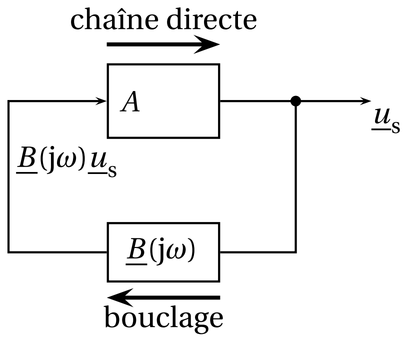
# Électronique — L'oscillateur à pont de Wien - compléments

## 1 — Principe d'un oscillateur à rétroaction

Un oscillateur à rétroaction a pour schéma fonctionnel :




Il est constitué de deux éléments :

— une *chaîne directe*, qui est un amplificateur linéaire de gain $A$ ;

— une *chaîne de retour*, assurant la rétroaction, qui a une fonction de transfert $\underline{B}(j\omega)$.

Dans un fonctionnement en oscillateur, on obtient un signal de sortie en l'absence de signal d'entrée :
La tension de sortie $\underline{u}_s$ est prélevée à la sortie de la chaîne directe, et envoyée à l'entrée de la chaîne de retour. La sortie $\underline{B}(j\omega)$ de la chaîne de retour est envoyé à l'entrée de la chaîne directe, dont la sortie est alors $A\underline{B}(j\omega)$, d'où

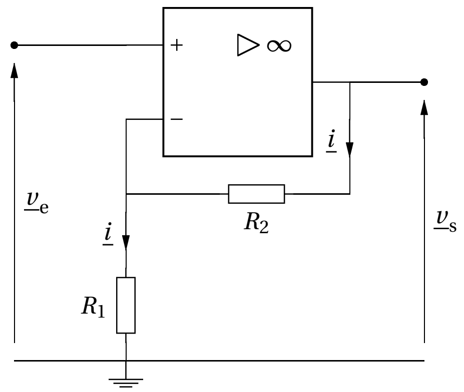
$$\left[1 + A\underline{B}(j\omega)\right]\underline{u}_s = 0\,.$$

Le système fonctionne en oscillateur si $\underline{u}_s \neq 0$, ce qui n'est possible que si $\boxed{1 + A\underline{B}(j\omega) = 0}$.

## 2 — L'oscillateur à pont de Wien

### 2.1 Chaîne directe : l'étage amplificateur

Cet étage est construit à partir d'un ALI fonctionnant en régime linéaire.




Les courants étant nuls dans les entrées inverseuses et non inverseuses, la même intensité $\underline{i}$ traverse les deux résistances. L'ALI fonctionnant en régime linéaire, on a $v_+ = v_-$.
On a donc $\underline{v}_e = R_1\underline{i}$ et $\underline{v}_s = (R_1 + R_2)\underline{i}$, d'où

$$\boxed{\frac{v_s(t)}{v_e(t)} = A} \quad \text{avec} \quad \boxed{A = 1 + \frac{R_2}{R_1}}\,.$$

➤ On a $A_1 > 1$ : ce montage réalise une **amplification**.

Les relations précédentes sont valables tant que l'ALI fonctionne en régime linéaire, c'est-à-dire tant que $\left|\underline{v}_s\right| < V_{sat}$. Il faut donc

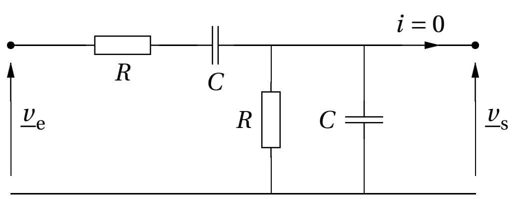
$$-V_{sat} < \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left|\underline{v}_e\right| < V_{sat}$$

d'où

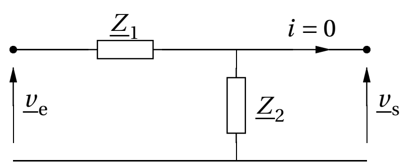
$$\boxed{-\frac{R_1}{R_1 + R_2}V_{sat} < \left|\underline{v}_e\right| < \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_{sat}}\,.$$

