergie de l'onde incidente est complètement réfléchie : il n'y a ni absorption ni transmission dans le conducteur parfait.
- On a $\overrightarrow{\Pi}_\mathrm{i} = \varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)\,\overrightarrow{u}_x$ et $\overrightarrow{\Pi}_\mathrm{r} = -\varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t + kx)\,\overrightarrow{u}_x$.
- Le vecteur de Poynting du champ électromagnétique total est $\overrightarrow{\Pi} = 4\varepsilon_0 c E_0^2 \cos(\omega t)\sin(\omega t)\cos(kx)\sin(kx)\,\overrightarrow{u}_x$. On a $\langle\overrightarrow{\Pi}\rangle = \overrightarrow{0}$: il n'y a aucune propagation de l'énergie en moyenne, ce qui est caractéristique de l'onde stationnaire.

Pression de radiation

Le conducteur parcouru par des courants surfaciques et placé dans le champ magnétique de l'onde est soumis à une force de Laplace dont la résultante sur une surface dS de conducteur est [1]

$$\boxed{\mathrm{d}\overrightarrow{F}_\mathrm{L} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{j}_\mathrm{s}(t) \wedge \overrightarrow{B}(x=0,t)\right)\mathrm{d}S}\,.$$

En moyenne temporelle, on établi $\langle \mathrm{d}\overrightarrow{F}_\mathrm{L}\rangle = \varepsilon_0 E_0^2\,\mathrm{d}S\,\overrightarrow{u}_x = P_\mathrm{rad}\,\mathrm{d}S\,\overrightarrow{u}_x$.

Du fait de la réflexion de l'onde électromagnétique incidente à sa surface, le conducteur est soumis à une force surfacique appelée **pression de radiation** d'expression

$$P_\mathrm{rad} = \varepsilon_0 E_0^2\,.$$

1. Expression fournie.