

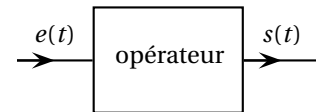
# Électronique

## I — Stabilité des systèmes linéaires

### Système linéaire entrée-sortie continu et invariant

On considère un système à une entrée et une sortie, fonctions du temps :

- $e(t)$  est le **signal d'entrée** (ou excitation) ;
- $s(t)$  est le **signal de sortie** (ou réponse).



Un système est **linéaire** si pour deux signaux d'entrée  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$ , on a

$$\left. \begin{array}{l} e_1(t) \longrightarrow s_1(t) \\ e_2(t) \longrightarrow s_2(t) \end{array} \right\} \quad \forall (\lambda, \mu) \in \mathbf{R}^2, \quad \lambda e_1(t) + \mu e_2(t) \longrightarrow \lambda s_1(t) + \mu s_2(t)$$

Un système est **invariant** si ses propriétés ne varient pas dans le temps :  $e(t) \longrightarrow s(t) \implies e(t - \tau) \longrightarrow s(t - \tau)$ ,  $\forall \tau$ .

- Le signal sinusoïdal est *isomorphe* pour les systèmes linéaires : le signal de sortie est une sinusoïde de même fréquence :

$$e(t) = E \cos(\omega t + \varphi) \longrightarrow s(t) = S \cos(\omega t + \psi).$$

- Si  $e(t) = 0$ , on a  $s(t) = 0$  pour un système linéaire.

**Critère de linéarité** : si le signal de sortie comporte une composante harmonique à une fréquence absente du spectre du signal d'entrée, le système est non linéaire.

### Représentation d'un système linéaire continu invariant

#### Représentation temporelle

Les grandeurs d'entrée et de sortie sont reliées par une équation différentielle linéaire :

$$a_0 s(t) + a_1 \frac{ds}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n s}{dt^n} = b_0 e(t) + b_1 \frac{de}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m e}{dt^m}, \quad (1)$$

où  $n$  définit l'**ordre** du système.

La solution générale de (1) s'écrit  $s(t) = s_h(t) + s_p(t)$  où

- $s_h(t)$ , solution générale de l'équation homogène, décrit le régime libre ;
- $s_p(t)$ , solution particulière de l'équation complète, décrit le régime permanent établi.
- Le régime établi  $s_p(t)$  est indépendant des conditions initiales.
- Tant que  $s_h(t)$  n'est pas négligeable devant  $s_p(t)$ , on est dans le **régime transitoire**.

#### Représentation fréquentielle

On se place en régime harmonique (régime sinusoïdal).

Notation complexe (système linéaire) :  $e(t) = E \cos(\omega t + \varphi) \longrightarrow \underline{e}(t) = \underline{E} e^{j\omega t}$  où  $\underline{E} = E e^{j\varphi}$  est l'amplitude complexe.

Le système linéaire est décrit par la fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{b_0 + b_1(j\omega) + \dots + b_m(j\omega)^m}{a_0 + (j\omega)a_1 + \dots + a_n(j\omega)^n}. \quad (2)$$

- Le lien entre les descriptions temporelle et fréquentielle se fait par la correspondance  $\frac{d}{dt} \longleftrightarrow \times j\omega$ .
- On peut utiliser la notation symbolique  $H(p) = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n}$ .
- L'ordre du système est le degré  $n$  du dénominateur.

### Stabilité

Un système est stable si  $\lim_{t \rightarrow +\infty} s_h(t) = 0$ .

Un système d'ordre 1 ou 2 est stable si les coefficients de l'équation différentielle régissant le régime libre — ou les coefficients du dénominateur de la fonction de transfert — sont de même signe.