### 2.2 Chaîne de retour : le filtre de Wien

Le filtre de Wien a pour structure




Le filtre se ramène à



avec

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{jC\omega} = \frac{1+jRC\omega}{jC\omega} \quad \text{et} \quad \underline{Z}_2 = \frac{R}{1+jRC\omega}.$$

La fonction de transfert s'écrit donc

$$\underline{B}(j\omega) = \frac{H_0}{1+jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec

$$\boxed{H_0 = \frac{1}{3}}\ ; \quad \boxed{Q=\frac{1}{3}} \quad \text{et} \quad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC}}.$$

Le facteur de qualité de ce filtre est $Q = 1/3$, valeur faible : **ce filtre n'est pas très sélectif**.
On peut établir l'équation différentielle reliant les tensions d'entrée et de sortie à partir de la fonction de transfert de ce filtre :

$$\frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{H_0}{1+j\frac{Q\omega}{\omega_0}+\frac{Q\omega_0}{j\omega}}$$

soit

$$\left(1+\frac{Q}{\omega_0}j\omega+\frac{Q\omega_0}{j\omega}\right)\underline{v}_s = H_0\underline{v}_e$$

d'où

$$(j\omega)^2\underline{v}_s + \frac{\omega_0}{Q}j\omega\underline{v}_s + \omega_0^2\underline{v}_s = H_0\frac{\omega_0}{Q}j\omega\underline{v}_e.$$

Comme $H_0 = Q = 1/3$, on a

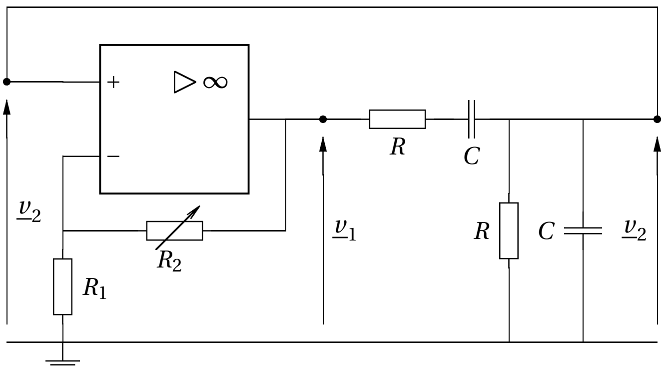
$$(j\omega)^2\underline{v}_s + 3\omega_0 j\omega\underline{v}_s + \omega_0^2\underline{v}_s = \omega_0 j\omega\underline{v}_e.$$

L'équation différentielle correspondante est donc

$$\boxed{\frac{d^2v_s}{dt^2}+3\omega_0\frac{dv_s}{dt}+\omega_0^2 v_s = \omega_0\frac{dv_e}{dt}}. \qquad (1)$$

## 2.3 Fonctionnement théorique de l'oscillateur

Le schéma du montage est




Le pont de Wien impose entre $v_1(t)$ et $v_2(t)$ la relation

$$\frac{d^2v_2}{dt^2}+3\omega_0\frac{dv_2}{dt}+\omega_0^2 v_2 = \omega_0\frac{dv_1}{dt}. \qquad (2)$$

En fonctionnementl linéaire, l'étage amplificateur impose entre $v_1(t)$ et $v_2(t)$ la relation $v_1(t) = G_0 v_2(t)$.
On en déduit

$$\boxed{\frac{d^2v_2}{dt^2}+(3-G_0)\omega_0\frac{dv_2}{dt}+\omega_0^2 v_2 = 0}. \qquad (3)$$

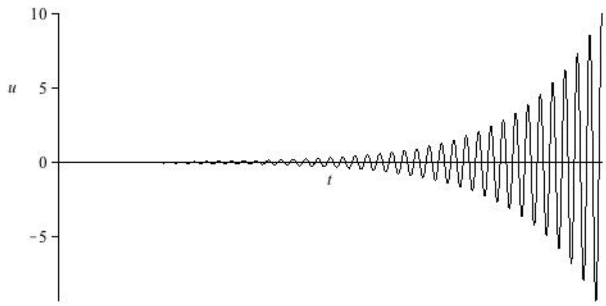
Si l'on fixe $\boxed{G_0 = 3}$ , l'équation (3) se ramène à l'équation de l'oscillateur harmonique

$$\boxed{\frac{d^2v_2}{dt^2}+\omega_0^2 v_2(t) = 0}. \qquad (4)$$

La tension $v_2(t)$ est alors sinusoïdale, à la pulsation $\omega_0$, son amplitude étant fixée par les conditions initiales.

## 2.4 Fonctionnement pratique de l'oscillateur

Le cas $A = 3$ ne permet pas en pratique d'observer des oscillations, en raisons des conditions initiales : à $t = 0$, on a $v_s(0) \approx 0$ si les condensateurs sont déchargés. En fait, on aura toujours une tension parasite due à l'alimentation continue de l'ALI, mais son amplitude faible ne permettra pas d'observer des oscillations d'amplitude notable [1]
Pour que des oscillations prennent naissance, il faut qu'une faible valeur initiale de $v_2$ soit **amplifiée**, c'est-à-dire que le coefficient de la dérivée première de l'équation différentielle (3) soit négatif : $3 - A < 0$.
La condition d'accrochage s'écrit donc $\boxed{A > 3}$ .
Cependant, on observe alors des oscillations dont l'amplitude croît exponentiellement. Par exemple, pour $A = 3{,}05$, avec les conditions initiales $v_2(0) = 0{,}01$ et $v_2'(0) = 0$, on obtient

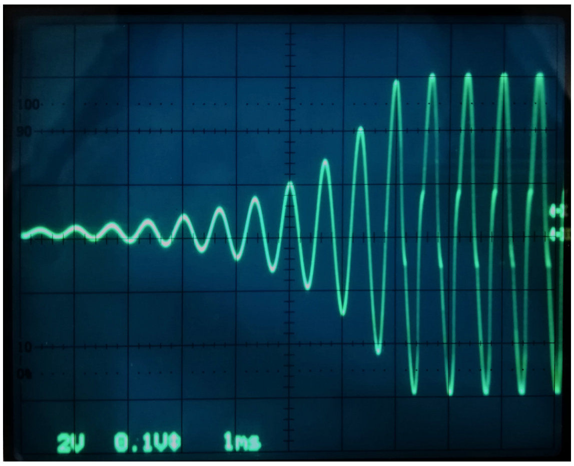



1. L'amplitude des oscillations est de l'ordre de l'amplitude initiale.

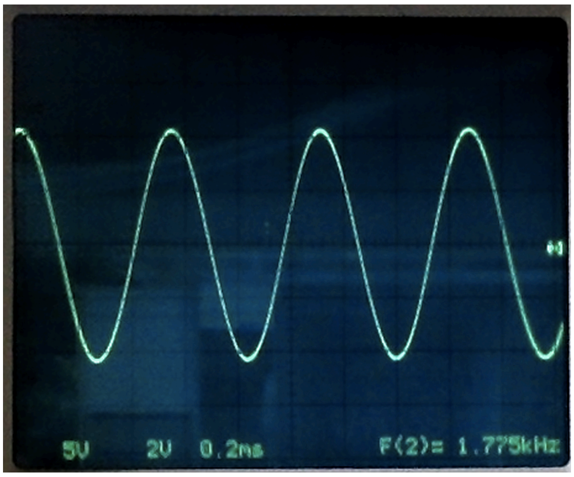
En réalité, le comportement observé est tout autre. L'équation (3) a été établie en supposant un fonctionnement linéaire de l'ALI, ce qui n'est le cas que si $|v_2| < \dfrac{V_{\text{sat}}}{A}$. Quand $|v_2|$ dépasse $V_{\text{sat}}/A$, l'ALI est en régime de fonctionnement saturé. On a alors $v_1(t) = \pm V_{\text{sat}}$ constante, et l'équation (2) s'écrit

$$\frac{\mathrm{d}^2 v_2}{\mathrm{d}t^2} + 3\omega_0 \frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 v_2 = 0\,.$$

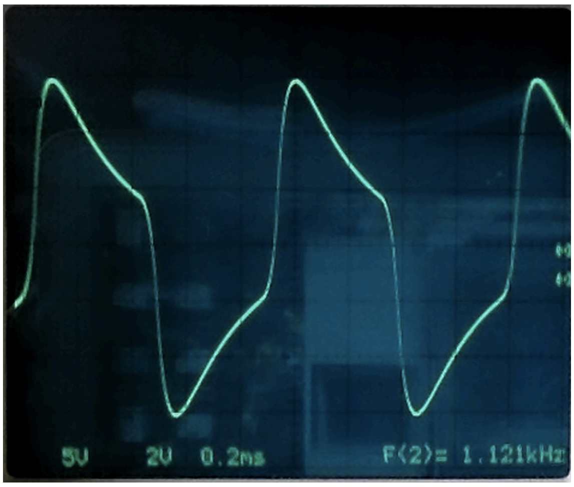
Il s'agit de l'équation d'un oscillateur linéaire **amorti**. La propriété générale de la solution est $\lim\limits_{t\to\infty} v_2(t) = 0$ : la tension de sortie décroît en amplitude, jusqu'à ce que l'ALI repasse en régime linéaire.
La tension $v_2(t)$ se remet alors à effectuer des oscillations croissantes, etc.
Si la condition d'accrochage est juste vérifiée ($A = 3 + \eta$, avec $\eta \ll 1$), les oscillations seront *quasi-sinusoïdales* : l'ALI fonctionne presque tout le temps en régime linéaire.
On peut visualiser la naissance des oscillations en suivant leur évolution temporelle :



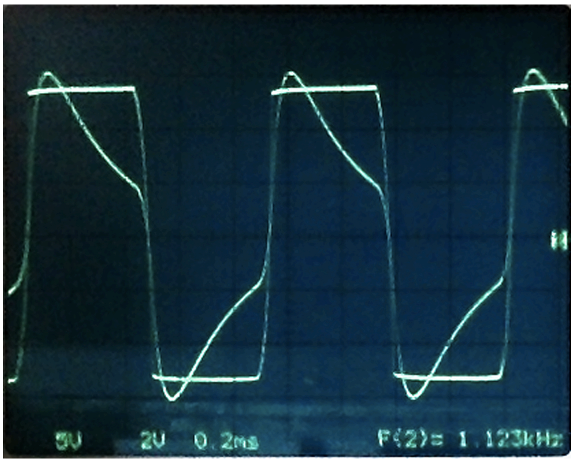

Les oscillations sont ici légèrement différentes d'une sinusoïde : $A$ est sensiblement supérieur à 3. En régime établi, les oscillations sont quasi-sinusoïdales. En prenant $A$ très proche de 3, on ne distingue pas la différence avec une sinusoïde :




Si on a $A > 3$ de façon assez importante, le circuit fonctionne toujours en oscillateur, mais les oscillations ne sont plus sinusoïdales, et de pulsation $\omega_{\text{osc}} \neq \omega_0$ :



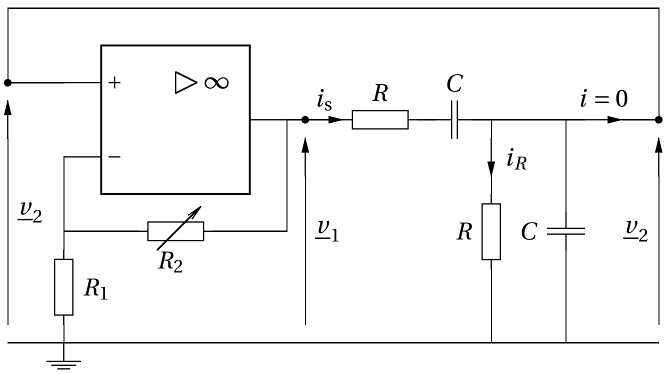

Si l'on visualise la tension $v_1(t)$ en sortie de l'ALI, on constate que celui-ci fonctionne ici presque tout le temps en régime saturé :



- Pour qu'un oscillateur démarre, il faut que le gain de l'étage amplificateur en régime linéaire dépasse une valeur seuil : c'est la **condition d'accrochage**.
- Les **non-linéarités** de l'étage amplificateur permettent un fonctionnement stable de l'oscillateur.
- Le régime permanent est obtenu quand les gains fournis par l'étage amplificateur compensent les pertes.

## 3 — Complément : bilan de puissance

On note les courants $i_s$ et $i_R$ sur le schéma.
On considère les oscillations sinusoïdales à la pulsation $\omega_0$.




La puissance moyenne fournie par l'ALI au pont de Wien est

$$\langle P_{\mathrm{ALI}}\rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}(\underline{v}_1 \underline{i}_s^*)\,.$$

Le courant étant nul dans l'entrée non inverseuse de l'ALI, le courant $i$ de sortie du pont de Wien est nul, comme indiqué sur le schéma.
Le pont de Wien peut être considéré comme l'association $(R) + (C) + (R//C)$, traversée par le courant $i_s$. L'impédance de l'ensemble est donc

$$\underline{Z}_{\mathrm{PW}} = R + \frac{1}{\mathrm{j}C\omega} + \frac{R}{1+\mathrm{j}RC\omega}\,.$$

On se place à la pulsation de résonance telle que $RC\omega_0 = 1$ ; on a donc

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{\mathrm{PW}} &= R + \frac{R}{\mathrm{j}} + \frac{R}{1+\mathrm{j}} = R\left(1-\mathrm{j}+\frac{1}{1+j}\right)\\ &= R\frac{(1-\mathrm{j})(1+\mathrm{j})+1}{1+\mathrm{j}} = R\frac{3}{1+\mathrm{j}} = R\frac{3(1-\mathrm{j})}{(1+\mathrm{j})(1-\mathrm{j})}\end{aligned}$$

d'où

$$\underline{Z}_{\mathrm{PW}} = \frac{3}{2}(1-\mathrm{j})R\,.$$

On a donc pour cette pulsation

$$\underline{v}_1 = \underline{Z}_{\mathrm{PW}}(\mathrm{j}\omega_0)\underline{i}_s = \frac{3}{2}(1-\mathrm{j})R\underline{i}_s$$

et

$$\langle P_{\mathrm{ALI}}\rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}(\underline{v}_1\underline{i}_s^*) = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left(\frac{3}{2}(1-\mathrm{j})R\underline{i}_s\underline{i}_s^*\right)$$

soit

$$\langle P_{\mathrm{ALI}}\rangle = \frac{3}{4}R\left|\underline{i}_s\right|^2\,.$$

Le courant $i_s$ se répartit dans $R$ et $C$ (en parallèle) ; on a donc un pont diviseur de courant, et

$$\underline{i}_R = \frac{\frac{1}{\mathrm{j}C\omega_0}}{R+\frac{1}{\mathrm{j}C\omega_0}}\underline{i}_s = \frac{1}{1+\mathrm{j}RC\omega_0}\underline{i}_s = \frac{1}{1+\mathrm{j}}\underline{i}_s$$

*On peut aussi remarquer que $\underline{v}_2 = R\underline{i}_R$. Les conditions d'oscillations donnent $\underline{v}_1 = 3\underline{v}_2$, d'où*

$$\underline{i}_R = \frac{1}{R}\underline{v}_2 = \frac{1}{3R}\underline{v}_1 = \frac{(1-\mathrm{j})}{2}\underline{i}_s$$

*qui est bien le même résultat étant donné que*

$$\frac{1}{1+\mathrm{j}}\underline{i}_s = \frac{(1-\mathrm{j})}{(1+\mathrm{j})(1-\mathrm{j})}\underline{i}_s = \frac{(1-\mathrm{j})}{2}\underline{i}_s\,.$$

On a donc

$$\left|\underline{i}_R\right|^2 = \frac{1}{1+1}\left|\underline{i}_s\right|^2 = \frac{1}{2}\left|\underline{i}_s\right|^2\,,$$

d'où

$$\langle P_{\mathrm{J}}\rangle = \frac{1}{2}R\left|\underline{i}_s\right|^2 + \frac{1}{2}R\left|\underline{i}_R\right|^2 = \frac{1}{2}R\left|\underline{i}_s\right|^2 + \frac{1}{2}R\frac{1}{2}\left|\underline{i}_s\right|^2$$

soit

$$\langle P_{\mathrm{J}}\rangle = \frac{3}{4}R\left|\underline{i}_s\right|^2\,.$$

On a bien

$$\langle P_{\mathrm{ALI}}\rangle = \langle P_{\mathrm{J}}\rangle\,.$$

On en conclut la propriété générale suivante :

**Le régime permanent de cet oscillateur est obtenu quand les gains compensent les pertes.**

Les gains sont fournis par l'ALI, les pertes sont dissipées dans le pont de Wien qui comporte des résistances.